能動騒音・振動制御による音響放射パワーの最小化* (ゼロ制御パワーと音響放射インピーダンスについて)

田中 信雄^{*1}, 菊島 義弘^{*1}, 黒田 雅治^{*1}

Acoustic Power Minimization by Active Noise and Vibration Control (On the Acoustic Radiation Impedance and Zero Control Power Output)

Nobuo TANAKA, Yoshihiro KIKUSHIMA and Masaharu KURODA

This paper deals with the acoustic power minimization problem from the viewpoint of an active noise and vibration control. This paper places a particular emphasis on the phenomenon in which the acoustic power output of the control source under optimal conditions always becomes zero. It is found that the acoustic radiation impedance at and around the control point source becomes reactive under the optimal condition, and hence power output of the control source results in null. It is also shown that the reactive acoustic intensity dominates even in the vicinity of the primary source in order to impede the sound radiation from its source. In active vibration control, the power flow in terms of a control force, applied directly to a vibrating structure in an effort to attenuate the radiated sound is found to be zero. Under the optimal condition for minimizing the total acoustic radiation power, the effect of the reactive sound field outweighs that of the active sound field significantly over the vibrating plate.

Key Words: Sound, Vibration, Acoustic Power, Active Vibration Control, Active Noise Control, Acoustic Intensity, Zero Control Power Output

1. 結 言

最近の機械設計法においては、これまで至上命題としていた高性能化・高効率化・低コスト化の追及に加えて、機械構造物の静粛性とその価値を支配する重要な設計因子となり、静粛性を考慮に入れた機械設計法の確立が要求されるようになってきている。

機械構造物の静粛性を阻害する最大の因子は、機械構造物が固体加振を受けた際に発する振動放射音である。この振動放射音を抑制するには基本的に2種類の能動制御法が存在し、一つはスピーカなどの二次音源を振動構造物近傍に付加し、音を音で制するアクティブ・ノイズ・コントロール法^{(1)~(3)}と、一つは振動放射音の元凶である構造振動を直接制御することで振動放射音の抑制を図る振動制御法^{(4)~(6)}である。

これらの能動制御法は、その適用が適正であれば著しい制御効果が期待できる反面、その導入時に常に問われるのは、コストの問題であろう。能動制御手法の適用対象がこれまでのコストを度外視した実験室レベルから、家電製品、自動車、航空機室内騒音問題への適用⁽⁷⁾⁽⁸⁾に見られる実用レベルに推移すると、制御効

果のみの追及は容認され難い状況にある。

能動制御手法とコストの問題とは、本来論及されるべき課題であるにもかかわらず、これまで表立って議論されることがなかった。なるほど現代制御理論においては、制御効果とエネルギー消費量のトレードオフの関係で最適制御則を導出する手順がとられてはいるが、それはシンギュラー問題を回避するための便法に過ぎず、陽な形でエネルギー消費を議論しているのではない。それでも、これまでの能動制御手法に関する研究を総括すると、磁気浮上系におけるゼロパワー制御⁽⁹⁾、エネルギー回収ダンパ⁽¹⁰⁾、音響放射音パワーの最小化におけるゼロ制御パワー⁽¹¹⁾など、制御エネルギーに着目した報告が散見され始めている。

著者らはこれまでに、能動制御手法を講ずることにより音響放射パワーの最小化を達成する最適条件下で、制御パワーが常に零となる興味深い現象を見出した⁽¹¹⁾。そこで本論文は、音響放射パワーを最小とする最適条件下における制御作用点近傍での音場特性に着目し、音響放射インピーダンスの観点より、制御パワーが零となる現象の解明を目的とする。まず、アクティブ・ノイズ・コントロール法の基本であるダイポールのケースを取り上げ、音響放射パワーが最小となる最適条件下では、制御点音源近傍における音響放射

