μ 設計手法による柔軟構造物のパワーフロー制御*佐藤 光 政^{*1}, 鈴木 正 之^{*2}Power Flow Control for Flexible Structures Using μ Synthesis

Mitsumasa SATO and Masayuki SUZUKI

This paper describes an approach to controlling the vibration of flexible structures based on the power flow concept. μ -synthesis is used to design a controller that minimizes power flow and retains robustness for unmodeled dynamics. The designed controller is evaluated by numerical analysis and experiment, and it is found that the proposed approach can be used to design a controller with good performance and robustness. It is shown that the μ controller realizes better vibration properties than an H_∞ controller does.

Key Words: Robust Control, Flexible Structures, Vibration Control, μ synthesis, H_∞ Control, Power Flow

1. 緒 言

大形宇宙構造物に代表される柔軟構造物は、低剛性で低減衰比の構造特性をもっており、そのミッション要求を阻害する振動モードの制御が必要とされ、数々の研究がなされている。振動制御の目的は、ある興味ある周波数帯域の振動を抑制し、それ以外の周波数域の振動モードを不安定化しないことである。この制御問題は、構造モデルに存在する不確かさやモデル化誤差により難しい問題となっており、ロバスト制御理論の適用が一つの解決策と考えられ、 H_∞ 制御理論などの適用研究がいくつかなされている。

ところで、構造振動を取扱うための概念に構造物内のエネルギー変化率に着目したパワーフローの概念がある。パワーフローを制御することにより構造振動を制御しようという研究は、von Flotow ら⁽¹⁾⁽²⁾により波動制御法として始められ、Miller ら^{(3)~(5)}は最適制御理論により構造物内に流入するパワーフローを最小化するコントローラを求めた。MacMartin ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾はパ

ワーフロー制御に H_∞ 制御理論を適用し、さらに SEA (Statistical Energy Analysis)⁽¹¹⁾ に基づいてモデリングされた構造体に対し、 H_2/H_∞ 制御⁽⁸⁾によりパワーフロー最小化コントローラを求めている。一方、Kishimoto ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾は結合構造物間のパワーフローをエネルギーフローと呼び、エネルギーフローを最小化する正実なコントローラを LQG/ H_∞ 制御により求めている。しかし、これらのパワーフロー制御は性能のみを考慮した設計であり、正実なプラントに対して強正実なコントローラを設計することにより受動定理でロバスト性を保証しているに過ぎない。このため、アクチュエータの位相遅れやデジタル演算遅れが存在する実際的なシステムには適用が困難であるため、著者らはロバスト性を考慮した実際的なパワーフロー制御問題を H_∞ 制御問題として定式化し、その有効性を実験により示した⁽¹²⁾。ところが、 H_∞ 制御ではパワーフロー制御性能は十分でなく、より性能を向上させるために本論文ではロバストパフォーマンスを達成できる μ 設計手法を適用する。

本論文の構成は次のようである。まず、2章ではパワーフローモデルについて示し、3章では μ 設計手法について概説する。次に、4章では μ 設計手法を用いたロバストなパワーフロー制御問題を設定し、実験シ

* 原稿受付 1995年4月7日。

^{*1} 正員、川崎重工(株)航空宇宙事業本部 (〒504 名古屋市中川崎町1)。^{*2} 名古屋大学工学部 (〒464 01 名古屋市中種区不老町)。

システムに対してコントローラを設計する。設計されたコントローラはシミュレーションと5章の実験結果により有効性が評価される。

以下に本論文で使用するおもな記号をまとめて示す。 R, C はそれぞれ実数および複素数の集合を表し、 $R^{n \times m}, C^{n \times m}$ はそれぞれ $n \times m$ の実数および複素数マトリックスを表す。 $\rho(\cdot)$ はスペクトル半径、 $\bar{\sigma}(\cdot)$ は最大特異値、 $\|\cdot\|_\infty$ は無限大ノルムを示す。 D_d は構造化特異値 μ の下界スケーリングマトリックス、 Q_d は μ の上界スケーリングマトリックスの集合を表す、*は複素共役転置を示す。

