振動インテンシティ計測に関する基礎研究*
(第4報, 二次元の詳細検討)鎌田 実^{*1}, 山崎 徹^{*1}, 長谷弘道^{*2}A Study on Structural Intensity Measurement
(4th Report, Investigation of Two-Dimensional Structural Intensity)

Minoru KAMATA, Toru YAMAZAKI and Hiromichi HASE

Structural intensity of the 2 dimensional vibrational field is investigated theoretically. It is shown that the intensity has a mean component which is independent of the coordinate and a local component dependent on the coordinate. The measurement of 2-dimensional intensity is far more difficult than that of 1 dimensional intensity because many sensors are necessary. The relationship between the vibratory displacement and intensity is also discussed. The sensitivity of the structural intensity measurement is shown by the precision of vibratory displacement. Small error near the boundary may cause a big difference in intensity. The 5-point method is thought to be optimal for actual applications. A wave decomposition method in a 2 dimensional vibrational field is newly introduced, which can separate the total displacement into flexural waves and evanescence waves.

Key Words: Vibration of Continuous System, Structural Intensity, Structure Borne Sound

1. はじめに

機械を含む構造物や建築物での騒音対策において, 固体伝搬音のパワーフローを把握することにより対策を容易にかつ有効にすることができる. このフローを表すものとして振動インテンシティがあり, ここ数年, その計測に関する研究が世界各所で行われている. 振動インテンシティの概念, 一つの計測法の提案は二十数年前に報告されている^{(1), (2)}が, 実用化に向けての研究が盛んになされるようになったのは, 計測器や計算機の進歩が著しい最近になってからである.

1993年にフランスで四回目のインテンシティに関する国際会議が開催された⁽³⁾が, 振動インテンシティの直接計測よりも, 加振点との応答関係などから間接的にパワーフローを得るといった報告や, 基本的な問題点がクリアになっていないのに応用段階にある報告が多くされており, 基礎的な検討がなお必要であると感じられた.

本研究は, 振動インテンシティ計測の実用化を目指した基礎研究で, 基本的に加速度計アレイを用いた有限差分近似による方式の計測に当たっての諸問題について様々な検討を加えてきた. 第1, 2報^{(4), (5)}では梁(一次

元)と平板(二次元)についての加速度計アレイによる計測のシミュレーションならびに基礎実験を行い, 誤差評価も行った. また, 波動分離による振動場の把握も示した. 第3報⁽⁶⁾では, 対象を梁(一次元)に限定し, 各種計測方式を比較検討し, 近接場を考慮しつつ計測誤差の影響に頑健な3個の加速度計アレイによる方式を提唱した.

本報では, 板(二次元)を対象に, まず振動インテンシティの定式化を行い, その特性について検討する. 次に, 様々な振動場を計算で作成し, 計測方式(主として加速度計の数)による結果の違いを考察する. また, 一次元の場合と同様に, 振動場の把握を目的とした波動分離を試みる. 最後にこれらの結果から, 実用的な計測法を提案する. なお, 前報までの誤りを本報で訂正させていただく.

2. 振動インテンシティの定式化

構造物の振動にはいくつかの形態があるが, ここでは固体音伝搬に支配的な曲げ波のみを対象とし, フーリエ変換したスペクトルで扱うこととする. 振動インテンシティは, せん断力項, 曲げモーメント項, ねじりモーメント項の三項の和からなるため, xy 平面を板面としたときの x 方向振動インテンシティスペクトル I_x は式(1)

* 原稿受付 1995年8月15日.

*¹ 正員, 東京大学工学部(〒113 東京都文京区弥生2-11-16).*² 通商産業省(〒100 東京都千代田区霞ヶ関1-3-1).

のようになる (訂正: 第1報式(1)の下の曲げとねじりの定義が逆) .

$$I_x(x, y, t) = I_x^{sf} + I_x^{bm} + I_x^{tm} \quad \dots (1)$$

$$\text{せん断力項} \quad I_x^{sf} = j\omega B \zeta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{曲げモーメント項} \quad I_x^{bm} = -j\omega B \frac{\partial \zeta}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial y^2} \right)$$

$$\text{ねじりモーメント項} \quad I_x^{tm} = -j\omega B(1-\nu) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x \partial y}$$

ただし,

B : 板の曲げ剛性, ω : 角振動数, ζ : z 方向変位,
 ν : ポアソン比, $*$: 共役記号.