* 原稿受付 1995年6月16日。

^{*1} 正員、工業技術院機械技術研究所(〒305 つくば市並木1-2)。

インピーダンスを解析することにより、当該音場がリアクティブ場になることでゼロ制御パワーが達成されることを明らかにする。ついで、モノポールによる振動平板の音響放射パワー抑制問題を取り上げ、最適条件下でのモノポールおよび振動平板近傍の音場特性を考察する。すなわち、粒子速度および音圧間位相差、およびアクティブ音響インテンシティとリアクティブ音響インテンシティ比を算出し、制御点近傍でリアクティブ音響インテンシティが支配的になることを明らかにする。最後に振動制御法の立場から、音響放射パワーの最小化問題に言及し、音響パワーが最小となる状態においては、対象平板に対し制御力によって注入されるパワーが零となることを示すとともに、この場合の平板近傍における音場特性がアクティブ場からリアクティブ場に推移することで、音響放射パワーの最小化が達成されることを明らかにする。

2. 音響放射パワー

二つの振動平板要素が図1に示すように配置され、一つは主音源、もう一つは制御音源として作用する場合を考えよう。制御音源内の任意点 $\mathbf{x}_c = (x_c, y_c)$ における速度を $v(\mathbf{x}_c)$ と表すと、 $v(\mathbf{x}_c)$ が主音源内の任意点 $\mathbf{x}_p$ に生成する音圧 $p_c(\mathbf{x}_p)$ は、次のように記述される。

$$p_c(\mathbf{x}_p) = \int_{s_c} v(\mathbf{x}_c) z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_p) d\mathbf{x}_c \quad (1)$$

ただし、 $z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_p)$ は $\mathbf{x}_c$ および $\mathbf{x}_p$ 間の音響インピーダンス、 s_c は制御音源の領域を表す。同様に、主音源内の任意点 $\mathbf{x}_p$ における速度 $v(\mathbf{x}_p)$ が、制御音源内の任意点 $\mathbf{x}_c$ に及ぼす音圧 $p_p(\mathbf{x}_c)$ も次式として記述される。

$$p_p(\mathbf{x}_c) = \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_p \quad (2)$$

さらに、制御音源および主音源内の速度が自身の領域における任意点に及ぼす音圧も、同じように次式のように定義できる。

Fig. 1 Primary source and control source in active control system

$$p_c(\mathbf{x}_c) = \int_{s_c} v(\mathbf{x}_c) z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_c \quad (3)$$

$$p_p(\mathbf{x}_p) = \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_p) d\mathbf{x}_p \quad (4)$$

また、制御音源の複素振幅(体積速度ないしは制御力に相当)を q_c とすると、制御音源内の速度 $v(\mathbf{x}_c)$ は、伝達関数 $z_v(\mathbf{x}_c)$ を用いて次のように記述できる。

$$v(\mathbf{x}_c) = q_c z_v(\mathbf{x}_c) \quad (5)$$

次に、音圧と平板構造物の表面速度が決まると、当該構造物より放射される音響パワーはレーリー積分を用いて算出⁽¹²⁾ することができる。したがって、主音源および制御音源双方より放射される全音響パワー P_{wt} は、制御音源および主音源より放射される音響パワー P_{wc} および P_{wp} の和として、次のように記述される。

$$P_{wt} = P_{wc} + P_{wp} \quad (6)$$

ただし、

$$P_{wc} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{s_c} v(\mathbf{x}_c) \{ p_c^*(\mathbf{x}_c) + p_p^*(\mathbf{x}_c) \} d\mathbf{x}_c \right] \quad (7)$$

$$P_{wp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) \{ p_c^*(\mathbf{x}_p) + p_p^*(\mathbf{x}_p) \} d\mathbf{x}_p \right] \quad (8)$$

ここで*とReは複素共役と複素数実数部を表す。

次に、式(1)～(5)を式(6)に代入して整理することにより、全音響放射パワー P_{wt} は q_c に関する二次形式として次式のように表される。

$$P_{wt} = q_c^* a q_c + \operatorname{Re} [b_1^* q_c] + \operatorname{Re} [q_c^* b_2] + c \quad (9)$$