2. パワーフローモデル

パワーフローは、システム内のある点におけるエネルギーの時間的変化率を意味し、構造物の振動解析に使用される SEA 理論に基礎をおく概念である。構造物内のある点におけるパワーフローを制御することにより振動モードを制御しようという試みがいくつかなされており、MacMartin ら^{(6)~(8)} はプラントの出力端に加わる外乱からコントローラに流入するパワーフローを最小化することにより、間接的にプラントに流入するパワーフローを最小にするコントローラを求める問題を定式化した。一方、Kishimoto ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ はプラントの入力端に加わる外乱からプラントに流入するパワーフローを最小化する問題を定式化している。ここでは、プラントに流入するパワーフローを直接的に扱える Kishimoto らのパワーフローモデルを考える。

プラント $G(s)$ とコントローラ $K(s)$ が結合された図1のフィードバックシステムを考える。プラントとして正実なシステム、すなわちアクチュエータとセンサがコロケートされた入出力対として、フォース入力と変位速度出力、モーメント入力と角速度出力またはそれらの入出力が反対となったシステムを考える。プラントに流入する定常平均パワーフローは、外部から流入するパワーフロー P_e 、コントローラから流入するパワーフロー P_c とプラントで散逸されるパワーフロー P_d の3種類から構成される。これらのパワーフローは次のように定義される。

Fig. 1 Feedback system

$$P_e := E[w(t)y^T(t)] \dots\dots\dots (1 \cdot a)$$

$$P_c := -E[u(t)y^T(t)] \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

$$P_d := -E[v(t)y^T(t)] \dots\dots\dots (1 \cdot c)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値を示し、 w : 外部入力、 u : コントローラ出力、 v : プラント入力、 y : プラント出力であり、流入するパワーフローを正、消散されるパワーフローを負とした。 P_e を周波数領域で表現すると

$$\begin{aligned} P_e &:= E[w(t)y^T(t)] = R_{wy}(0) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{wy}(\omega) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{tr}[S_{wy}(\omega) + S_{yw}(\omega)] d\omega \dots\dots (2 \cdot a) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $R_{wy}(\tau)$ は $w(t)$ と $y(t)$ の相互分散関数、 $S_{wy}(s)$ と $S_{yw}(\omega)$ はクロススペクトル密度関数を表す。同様に、 P_c と P_d は、

$$P_c := -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{tr}[S_{uy}(\omega) + S_{yu}(\omega)] d\omega \dots (2 \cdot b)$$

$$P_d := -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{tr}[S_{vy}(\omega) + S_{yv}(\omega)] d\omega \dots (2 \cdot c)$$

となる。さらに、 $v = w - u$ の関係を考慮すると

$$P_e + P_c + P_d = 0 \dots\dots\dots (3)$$

の関係が成り立つ。式(3)は外部からプラントに流入するパワーフローとコントローラからプラントへ流入するパワーフローおよびプラントで消散されるパワーフローの和が零となり、システム全体でパワーフローが保存されることを示している。また、各周波数における平均パワーフローとして、

$$P_e(\omega) := \text{tr}[S_{wy}(\omega) + S_{yw}(\omega)] \dots\dots\dots (4 \cdot a)$$

$$P_c(\omega) := -\text{tr}[S_{uy}(\omega) + S_{yu}(\omega)] \dots\dots\dots (4 \cdot b)$$

$$P_d(\omega) := -\text{tr}[S_{vy}(\omega) + S_{yv}(\omega)] \dots\dots\dots (4 \cdot c)$$

を定義すると、

$$P_e(\omega) + P_c(\omega) + P_d(\omega) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