近接場が無視できる場所では, x, y に関する二階の偏微分が簡略化できるので, 振動インテンシティスペクトルは式(2)となる (訂正: 第1報, 式(6)) .

$$I_x(x, y, \omega) = j\omega B \left[-k^2 \zeta \frac{\partial \zeta^*}{\partial x} + (k_x^2 + \nu k_y^2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \zeta^* - (1-\nu) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^*}{\partial x \partial y} \right] \quad \dots (2)$$

式(1)あるいは(2)の空間微分項を, 板面上に並べた加速度計アレイにより有限差分近似を用いて求めれば, 振動インテンシティの x 成分が算出できる. y 成分も同様にして求められ, これらのベクトル和がその点の振動インテンシティベクトルとなる.

また, 固体伝搬音は振動のエネルギーの流れとして捉えることもできるので, 振動変位を波動解として得ておいた方が便利なことも多い. 位置 (x, y) における面外変位 ζ は, 式(3)のように八つの波動解の和として与えられる.

$$\begin{aligned} \zeta(x, y) = & A e^{-j(k_x x + k_y y)} + B e^{j(k_x x + k_y y)} + C e^{-j(k_x x - k_y y)} + D e^{j(k_x x - k_y y)} \\ & + E e^{-(k_x x + k_y y)} + F e^{k_x x + k_y y} + G e^{-(k_x x - k_y y)} + H e^{k_x x - k_y y} \end{aligned} \quad \dots (3)$$

さらに, 近接場が無視できる領域 (遠距離場) では, 減衰波を省略でき, 式(4)のように簡潔になる.

$$\zeta(x, y) = A e^{-j(k_x x + k_y y)} + B e^{j(k_x x + k_y y)} + C e^{-j(k_x x - k_y y)} + D e^{j(k_x x - k_y y)} \quad \dots (4)$$

そこで, 波動解で表した変位の式(4)を式(2)に代入し, 振動インテンシティを導くと式(5)となる (訂正: 第1報, 式(20)) .

$$\begin{aligned} I_x(x, y) = & 2\omega B k^2 k_x \left(|A|^2 - |B|^2 + |C|^2 - |D|^2 \right) \\ & + 4\omega B k_x \left(k_x^2 + \nu k_y^2 \right) \left[\operatorname{Re} \left(A C^* e^{-j2k_y y} \right) - \operatorname{Re} \left(B D^* e^{j2k_y y} \right) \right] \end{aligned} \quad \dots (5)$$

3. 振動パワーフローの特性

本章では, 振動パワーフローを表す二次元の振動インテンシティそのものの特性についての検討を行う. まず, 比較的簡単な遠距離場における波動場と振動インテンシティの流れパターンの関係について扱い, 二次元のインテンシティの複雑さの一端を示す. 次に, 面外変位 (加速度) の精度が振動インテンシティに及ぼす影響について, 変位をモード解として与え, そのモードの採用数による変化を考察する.

3.1 遠距離場のインテンシティの構成 遠距離場での振動インテンシティは, 波動解を用いて式(5)のように表せる. この式から分かるように, インテンシティは位置に依らない成分 (第一項) と, 位置に依存する成分 (第二項) から構成されている⁽⁷⁾. ここでは, 前者の成分を平均インテンシティ, 後者を局所インテンシティ, それらの和を全インテンシティと呼ぶこととする.

局所インテンシティは, x, y 方向の波動が互いに干渉し合って生じるものであり, 一次元のように波動が一方方向にしか伝搬しない場合には生じない. そのため, 一次元の場合には平均インテンシティと全インテンシティとは一致することになる.