ただし、

$$P_{wc} = q_c^* a q_c + \operatorname{Re} [b_1^* q_c] \quad (10)$$

$$P_{wp} = \operatorname{Re} [q_c^* b_2] + c \quad (11)$$

$$a = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{s_c} z_v^*(\mathbf{x}_c) \int_{s_c} z_v^*(\mathbf{x}_c) z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_c d\mathbf{x}_c \right] \quad (12)$$

$$b_1 = \frac{1}{2} \int_{s_c} z_v^*(\mathbf{x}_c) p_p(\mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_c \quad (13)$$

$$b_2 = \frac{1}{2} \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) \int_{s_c} z_v^*(\mathbf{x}_c) z_c^*(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_p) d\mathbf{x}_c d\mathbf{x}_p \quad (14)$$

$$c = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) p_p^*(\mathbf{x}_p) d\mathbf{x}_p \right] \quad (15)$$

3. 音響放射インピーダンス

3.1 ダイポールの場合(Case 1) アクティブ・ノイズ・コントロールの基本となるダイポール問題を考え、二つの点音源のうち、一つを主音源、他方を制御音源とする。周知のように、任意点 $\mathbf{x}$ における音響放射インピーダンス $z_a(\mathbf{x})$ は音圧と粒子速度の比として表される⁽¹¹⁾ ので、制御音源位置における音響放射イ

ンピーダンスは、式(3)および式(5)を用いて次のように記述することができる^{**1}。この場合、式(3)に見られる面積分は不要になるので算出が容易になる。

$$z_a(\mathbf{x}_c) = \frac{p_c(\mathbf{x}_c)}{v_c(\mathbf{x}_c)} = \frac{p_c(\mathbf{x}_c)}{q_c} \\ = z_c(\mathbf{x}_c|\mathbf{x}_c) + z_p(\mathbf{x}_p|\mathbf{x}_c) \frac{q_p}{q_c} \quad (16)$$

ただし、

$$z_c(\mathbf{x}_c|\mathbf{x}_c) = \frac{\omega \rho k}{4\pi} \quad (17)$$

$$z_p(\mathbf{x}_p|\mathbf{x}_c) = \frac{j\omega \rho}{4\pi d} e^{-jkd} \quad (18)$$

ここで、 ω 、 ρ 、 k 、 q_p 、 j および d は各々、角周波数、空気密度、波数、主音源の体積速度、虚数単位、およびダイポール間の距離を表す。さらに、音響放射パワーを最小とする条件⁽¹¹⁾ は次式で表される、

$$q_c = -\frac{1}{2a}(b_1 + b_2) = -q_p \cdot \text{sinc } kd \quad (19)$$

次に、式(17)～(19)を式(16)に代入し整理すると、制御点における音響放射インピーダンスは次式となる。

$$z_a(\mathbf{x}_c) = -j \frac{\omega \rho k}{4\pi} \cot kd \quad (20)$$

同様に、主音源における音響放射インピーダンスも次式のように導出できる。

$$z_a(\mathbf{x}_p) = \frac{\omega \rho}{4\pi} \left(k - \frac{\sin^2 kd}{kd^2} - j \frac{\sin kd \cdot \cos kd}{kd^2} \right) \quad (21)$$

ここで注目されたいのは、式(20)で記述された音響放

射インピーダンスは、純虚数となっている点である。すなわち、全音響パワーが最小となる場合は、制御音源において、音圧と粒子速度(体積速度)の位相差 ϕ が 90° となっているので、制御パワー P_w は次式よりゼロとなることがわかる。

$$P_{wc} = \frac{1}{2} \text{Re} [p(\mathbf{x}_c) v^*(\mathbf{x}_c)] = 0 \quad (22)$$