の関係が成り立ち、各周波数においてもパワーフローは保存される。

ところで、図1のプラントとコントローラの入出力関係は

$$y = G(s)v = G(s)(w - u) \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$u = K(s)y \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

と表される。 y, u, v を w で表現すると、

$$y = G(I + KG)^{-1}w \dots\dots\dots (7 \cdot a)$$

$$u = (I + KG)^{-1}KGw \dots\dots\dots (7 \cdot b)$$

$$v = (I + KG)^{-1}w \dots\dots\dots (7 \cdot c)$$

となり、 $G(s)$ と $K(s)$ は G および K と略して示した。よって、クロススペクトル密度関数 $S_{wy}(\omega)$ 、 $S_{uy}(\omega)$ 、 $S_{vy}(\omega)$ は次のように表される。

$$S_{wy}(\omega) = S_{ww}(\omega)(I + KG)^{-*}G^* \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

$$S_{uy}(\omega) = (I + KG)^{-1}KG S_{ww}(\omega)$$

$$\times (I + KG)^{-*} G^* \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

$$S_{vy}(\omega) = (I + KG)^{-1} S_{ww}(\omega) (I + KG)^{-*} G^* \dots\dots\dots (8 \cdot c)$$

ここで、 $S_{ww}(\omega)$ は w のパワースペクトル密度関数である。したがって、閉ループシステムの各周波数でのパワーフローは、

$$P_e(\omega) = \text{tr}[S_{ww}(\omega)\{(I + KG)^{-*} G^* + G(I + KG)^{-1}\}] \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$P_c(\omega) = -\text{tr}[S_{ww}(\omega)\{G(I + KG)^{-1} \times G^* K^* (I + KG)^{-*} + (I + KG)^{-1} \times KG(I + KG)^{-*} G^*\}] \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

$$P_d(\omega) = -\text{tr}[S_{ww}(\omega)\{(I + KG)^{-1} \times (G^* + G)(I + KG)^{-*}\}] \dots\dots\dots (9 \cdot c)$$

と表される。ところで、式(5)より

$$-P_d(\omega) = P_e(\omega) + P_c(\omega) \dots\dots\dots (10)$$

となり、 $-P_d(\omega)$ は外乱およびコントローラからプラントに流入するパワーフローであり、パワーフロー制御問題は $-P_d(\omega)$ を最小化するコントローラ K を求める問題として設定される。

次に、パワーフローを被制御量として H_∞ 制御問題を定式化する。パワーフローを被制御出力 z の L_2 ノルムとして表すと、

$$z^T z = v^T y + y^T v \\ = (w - u)^T (G^* + G)(w - u) \dots\dots\dots (11)$$

となり、 z を

$$z = G_0^* (w - u) \dots\dots\dots (12)$$

とおく。ここで、 G_0 は $G^* + G$ のスペクトル因子すなわち、 $G_0 G_0^* := G^* + G$ を満足する関数である。よって、式(6・a)と(12)より、

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0^* & -G_0^* \\ G & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

と表され、 H_∞ パワーフロー制御問題はプラント G を内部安定化し、 w から z への閉ループ伝達関数 Φ_{wz} の H_∞ ノルムを最小にするコントローラ K を求める問題となる。

Φ_{wz} は、式(13)のシステムに式(6・b)で与えられるコントローラ K をフィードバックすることにより、

$$\Phi_{wz} = G_0^* (I + KG)^{-1} \dots\dots\dots (14)$$

と表され、これは入力端外乱に関する感度関数 $(I + KG)^{-1}$ に重み関数 G_0^* を乗じた関数となっている。また、この問題は感度関数を G_0^* に周波数整形する問題と解釈できる。さらに、 $\Phi_{wz}^* \Phi_{wz}$ は式(9・c)の右辺 $\{ \}$ 内に相当するから、 Φ_{wz} の H_∞ ノルムを最小にすることは最悪外乱 w に対してパワーフロー P_d を最小化する問題となる。