波動解の各振幅と境界の反射係数の間には, 式(6)のような関係がある.

$$r_x = \frac{D}{A}, \quad r_y = \frac{C}{A}, \quad r_x r_y = \frac{B}{A} \quad \dots (6)$$

反射係数をいろいろと変えて全インテンシティの流れの様子を計算した結果を図1に示す. この図には, 各方向一波長分のインテンシティベクトルが示されている. 図2は波動解の各成分とインテンシティの成分の関係の一例である. 反射係数が大きくなるにつれ, 局所インテンシティの大きさが平均インテンシティに比べ大きくなる⁽⁷⁾ため, 反射係数が大きくなるにしたがい全インテンシティの流れが複雑になるのは, 局所インテンシティの影響であることが分かる. したがって, 遠距離場についてのみインテンシティを検討した場合でも, 境界の反射係数の違いによってかなり違ったフローになってしまう. ここに, 二次元のインテンシティの難しさを見

ることができる。実際の計測の状況を考えると、半波長当たり複数個の細かさで計測点を設置しなくては正確な流れのパターンを求めることはできない。これは、特に対象周波数が高くなると一つの要素で数百点規模の計測となり実用的ではないことを意味している。そこで、むしろ少数個の計測で平均インテンシティが検出できた方が好ましい。そのためには波動成分の把握が必要となるが、後に述べる波動分離によって可能となる。

3・2 面外変位の精度とインテンシティ インテンシティを計測や計算で求める際、第4章で示すように面外変位（または加速度）を計測、算出することが必要であり、それらの計測の誤差は避けられない。しかし、面外変位（加速度）の計測（算出）精度がインテンシティ計測（算出）にどのような影響を及ぼすかについてははっきりしたことは検討されていない。FEMなどの振動解析法を用いて振動インテンシティを算出する場合、振動場を複数の振動モードの重ね合わせとして捉えることが多い。しかし、採用モード数と算出インテンシティの精度の関係についてもあまり議論がなされておらず、文献(8)などで一部なされているにとどまる。本報では、面外変位の精度が振動インテンシティに及ぼす影響について詳細に検討を行う。

3・2・1 梁（一次元） 本報では二次元の振動インテンシティを扱っているが、方向が定まっており大きさだけで議論でき、かつ厳密解が得られる梁の場合を先に示す。検討対象の梁は、厚さ5mm、長さ1m、両端単純支持のもとで片端より0.3mのところを正弦波力加振(12Hz)、0.7mのところを速度比例のダンパを設置するという条件で計算を行った。厳密解は、波動解の振幅を

釣合条件から求めることで決定される。モード解は振動モードの重ね合わせから求められ、振動モード数を無限大まで採用すると厳密解に収束する。設定した周波数は一次の固有振動数近辺であり、正弦波半周期の形状の振動変位振幅と、加振点からダンパ設置点までの間にだけパワーフローが存在する振動インテンシティが得られるはずである。図3に波動解を用いて決定した厳密解の結果を示すがそのようになっている。そこで、採用モード数を3, 30, 100とした場合のモード解の振動変位と振動インテンシティを図4に示す。採用モード数が3では、振動変位の概形は厳密解に非常に近いものの、振動インテンシティはかなり異なっている。採用モード数を増やしていくと振動インテンシティは30でも不足しており、100とするとほぼ満足する結果が得られた。その違いを詳しく見てみると、モード数3で振動変位の厳密解との誤差は3%未満、位相はほぼ同等であるにも関わらず、その高階の微分で求められる振動インテンシティの記述は不能である。このときのインテンシティの構成成分を図5に厳密解と共に示す。曲げモーメント成分の誤差は比較的少ないもののせん断力成分の誤差が大きく、かつこの成分が全体に占める割合が大きいため結果としてインテンシティの概形がかなり異なったものとなってしまうことが分かる。モード数が10, 20, 30程度になると、幾分加振点や減衰点の特定が可能な形状となるが、インテンシティの急峻な変化のところでは部分的に負の値も見受けられ、現象を見誤る恐れがある。通常この程度の対象であればFEMで10要素くらいで振動解析を行うが、パワーフローを得ようとするにはそれでは不十分であると言える。採用モード数100と

Fig.3 Result of beam by true solution

No. of Modes Included : 3

No. of Modes Included : 30

No. of Modes Included : 100

Fig.4 Result of beam by modal solution

No. of Modes Included : 3

Fig.5 Comparison of true and modal solution.