これに対し、主音源において音響放射インピーダンスが一般複素数で記述されているので、当該点での音響パワー P_{wp} は零とはならず次式の値をもち、これが最適条件下での全音響放射パワーと等価になる。

$$P_{wp} = \frac{1}{2} \text{Re} [p(\mathbf{x}_p) v^*(\mathbf{x}_p)] \\ = \frac{\omega \rho (k^2 d^2 - \sin^2 kd)}{8\pi k d^2} |q_p|^2 \quad (23)$$

次に数値解析例を通して、音源近傍における音場特性を調べよう。図2は、対象周波数を 340 Hz、主音源および制御音源位置をおのおの $\mathbf{x}_p = (0.48 \text{ m}, 0)$ 、 $\mathbf{x}_c = (0.52 \text{ m}, 0)$ とした場合の、平面 $z = 0.01 \text{ m}$ ($z/\lambda = 0.01$; λ : 波長)における音響放射インピーダンスの位相分布を示している。なお本論文では、音響インテンシティの正負を決定する z 軸方向の粒子速度に対して位相 ϕ を算出している。また、図3はこれら二つの点音源を通る平面 $y = 0$ における位相分布を示したもので、この図より、非制御状態では、主音源直上での位相 ϕ が 86° とリアクティブ場に近づいているが、主音源の位置から離れるに従い、リアクティブな場からアクティブな場へ変遷していることがわかる。ちなみに、音響放射インピーダンスの位相 ϕ が 0° または 180° の場合が完全なアクティブ場、 $\pm 90^\circ$ の場合が完全なリアクティブ場である。また、音響インテンシティの定義⁽¹⁴⁾より、 $|\phi| < 90^\circ$ の場合は正のアクティブインテンシティ、 $|\phi| > 90^\circ$ の場合は負のアクティブインテンシ

Fig. 2 Phase distribution of acoustic radiation impedance in three dimensions (Case 1) ($z = 0.01 \text{ m}$; $z/\lambda = 0.01$)

Fig. 3 Phase of acoustic radiation impedance (Case 1) ($y = 0 \text{ m}$; $z/\lambda = 0.01$)

^{**1} 任意点 $\mathbf{x}$ の位置により、比音響インピーダンス、音響インピーダンス、放射インピーダンスなどの用語を使い分ける場合もある⁽¹³⁾が、本論文では統一して音響放射インピーダンスの用語を使用する。

ティが発現する。

図4はリアクティブ音響インテンシティとアクティブ音響インテンシティの絶対値の比を三次元表示したもので、非制御状態では主音源近傍でインテンシティ比が約16と高い値を呈し、その点を離れるとインテンシティ比が激減し、リアクティブ場およびアクティブ場が共存する状態となる。一方、音響放射パワーが最小となる最適条件下においては、非制御状態に比べて音響放射インピーダンスの位相 ϕ が 90° 近くになる領域が圧倒的に増大し、二つの点音源近接音場をリアクティブな音場に変え、音の放射を抑制していることが理解できる。また、図4が示すように、制御音源近傍においては、リアクティブインテンシティが完全に支配し、音が放射不能な状態を造り上げている。

3・2 モノポールにより振動放射音パワーを抑制する場合(Case 2) モノポールにより、無限大バフル内に埋め込まれた振動平板より放射する音響パワーの抑制問題を考えよう。まず、モノポール設置点における音圧は、式(1)および(3)を加算することで次式のように記述できる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_c) &= p_c(\mathbf{x}_c) + p_c(\mathbf{x}_p) \\ &= \int_{s_c} v(\tilde{\mathbf{x}}_c) z_c(\tilde{\mathbf{x}}_c | \mathbf{x}_c) d\tilde{\mathbf{x}}_c \\ &\quad + \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_p \\ &= q_c z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_c) + \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_p \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (24)$$

すると、制御点における音響放射インピーダンス $z_a(\mathbf{x}_c)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} z_a(\mathbf{x}_c) &= \frac{p(\mathbf{x}_c)}{q_c} \\ &= z_c(\mathbf{x}_c | \mathbf{x}_c) + \frac{1}{q_c} \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_p \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