Fig. 2 General interconnection structure

Fig. 3 Control system analysis/synthesis problems

3. μ 設計法

3・1 構造化特異値と μ 解析 構造化特異値 (μ) によるフィードバックシステムのパフォーマンスとロバスト性の解析について以下に概説する。

図2に示される一般的なロバスト制御問題を考える。図2において、 P は一般化プラント、 K はコントローラ、 Δ は不確かさを示す。コントローラ K をプラント P にフィードバックしたときの安定なプラントを M と表すと、図2のシステムは図3(a)のように解析問題として書き換えられる。図3(a)において、ノルム有界な不確かさ Δ に対して外乱 d から出力誤差 e までの閉ループシステムは、ULFT (Upper Linear Fractional Transformation) 表現により

$$e = F_u(M, \Delta) d \dots\dots\dots (15)$$

と表される。ここで、

$$F_u(M, \Delta) := M_{22} + M_{21} \Delta (I - M_{11} \Delta)^{-1} M_{12} \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

$$M := \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

と定義される。ノミナルパフォーマンス問題すなわち不確かさを含まないノミナルプラントに対するパフォーマンス問題は、

$$\|M_{22}\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}[M_{22}(j\omega)] < 1 \dots\dots\dots (17)$$

で与えられ、ロバスト安定問題すなわちノルム有界な不確かさを含むすべてのプラントに対して安定性を保証する問題は、

$$\|M_{11}\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}[M_{11}(j\omega)] < 1 \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。さらに、不確かさを含むすべてのプラントに対して安定性とパフォーマンスを満足するコントローラを求める問題は、ロバストパフォーマンス問題と呼ばれ、構造化特異値(μ)が解析および設計に使用される。

図2に示されるシステムにおいて、不確かさのブロック構造を次のように定義する。

$$\Delta := \{\text{diag} [\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_S I_{r_S}, \Delta_1, \dots, \Delta_F] : \delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times n_j}; 1 \leq i \leq S, 1 \leq j \leq F\} \quad (19)$$

$$B_\Delta := \{\Delta \in \Delta : \bar{\sigma}(\Delta) \leq 1\} \quad (20)$$

ここで、

$$\sum_{i=1}^S r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n$$

で、 $\delta_n I_{r_i}$ は重複スカラーブロック、 Δ_j はフルブロックと呼ばれる。

定義⁽¹³⁾: ブロック構造 Δ が与えられたとき、行列 $M \in C^{n \times n}$ に対して構造化特異値 $\mu(M)$ は次のように定義される。

$$\mu(M) := \frac{1}{\min \{ \bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (21)$$

ただし、 $\det(I - M\Delta) = 0$ となる $\Delta \in \Delta$ が存在しない場合には、 $\mu(M) := 0$ とする。

μは、 Δ の構造に依存する複素行列 M の関数であり、μを直接計算することは困難であり、通常、上界と下界が与えられる。すなわち、不等式

$$\max_{Q \in Q_\Delta} \rho(QM) \leq \max_{\Delta \in B_\Delta} \rho(\Delta M) = \mu(M) \leq \inf_{D \in D_\Delta} \bar{\sigma}(DMD^{-1}) \quad (22)$$

が成り立つことが知られている。ここで、 $Q_\Delta = [Q \in \Delta : Q^*Q = I_n]$ と定義され、 $\rho(\cdot)$ はスペクトル半径を表す。また、 D はブロック対角なスケーリング行列で、

$$D_\Delta := \{\text{diag} [D_1, \dots, D_S, d_{S+1} I_{m_1}, \dots, d_{S+F} I_{m+F}] : D_i \in C^{r_i \times r_i}, D_i = D_i^* > 0, d_{S+j} > 0\} \quad (23)$$