いうのは周波数比で約 10000 と膨大であり、そこまで考慮しないと境界近傍の微妙なインテンシティの変化を記述することができない。したがって、パワーフローに関する理論解析においては、かなり精密な計算が必要であること、変位振幅の精度がインテンシティにかなり影響を及ぼすため計測においても注意が必要であることが分かる。

3・2・2 矩形平板材(二次元) 続いて四辺

を単純支持した矩形平板材で、ある一点を加振し、別の一点にダンパを設置した場合について検討する。

対象の大きさは $0.9\text{m} \times 0.6\text{m} \times 4.5\text{mm}$ で、 $(0.5, 0.2)$ を加振、 $(0.15, 0.7)$ にダンパを設置した。面外変位のモード解の算出式を以下に示す。

$$\zeta(x, y) = \frac{2}{\sqrt{M}} \sum_m \sum_n \Gamma_{mn}(\omega) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \dots (7)$$

ただし、

$$\Gamma_{mn}(\omega) = \frac{2}{\sqrt{M}} \frac{F \sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) + R \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2} \quad \dots (8)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{m^2}} \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) \quad \dots (9)$$

$$R = -j\omega c F \frac{\sum_m \sum_n \frac{\sin\left(\frac{m\pi x_F}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_F}{b}\right) \sin\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}}{M + j\omega c \sum_m \sum_n \frac{\sin^2\left(\frac{m\pi x_c}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi y_c}{b}\right)}{-\omega^2 + (1 + j\eta_{mn})\omega_{mn}^2}} \quad \dots (10)$$

なお、

M : 平板全体の質量, ω : 加振振動数,

m : x 方向のモード数, n : y 方向のモード数,

a, b : 平板の長辺, 短辺の長さ, η_{mn} : 損失係数,

(x_F, y_F) : 加振座標, (x_c, y_c) : 減衰座標,

D : 平板の曲げ剛性, F : 加振力, c : 減衰係数.

振動応答が大きくなる固有振動数近辺で十数種、振動インテンシティの計算を行った。その結果は、文献(9)にあるように数種になり、渦巻き型以外ではいずれも加振点から減衰点への流れとなっている(図6)。

二次元も一次元の場合と同様に、振動変位の精度と振動インテンシティの関係を見るため、採用モード数による違いを検討してみた。波動解による厳密解の算出は困難であるので採用モード数をかなり多くした場合を比較の対象とする。 x 方向, y 方向のモード数を(*, *)と表すことにし、(50, 50)の場合をこの対象とした(なお、(100, 100)としてもインテンシティには大きな変化は起かない)。

ここでは、最低次のモードである周波数 44Hz に限定して後の議論を進める。採用モード数を(5, 5)とした場合の振動変位とインテンシティフローを(50, 50)の場合のものと並べて図7に示す。これによると、振動変位は

Fig 6 Power flow on plate (Some examples)

Fig. 7 Comparison of results between No. of included modes

モード数が少なくてもほぼ固有モードの形態が示されているものの、インテンシティの図では加振点と減衰点のまわりの流れが全く異なり、流れ出したり流入する様子が表されていないことが分かる。モード数を増やしていくと(20, 20)くらいから加振点等の特定が可能で、精度はまだ不十分であるが、(40, 40)にもなると十分な結果となっている。振動変位の算出誤差について詳しく見てみると、(5, 5)では特に加振点近傍で最大1%で、この程度の誤差によっても振動インテンシティの算出には大きな影響を及ぼす。換言すれば、振動インテンシティはそれ程までに振動変位に敏感であり、加速度計等を用いて面外の振動応答を計測するにはかなりの注意と精度が必要となることが分かる。したがって、FEMなどの数値解析においてもインテンシティフローを求めようとする場合には、通常考える程度のメッシュでは、境界近傍では不十分でかなり細かなメッシュを用意し、かつ高次モードの影響をきちんと考慮しなくては全体の流れを見ることができないと言える。

4. 計測手法の検討

振動インテンシティの計測は、面外変位に関する物理量を加速度計やレーザ変位計などを用いて計測し、空間微分項を有限差分近似して求めることが多い。本章では、この方式で加速度計を用いて複数点の加速度を検出し、有限差分近似を行うことに限定して議論を行う。