さらに、最適体積速度 q_c は

$$q_c = - \frac{2}{k} \int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) \frac{\sin kr}{r} d\mathbf{x}_p \quad \dots\dots\dots (26)$$

として記述できる⁽¹¹⁾。ここで r は平板内任意点 $\mathbf{x}_p$ とモノポール間の距離である。また、式(25)に含まれる音響インピーダンス $z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c)$ は次式で記述される。

$$z_p(\mathbf{x}_p | \mathbf{x}_c) = \frac{j\omega\rho}{4\pi r} e^{-jkr} \quad \dots\dots\dots (27)$$

式(26)、(27)を式(25)に代入し整理すると、モノポール点における音響放射インピーダンスは次式となる。

$$z_a(\mathbf{x}_c) = -j \frac{\omega\rho k}{4\pi} \frac{\int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) \frac{\cos kr}{r} d\mathbf{x}_p}{\int_{s_p} v(\mathbf{x}_p) \frac{\sin kr}{r} d\mathbf{x}_p} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式(28)は明らかに純虚数であることから、ダイポールの場合と同様に、モノポールによって振動平板より放射する音響パワーを最小とする場合の、制御点における音圧・粒子速度間の位相差 ϕ は 90° となることがわかる。したがって、制御パワーは零となる。

次に数値解析例の視点より、制御点近傍および振動平板近傍における音響放射インピーダンスを調べる。なお、平板は前報⁽¹¹⁾同様、縦0.88 m、横1.8 m、肉厚9 mmの非減衰単純支持鋼製平板とし、(1,3)モード周波数(89 Hz)で励振されているものとする。また、制

Fig. 4 Ratio of reactive to active acoustic intensities in three dimensions (Case 1)
($z=0.01$ m; $z/\lambda=0.01$)

Fig. 5 Phase distribution of acoustic radiation impedance in three dimensions (Case 2)
($z=0.388$ m; $\delta z/\lambda=0.01$)

御用のモノポールは、平板中央点より鉛直方向に $z=0.35$ m だけ離れた位置に設定されているものとする。

図5は、モノポール設定位置よりさらに z 方向に $\delta z=3.382$ cm ($\delta z/\lambda=0.01$) だけ移動させた位置での、平板に平行な平面における音響放射インピーダンス(比音響インピーダンスと呼ぶ場合⁽¹³⁾もある)の位相を三次元表示したものである。また図6には、平面 $x=0.44$ m でその位相分布をカットして得た位相線図を示している。双方の図を併用して参照されたい。これらの図より明らかなように、非制御状態での位相は、およそ $45^\circ\sim 135^\circ$ の範囲に存し、アクティブ、リアクティブ場が共存状態にあるのに対し、最適条件下では位相がほぼ $\pm 90^\circ$ となっており、モノポール近傍ではリアクティブ場が支配し、その結果制御パワーが零となっている。

図7には、リアクティブ・アクティブ音響インテン

シティ比が示されている。ここで、最適条件下でのインテンシティ比は50を上限として描かれている点に注意されたい。図7から見ても明らかなように、非制御状態においては、アクティブインテンシティがリアクティブインテンシティを凌ぐ状態となっているが、最適条件下では逆にリアクティブインテンシティが圧倒的にアクティブインテンシティを上回り、殊にモノポール近傍では完全なリアクティブな場になっており、その結果、ゼロ制御パワーが実現されている。

次に振動平板近傍での音響放射インピーダンスを考察しよう。図8は $z=3.82$ cm ($z/\lambda=0.01$) における音響放射インピーダンスの三次元位相図、また図9は図6と同一条件で得た位相線図である。まず、(1,3)モードの影響を受けている位相分布より、音響インテンシティの正負を知ることができる。非制御状態においては、

Fig. 6 Phase of acoustic radiation impedance (Case 2) ($x=0.44$ m; $\delta z/\lambda=0.01$)

Fig. 7 Ratio of reactive to active acoustic intensities in three dimensions (Case 2) ($z=0.388$ m; $\delta z/\lambda=0.01$)