と定義される。式(22)においてμの下界には等号が成り立つが、いくつかの局所的な最大値をもつため下界によるμの計算は適当ではない。上界では、等号は $2S + F \leq 3$ の場合のみに成り立ち、一般には不等号で抑えられるが、 $\bar{\sigma}(DMD^{-1})$ は凸関数であることが知られており有効な計算スキームも存在する⁽¹⁴⁾⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。

μによって与えられるロバスト安定とロバストパフォーマンスに関する定理⁽¹⁶⁾⁽¹⁸⁾として以下のものがある。

定理1: ロバスト安定

閉ループシステム M と構造的な不確かさ Δ の ULFT 表現 $F_u(M, \Delta)$ が、すべての $\Delta \in B_\Delta$ に対して安定であるための必要十分条件は、 $\mu[M_{11}(j\omega)] < 1$ が成り立つことである。

定理2: ロバストパフォーマンス

閉ループシステム M と構造的な不確かさ Δ の ULFT 表現 $F_u(M, \Delta)$ が、すべての $\Delta \in B_\Delta$ に対して安定であり $\|F_u(M, \Delta)\|_\infty \leq 1$ が成り立つための必要十分条件は、 $\sup_\omega \mu[M(j\omega)] < 1$ が成り立つことである。

3.2 μ設計 μ設計手法は、ロバストパフォーマンスを達成するコントローラを設計するための実際的なアプローチである。μ設計は、設計用の H_∞ 最適化と解析用のμ解析で構成される。設計問題は図2の摂動ブロック Δ を1に正規化してプラント P に含めると図3(b)のように表され、 d' から e' への閉ループシステムは LLFT (Lower Linear Fractional Transformation) により

$$e' = F_l(P, K)d' \quad (24)$$

と記述される。ここで、

$$F_l(P, K) := P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (25)$$

と定義される。よって、 H_∞ 最適制御問題は $\|F_l(P, K)\|_\infty$ を最小にする安定化コントローラ K を求める問題となる。したがって、μ設計は式(22)におけるμの上界を与える $\|DF_l(P, K)D^{-1}\|_\infty$ を最小化する安定化コントローラ K とスケーリング行列 D を求める問題に帰着される。 $\|DF_l(P, K)D^{-1}\|_\infty$ を最小化するアプローチの一つとして D-K イタレーション法がある⁽¹⁵⁾⁽¹⁷⁾。D-K イタレーションはスケーリング行列 D とコントローラ K を別々に最適化する手法であり、第1ステップとして D を固定して $\|DF_l(P, K)D^{-1}\|_\infty$ を最小化する H_∞ 最適制御問題を解いて K を求める。第2ステップとして K を固定し、凸最適化法により各周波数におけるμの上界を最小化するスケーリング値を求め、これらを任意の次数の安定・最小位相な有理関数で近似し、正則な D を求める。次に $F_l(P, K) := DF_l(P, K)D^{-1}$ として第1ステップに戻り、第1, 2ステップをμが十分小さくなるまで繰り返す。この

Fig. 4 Experimental set up

D-Kイタレーション法では大域的な最適解の存在は保証されないが、实际的に良好なパフォーマンスとロバスト性を有するコントローラが設計可能である。

4. 制御則設計

4.1 実験システム 実験用供試体として、図4に示すように直径5mmのステンレス中実丸棒から構成される長さ3mの三角形二次元ラーメン構造物を考える。供試体は、アルミニウム製の回転台座に供試体面が水平面に対し直角となるように設置されている。台座の一方の端はボールベアリングを組込んだ回転軸となっており、他方には伸縮するアクチュエータが取り付けられている。アクチュエータは、DCサーボモータとボールスクリューの組合せで構成され、モータの回転運動をボールスクリューにより並進運動に変換するもので、ここではモータスクリュー方式と呼ぶ。モータはエンコーダ信号をサーボドライバにフィードバックすることによって回転数制御され、外部指令信号電圧が回転数に対応するように構成されている。モータ回転数は、ボールスクリューを介してアクチュエータ変位速度となり、台座に回転角速度を与えるようになっている。センサとしては供試体取付部の両面に配置されたひずみゲージからの信号をシグナルコンディショナで増幅し、曲げモーメントを計測可能としている。制御用コントローラは、NEC製PC-98NAとDSP(Digital Signal Processor; CPUはTI製TMS320C30)の組合せで構成され、PC上で開発された制御系ソフトウェアはDSP上で実行される。また、DSPへの入出力は16ビットのA/D、D/A変換器を介して行われる。本実験では制御則演算は、1kHz(サンプリング時間1ms)で実行された。