4・1 計測方式 複数個の加速度計で有限差分近似を行う方式はPavicにより最初に提案され⁽²⁾、そこでは高階の空間微分を求めるのに十分な数として一方向8点の計測が必要とされた。単純にこの方式で二次元分を求めるにはその倍の16点が必要となる(図8(a):16点法)。加速度計個別の位相誤差が存在する状況での多数点の計測は精度的に不利になるため、個数を減少させることも検討されており、文献(10)では12点を提案している(同図(b):12点法)。近接場が無視できれば、インテンシティの式が簡略化できるので、測定点数を減らすことができる。考え方として波数ベクトルを計測デ

ータから求める方式と一次元波に近似する方式がある。前者には著者らが提案した5点法(同図(c), なお波数ベクトルは45度傾いた成分が求められるので換算が必要, 第1報式(6), 図1(b)には誤りがあるため新たに提案し直させていただく)がある。また, 後者には最も簡略化した4点法(同図(d), 一方向2点で求める)と, 一次元と同じく2点で方向はスキャンして求める2点法(2点のクロススペクトルの絶対値が最小の方向から90度ずらした方向がインテンシティベクトルの方向)がある。なお, 各方式の差分式は付録に示してある。

4・2 各計測方式の比較検討 各方式の優劣についてすべての面において比較考察するのは困難であるため, 本節では二次元の振動エネルギーの流れ場を波動解で与える遠距離場として各計測方式の比較検討を行う。すなわち, 前述の式(4)で与えられる振動変位によって振動場を構成した。この定式では近接場を考慮することはできず, 遠距離場についての扱いとなる。

図9に16点法で加速度計間隔を三種に変化させた場合の比較を示す。この図では, $k_x/k_y = \sqrt{3}$ で境界の反射係数が比較的大きい場合のインテンシティを両方向半波長 $\lambda/2$ 分示している。間隔 δ/λ が0.1まではあまり大差が見られないが, 0.3となると誤差が大きくなっているのが分かる。厳密解との誤差はそれぞれ, 最大0.1%, 9.9%, 62%であった。インテンシティの算出精度という点から, 加速度計間隔の最大値は波長の1/10程度と言える。この間隔のもとで各計測方式の比較を行った結果が図10である。各計測方式の結果と厳密解とを比較すると, 12点法, 5点法では誤差はそれぞれ最大で10%

程度でありほぼ妥当な結果と言える。しかし, 4点法, 2点法となると場合によっては100%以上の誤差が生じている。つまり, 加速度計の個数を減らしていくと精度が落ちていくことがはっきりと分かる。しかし, 5点法でも実用的には問題のないレベルであることも分かる。4点法や2点法では特にインテンシティの方向に大きな差異が伴う誤差となっており, 一般の二次元振動インテンシティフローの解析には不向きであると言える。5点法は遠距離場では式の上では目立った誤差が出ないように見えるが, k_x, k_y の算出誤差が結果に影響を及ぼしているものと思われる。しかしながら, 加速度計の個数を多くした場合の計測系固有の位相誤差による影響は,

Fig.9 Effect of Acc. array difference

Fig.10 Comparison between several methods

Fig.8 Accelerometer array

Fig.11 Structural intensity near the excited position

過大である。一つの加速度計(図8の5番)に位相誤差が0.3度あるとして、16点法、12点法、5点法でインテンシティを求め、厳密解と比較したところ、それぞれ最大16%, 13%, 7.3%の誤差となり、多くの加速度計を使用する方式では、位相誤差の影響が大きいことが分かる。したがって、16点法や12点法は現実的ではなく、5点法が総合的に最も優れていると考えてよさそう。

ところで、一般の振動場の場合を考えてみると境界近傍では近接場の影響が大きく遠距離場での定式化による5点法ではそのままでは対処できない。3・2・2の計算例に、16点法と5点法を適用した結果を図11に示すが、境界近傍の5点法の誤差が顕著で、パワーが流れ出している様子が検出できない。このことについては、次章に示す波動分離の方法を用いれば、手続きは面倒になるものの、有効的に5点法を使用することが可能となる。

5. 波動分離法

曲げ波による面外振動振幅は、進行波・後退波・減衰波の和で構成することができ、逆にこれらの構成成分に分離することも可能である。一次元については、構成要素が四つで、4点の振動振幅から、あるいは四種の空間微分項から行列演算により分離算出することができた⁽⁴⁾。二次元については、波動成分の構成要素が八つとなるが、空間微分項は独立に六つしか得られないので、第1報⁽⁴⁾では近接場の項に仮定を設け、構成要素を六つに削減して分離を試みた。本報では、そのような仮定を用いることなく八つの項を分離算出する方法を提案する。