Fig. 8 Phase distribution of acoustic radiation impedance in three-dimensions (Case 2) ($z=0.0382$ m; $z/\lambda=0.01$)

Fig. 9 Phase of acoustic radiation impedance (Case 2) ($x=0.44$ m; $z/\lambda=0.01$)

3分割された領域の内、左右の領域で位相絶対値が90°以下となり、中央部分では90°以上となっていることから、左右の領域から音響インテンシティが吹出し(正のインテンシティ)、中央領域が吸込み状態(負のインテンシティ)にある。また、非制御状態における位相(図9参照)をみると、3分割された領域の内、90°に最も近い位相値は、左右部で78°、中央部で105°となっていることから、左右部のほうが中央部より若干リアクティブな傾向が強い。

さて、モノポールにより全音響パワーを最小とする最適状態では、図9より明らかなように、いま対象としている領域のほぼ全域にわたって、音響放射インピーダンスの位相が90°近くに押し込められており、リアクティブ場が実現されている。さらに、非制御状態では平板近傍を3分割して正負の音響インテンシティが発現していたが、制御を講ずることにより、負の成分がなくなり、平板全体が音響インテンシティを吹出す状態に変化している。この場での音響インテンシティ比を示したのが図10であり、図7同様に、この場合も上限を50として描かれている点に注意されたい。非制御状態においては、3分割された領域のうち、中でも、とりわけ中央部分でのインテンシティ比が卓越している。これは、モノポールの近接度からして、平板左右のノーダルエリアよりも中央のノーダルエリアのほうに、その影響が強く現れたものと考えられる。これに対して、非制御状態においては、左右部の領域が中央部よりリアクティブの傾向が強いことは、前述の位相情報より知り得たが、音響インテンシティ比をみて

も、その影響が現れており、左右の山および中央の山の高さの最大値が、おのおの4.7と3.8となっている。

このように、アクティブ・ノイズ・コントロール法は、音響放射パワーに寄与することのないリアクティブインテンシティによって振動平板近傍を支配させ、音の放射不能状態を造り上げることによって、音響パワーの抑制を遂行している。

3・3 振動制御により振動放射音パワー抑制を抑制する場合(Case 3) 振動制御手法による平板振動の放射音パワー最小化問題を考える。制御音源が主音源と独立していたCase 1およびCase 2の場合とは異なり、この場合は、図1に示す主音源と制御音源がドッキングする形となる。そこで、ここではまず振動放射音パワーを最小化する制御則を導出することから始める。

平板内の任意点 $\mathbf{x}$ における速度 $v(\mathbf{x})$ は

$$v(\mathbf{x}) = \varphi^T(\mathbf{x})\{\mathbf{z}_{vp}f_p + \mathbf{z}_{vc}f_c\} \quad \cdots \cdots \cdots (29)$$

として記述⁽¹²⁾できる。ここで、 f_p , f_c は外力および制御力、 $\varphi(\mathbf{x})$ は固有関数ベクトル、 $\mathbf{z}_{vp}$, $\mathbf{z}_{vc}$ は外乱作用点 $\mathbf{x}_p$ および制御力作用点 $\mathbf{x}_c$ から速度モードベクトル間の伝達関数ベクトル⁽¹²⁾である。また、平板内の任意点 $\mathbf{x}$ における音圧 $p(\mathbf{x})$ は次式で表される。

$$p(\mathbf{x}) = \int_s v(\tilde{\mathbf{x}})z(\tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\tilde{\mathbf{x}} \quad \cdots \cdots \cdots (30)$$

次に、式(29)、(30)を式(6)に代入することにより振動平板が放射する音響パワー P_a を得る。すなわち、

$$P_a = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_s v(\mathbf{x})p^*(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right] \\ = f_c^* \bar{a} f_c + \operatorname{Re} [\bar{b}_1^* f_c] + \operatorname{Re} [f_c^* \bar{b}_2] + \bar{c} \quad \cdots \cdots (31)$$