本実験装置は、低減衰比で低周波大振幅の振動を制御する目的で製作された。実験装置の特徴は、モータスクリュー・アクチュエータにより角速度を入力し、

コロケート配置されたひずみゲージにより曲げモーメントを出力する1入力1出力システムであり、一般的な振動制御実験装置と入出力が反対になっている点である。

プラントモデルは、三角形ラーメン構造供試体をNASTRANプログラムにより状態方程式として求められた。プラントの曲げ・ねじりモードの固有振動数を表1に示すが、制御則設計用プラントモデルとしては曲げの一～二次モードを使用する。このとき、プラントモデルは、

$$y = G(s)u \quad \dots\dots\dots (26)$$

で与えられ、 u はモータスクリューアクチュエータによる角速度入力、 y はひずみゲージによる曲げモーメント出力である。ここで、供試体の振動モードの減衰比は全モードについて0.01と仮定した。また、アクチュエータの動特性は、単体の特性試験結果をもとに

$$G_{ac}(s) = 1/(s/100^2 + 0.46s/100 + 1)$$

とモデル化した。設計した制御則の解析用として、曲げの一～六次モードにアクチュエータモデルを追加したモデルを高次プラント $G_1(s)$ として使用する。

4.2 制御問題の設定 制御則設計の目的は、実験用柔軟構造物の曲げ一～二次モードに関するパワーフローを制御して振動減衰特性を増強するとともに、三次以上の曲げ振動モードおよびアクチュエータのモデル化誤差に対してロバスト安定なコントローラを設計することである。

制御性能に関する要求は、2章で示したように入力端外乱からプラント入力までの閉ループ伝達関数である感度関数にプラントのスペクトル因子 $G^*(s)$ を重み関数 $W_{pf}(s)$ として乗じた関数、すなわちパワーフローを最小にすることである。ロバスト性に関する要求は、プラントの曲げ三次モード以上の高次モードに対する乗法的な不確かさとモデリングで無視したアクチュエータの動特性に対する加法的な不確かさに関して安定性を保持することである。

Table 1 Plant mode characteristics

No.	Natural Frequency (rad/sec)	Model(*)
1	2.200	B
2	13.82	B
3	29.00	T
4	39.58	B
5	56.55	B
6	60.74	T
7	80.42	B
8	89.24	T
9	109.80	T
10	125.67	B

(*) B: Bending, T: Torsion

Fig. 5 Block diagram of control problem

Fig. 6 Weighting and uncertainty functions

Fig. 7 Interconnection structure for μ synthesis

設定された問題をブロック図として表現したものを図5に示す。ここで、性能要求であるパワーフローに関する重み関数は、

$$W_{pf}(s) = \alpha G_0^*(s), \quad \alpha = 5.0$$

と選択され、入力外乱に対する重み関数はローパスフィルタとして

$$W_d(s) = 1.0 / (s/100 + 1)$$

と選択される。また、プラントの乗法的不確かさに関する重み関数は、高次プラントモデル $G_1(s)$ を考慮して

$$W_{mt}(s) = (s^2 + s + 1) / (s^2 + 50s + 50^2)$$

アクチュエータの加法的な不確かさに関する重み関数は、アクチュエータの動特性を考慮して

$$W_{ac}(s) = (s^2 + 100s) / (s^2 + 100s + 100^2)$$

と選択される。図6に重み関数 $W_{pf}(s)W_d(s)$, $W_{mt}(s)$, $W_{ac}(s)$ および想定した不確かさ $\Delta_{mt}(s)$ と $\Delta_{ac}(s)$ の特異値線図を示す。ここで、 $W_{mt}(s)$ と $W_{ac}(s)$ はそれぞれ $\Delta_{mt}(s)$ と $\Delta_{ac}(s)$ を参考に選択した。