振動変位を構成する八つの成分を進行波・後退波成分と、近接場を表す減衰波成分のグループに分け、それぞれのグループを以下の方法で求める。

式(3)を x に関して二階微分を行う。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = -k_x^2 \left\{ A e^{-j(k_x x + k_y y)} + B e^{j(k_x x + k_y y)} + C e^{-j(k_x x - k_y y)} + D e^{j(k_x x - k_y y)} \right\} + k_x^2 \left\{ E e^{-(k_x x + k_y y)} + F e^{k_x x + k_y y} + G e^{-(k_x x - k_y y)} + H e^{k_x x - k_y y} \right\} \quad \dots(11)$$

式(3)の両辺に $-k_x^2$ を掛けたものと、式(11)との和、差を求める。

$$A e^{-j(k_x x + k_y y)} + B e^{j(k_x x + k_y y)} + C e^{-j(k_x x - k_y y)} + D e^{j(k_x x - k_y y)} = \frac{1}{2} \left(\zeta - \frac{1}{k_x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \quad \dots(12)$$

$$E e^{-(k_x x + k_y y)} + F e^{k_x x + k_y y} + G e^{-(k_x x - k_y y)} + H e^{k_x x - k_y y} = \frac{1}{2} \left(\zeta + \frac{1}{k_x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \quad \dots(13)$$

Fig. 12 Result of wave decomposition

このようにして、振動変位が二つのグループに分けられ、それぞれ四つの項からなる式であるために、任意の4点の変位情報 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ を得れば、式(14)を用いて完全に分離することが可能となる。

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j(k_x x_1 + k_y y_1)} & e^{j(k_x x_1 + k_y y_1)} & e^{-j(k_x x_1 - k_y y_1)} & e^{j(k_x x_1 - k_y y_1)} \\ e^{-j(k_x x_2 + k_y y_2)} & e^{j(k_x x_2 + k_y y_2)} & e^{-j(k_x x_2 - k_y y_2)} & e^{j(k_x x_2 - k_y y_2)} \\ e^{-j(k_x x_3 + k_y y_3)} & e^{j(k_x x_3 + k_y y_3)} & e^{-j(k_x x_3 - k_y y_3)} & e^{j(k_x x_3 - k_y y_3)} \\ e^{-j(k_x x_4 + k_y y_4)} & e^{j(k_x x_4 + k_y y_4)} & e^{-j(k_x x_4 - k_y y_4)} & e^{j(k_x x_4 - k_y y_4)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \quad \dots(14)$$

減衰波の各振幅 E, F, G, H についても式(14)と同様な式が導かれる。

図12に実際に二つのグループに波動分離を行った結果を示す。波動分離によって加振点付近の近接場がきちんと求められていることがよく分かる。したがって、この波動分離法を用いることにより伝搬される振動エネルギーは、減衰波を無視した領域では有効的な5点法によって実用上問題のないレベルで計測が可能であると考えられる。

6. まとめ

本報では、振動インテンシティに関する基礎研究として、二次元の振動インテンシティの詳細とその計測法について理論的な検討、考察を行った。その結果、得られたことは以下に要約される。

- 1) 二次元の振動インテンシティは、計測位置に依らない成分(平均インテンシティ)と依存する成分(局所インテンシティ)とに分けることができる。
- 2) 1)よりインテンシティのフローパターンを正確に見るためには、半波長当たり複数個の細かさでの計測

点が必要になる。

- 3) 二次元の振動インテンシティは、一次元のそれに比べ、局所インテンシティが存在するために本質的に複雑で、計測面においても多数の加速度計を必要とするため精度よく計測することは難しい。
- 4) モード解の採用モード数と振動インテンシティの精度について、振動変位の精度が十分であっても採用モード数が少ないとインテンシティの記述が不能となる。そのため、FEM などを用いた解析を行う際注意する必要がある。
- 5) 有限差分近似の計測方式では、5 点法が実用上最も良いと考えられる。ただし、境界近傍での直接的な計測は本質的に不能である。
- 6) 二次元の振動場における波動分離の方法を新たに提案した。この方法により進行波・後退波成分と減衰波成分のグループに分けられ、各波動の把握が可能となる。