図5のブロック図は、μ 設計問題の枠組みとして図7のように LFT 表現で書き直すことができる。不確かさのブロック Δ_i ($i=1, 3$) は、すべてフルブロックで次元は 1×1 である。 Δ_1 はプラントの不確かさに関するブロック、 Δ_2 はアクチュエータの不確かさに関するブロック、 Δ_3 はパワーフローに関するブロックであ

Fig. 8 Mu-plots for D-scaling orders (0, 1, 2th)

Fig. 9 Mu-plots for DK-iteration (1st order D-scaling)

Fig. 10 Plant, controller, loop transfer functions

る。

4.3 制御則設計 4.2節の問題設定の下に D-K イタレーションによる μ 設計によってコントローラを設計する。まず、スケーリング行列の次数の影響をみるために、スケーリング行列の次数を零次(定数スケーリング)、一次、二次としたときの μ 値をプロットしたものを図8に示す。ここで、D-K イタレーションの回数は定数スケーリングでは3回、一次のスケーリングでは4回、二次では3回で μ 値は収束した。図8

Fig. 11 Predicted closed loop transfer function

Fig. 12 Dissipated power flow

より、 μ 値はスケーリング次数が零次より一、二次のほうが小さく、一次と二次とではあまり差がないことがわかる。次に、スケーリング次数を一次に固定したときの D-K イタレーションの回数による μ 値の変化を図 9 に示す。ここで、1 回めは H_∞ 制御に相当し、2~3 回めとピークの μ 値は低下し、4 回めは 3 回めとほとんど同じであることがわかる。

振動制御実験用の制御則として、スケーリング行列の次数が一次で D-K イタレーションの回数が 4 回のコントローラを μ 制御則として選択する。この理由は、図 8 よりスケーリング次数一次と二次では μ 値にほとんど差がなく、スケーリング次数が低いほど求められるコントローラの次数が低下するためである。 μ 制御則と高次プラントおよび一巡伝達関数の周波数特性を図 10 に示す。一巡伝達関数の一、二次モードのピークは十分に増幅され、三次モード以上も少し増幅されているが、ゲインは 0 db 未満である。閉ループシステムの伝達関数を開ループシステムと比較して図 11 に示すが、一〜二次モードのピークは大きく減ぜられ、良好な減衰特性が得られていることがわかる。閉ループシステムにおけるプラントで消散されるパワーフロー [式(9・c)で $S_{ww}(s)=1$ とした関数] を開ループシステムで消散されるパワーフロー [式(9・c)で $S_{ww}(s)=1$ とし、 $K(s)=0$ とした関数] からの差分として図 12 に示す。図 12 より一、二次モード近傍の周波数域でのパワーフロー消散が大きく、三次モード近傍でも若干の

Fig. 13 Experimental results; time response

Fig. 14 Experimental results; frequency response

Fig. 15 Experimental results; time response (with tip mass)

パワーフローの吸収があるが、それ以上の周波数ではほとんど変化がないことがわかる。

5. 実験結果

図 4 に示される実験装置に 4 章で設計された μ 制

御則を組み込み、振動制御実験を実施した結果について示す。

実験は、加振のためモータスクリュー・アクチュエータをプログラム入力により約0.5秒間、約1.7 deg (0.03 rad) ステップ変位させ、加振終了直後に制御を開始する方法で実施された。実験結果として、計測された供試体の回転台座への付根部での曲げモーメントとアクチュエータへのコマンド信号の時歴を開ループおよび H_∞ 制御則(D-K イタレーション1回め)の結果と比較して図13に示す。実装された制御則は、平衡化実現法により5次のコントローラに低次元化された。図13より H_∞ 制御則では、一〜二次モードの振動は良好に減衰しており、高次モードの不安定化も発生していない。 μ 制御則は、 H_∞ 制御則に比較して、より良好な振動制御性能を示していることがわかる。また、角速度コマンド信号の時歴での最初のパルス状の入力が加振信号であり、パルス入力の完了直後に制御が開始されている。閉ループシステムの周波数応答を開ループシステムと比較して図14に示すが、一〜二次モードのピークは大きく減ぜられ、三次モードのピークも若干減ぜられているが、四次モード以上は開ループシステムと同じである。また、図14の計測結果は図11の解析計算結果と良好な一致を示している。ここで、周波数応答の計測にはFFTアナライザ(Scientific Atlapla SD 390)を使用した。

さらに、ロバスト性を評価するため、実験供試体の先端にチップマス(170 g)を付加したケースに対する振動制御特性の時歴として図15に示す。図15より μ および H_∞ 制御則ともに、チップマスの付加による振動特性の変化にもかかわらずロバストで、チップマスなしの場合と同様の振動制御特性を示しており、 μ 制御則は H_∞ 制御則に比較して制御性能がかなり向上していることがわかる。

6. 結 言

ロバストなパワーフロー制御問題を μ 設計問題と

して設定し、実験システムに対して制御則を設計するとともに解析と実験によりその有効性を評価した。 μ 設計手法により求められた制御則は、優れたパワーフロー制御性能(振動制御性能)と良好なロバスト性を実現し、 H_∞ 制御則に比べても制御性能が格段に向上することが確認された。

文 献

- (1) von Flotow, A. H., *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **9**-4(1986), 462-468.
- (2) von Flotow, A. H., *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **9**-6(1986), 673-680.
- (3) Miller, D. W., ほか2名, *J. Sound and Vibration*, **140**-3(1990), 475-497.
- (4) Miller, D. W. and hall, S. R., *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **14**-2(1991), 350-359.
- (5) Miller, D. W. and von Flotow, A. H., *J. Sound and Vib.*, **128**-1(1989), 145-162.
- (6) MacMartin, D. G. and Hall, S. R., *Proc. of the AIAA G. N. C.* (1990), 1634-1644.
- (7) MacMartin, D. G. and Hall, S. R., *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **14**-3(1991), 521-530.
- (8) MacMartin, D. G. and Hall, S. R., *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **17**-2(1994), 361-369.
- (9) Kishimoto, Y. and Bernstein, D. S., *Proc. of the AIAA G. N. C.* (1993), 657-666.
- (10) Kishimoto, Y. and Bernstein, D. S., *Proc. of the A. C. C.* (1994), 1831-1835.
- (11) Lyon, R., *Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems : Theory and Applications*, (1975), The MIT Press.
- (12) 佐藤光政・ほか3名, 機論, **60**-580, C(1994), 51-58.
- (13) Doyle, J. C., *IEE Proc.*, **129** 6, Pt. D(1982), 242-250.
- (14) Fan, M. K., ほか2名, *IEEE AC-36*, 1(1991), 25-38.
- (15) Packard, A. K., ほか2名, *ASME J. of Dynamical Systems, Measurement, and Control*, **115** 2(B) (1993), 426-438.
- (16) Packard, A. K. and Doyle, J. C., *Automatica*, **29**-1(1993), 71-109.
- (17) Balas, G. J., ほか4名, *μ -Analysis and Synthesis Toolbox : User's Guide* (1993), MUSYN Inc.
- (18) Balas, G. J. and Doyle, J. C., *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, **17**-2(1994), 370-377.
- (19) Doyle, J. C., ほか3名, *IEEE AC-34*, 8(1989), 831-847.