おわりに、本研究の一部は 1992 年度科学研究補助金(奨励 A)によってなされたことを示し結びとする。

文 献

- (1) Noiseux, D.U., *J. Acoust. Soc. Am.*, 47-1(1970), 238.
- (2) Pavic, G., *J. Sound Vib.*, 49-2, (1976), 221.
- (3) Proc. of Int. Congress on Intensity Techniques, CETIM(1993).
- (4) 鎌田・島谷, 機論, 57-535C, (1991), 700.
- (5) 鎌田・島谷, 機論, 57-536C, (1991), 1196.
- (6) 小泉・鎌田, 機論, 58-547C, (1992), 774.
- (7) I. Honda・Y. Irie, Proc. of Int. Congress on Intensity Techniques, CETIM(1990), 339.
- (8) Gavric, L., Dr. Thesis, Universite de Technologie de Compiègne, (1991).
- (9) 田中・菊島・黒田, 機論, 58-547C, (1992), 788.
- (10) 本多・高田・長松, 機論, 60-574C, (1994), 1941.

付 録

各計測方式の有限差分の算出式を以下に示す。

a) 16 点法

x 方向についてのみ示す。

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\zeta_3 + \zeta_6}{2} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{\zeta_3 - \zeta_6}{\delta} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= \frac{\zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5 - \zeta_7}{4\delta} \\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} &= \frac{\zeta_1 - \zeta_3 - \zeta_6 + \zeta_8}{2\delta^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = \frac{\zeta_2 - 2\zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_5 - 2\zeta_6 + \zeta_7}{2\delta^2}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} = \frac{\zeta_2 - \zeta_4 - \zeta_5 + \zeta_7}{2\delta^2}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} = \frac{\zeta_1 - 3\zeta_3 + 3\zeta_6 - \zeta_8}{\delta^3}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x \partial y^2} = \frac{\zeta_2 - 2\zeta_3 + \zeta_4 - \zeta_5 + 2\zeta_6 - \zeta_7}{\delta^3}$$

b) 12 点法

$$\zeta = \frac{\zeta_4 + \zeta_5 + \zeta_8 + \zeta_9}{4}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\zeta_4 + \zeta_5 - \zeta_8 - \zeta_9}{2\delta}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\zeta_4 - \zeta_5 + \zeta_8 - \zeta_9}{2\delta}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta_4 - \zeta_5 - \zeta_8 - \zeta_9 + \zeta_{11} + \zeta_{12}}{4\delta^2}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = \frac{\zeta_3 - \zeta_4 - \zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 - \zeta_8 - \zeta_9 + \zeta_{10}}{4\delta^2}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} = \frac{\zeta_4 - \zeta_5 - \zeta_8 + \zeta_9}{\delta^2}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 - 3\zeta_4 - 3\zeta_5 + 3\zeta_8 + 3\zeta_9 - \zeta_{11} - \zeta_{12}}{2\delta^3}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^3} = \frac{\zeta_3 - 3\zeta_4 + 3\zeta_5 - \zeta_6 + \zeta_7 - 3\zeta_8 + 3\zeta_9 - \zeta_{10}}{2\delta^3}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x \partial y^2} = \frac{\zeta_3 - \zeta_4 - \zeta_5 + \zeta_6 - \zeta_7 + \zeta_8 + \zeta_9 - \zeta_{10}}{2\delta^3}$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_4 + \zeta_5 - \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{11} - \zeta_{12}}{2\delta^3}$$

c) 5 点法

$$\zeta = \zeta_5$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_3 + \zeta_4}{2\delta}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta_3 - \zeta_4}{2\delta}$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} = \frac{\zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3 - \zeta_4}{\delta^2}$$

ただし、波数ベクトル (k_x, k_y) については 45° 傾いたものが求められるため換算の必要がある。

d) 4 点法

$$\zeta = \frac{\zeta_1 + \zeta_3}{2}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\zeta_1 - \zeta_3}{\delta}$$

$$\zeta = \frac{\zeta_2 + \zeta_4}{2}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{\zeta_2 - \zeta_4}{\delta}$$