ただし、

$$\bar{a} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_s \mathbf{z}_{vc}(\mathbf{x}) \int_s \mathbf{z}_{vc}^*(\tilde{\mathbf{x}})z(\tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\tilde{\mathbf{x}}d\mathbf{x} \right] \quad \cdots \cdots \cdots (32)$$

$$\bar{b}_1 = \frac{1}{2} f_p \int_s \mathbf{z}_{vc}^*(\mathbf{x}) \int_s \mathbf{z}_{vp}(\tilde{\mathbf{x}})z(\tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\tilde{\mathbf{x}}d\mathbf{x} \quad \cdots \cdots (33)$$

$$\bar{b}_2 = \frac{1}{2} f_p \int_s \mathbf{z}_{vp}(\mathbf{x}) \int_s \mathbf{z}_{vc}^*(\tilde{\mathbf{x}})z^*(\tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\tilde{\mathbf{x}}d\mathbf{x} \quad \cdots \cdots \cdots (34)$$

$$\bar{c} = \frac{1}{2} f_p f_p^* \operatorname{Re} \left[\int_s \mathbf{z}_{vp}(\mathbf{x}) \int_s \mathbf{z}_{vp}^*(\tilde{\mathbf{x}})z^*(\tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{x})d\tilde{\mathbf{x}}d\mathbf{x} \right] \quad \cdots \cdots \cdots (35)$$

ここで、式(31)で記述された音響放射パワーは式(9)と同一形式で表されるので、全音響放射パワーを最小とする最適フィードフォワード制御力は次式⁽¹¹⁾となる。

$$f_c = -\frac{1}{2\bar{a}}(\bar{b}_1 + \bar{b}_2) = g_f f_p \quad \cdots \cdots \cdots (36)$$

Fig. 10 Ratio of reactive to active acoustic intensities in three-dimensions (Case 2)
($z=0.0382\text{ m}$; $z/\lambda=0.01$)

ここで、 g_f は最適フィードフォワードゲインを表す。

次に、式(36)で導出された制御力 f_c について吟味しよう。まず、式(36)の分母に当たる式(32)は、その定義より実数となる。一方、分子に当たる $(\tilde{b}_1 + \tilde{b}_2)$ の項の内、 $z_{vc}(x)$ および $z_{vp}(x)$ は純虚数⁽¹²⁾、 $z(\tilde{x}|x)$ は複素数であることを考慮すると、式(33)と式(34)を加算することにより、最適フィードフォワードゲイン g_f は実数となる。ここで特筆すべきことは、『振動平板より放射する音響パワーを最小化する最適フィードフォワード制御力と外力との位相差は、同相あるいは逆相である』という点である。

さて、制御に伴い平板に注入されるパワーフロー P_f は、次式で表される。

$$P_f = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [v(x_c) f_c^*(x_c)] \quad \dots\dots\dots (37)$$

次に、式(37)に式(29)および式(36)を代入し、かつ固有関数ベクトル $\varphi(x)$ は実数ベクトル、 $z_c(x)$ および $z_p(x)$ は純虚数ベクトルである⁽¹²⁾ という性質を導入することにより、パワーフロー P_f は次式に展開するように零となる。

$$\begin{aligned} P_f &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\varphi^T(x_c)(z_p g_f f_p + z_c f_c) f_c^*] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\varphi^T(x_c)(z_p g_f f_p f_p^* + z_c f_c f_c^*)] \\ &= 0 \quad \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

すなわち、振動平板より放射される音響パワーを最小とする最適フィードフォワード制御力を作用させる場合、制御点より平板に注入される制御パワー P_f は零となる。

次に数値解析の立場から振動平板近接音場の特性を考察しよう。なお、前報⁽¹¹⁾の数値解析結果と照合するように、ここでも対象平板は前報同様の仕様を用いることとし、外乱 ($x=0.645$ m, $y=1.451$ m) の1 Nの正弦波力で(1, 3)モードを励起し、制御力は平板中心に対して外乱作用点の点対称の位置に作用するものとする。

図11は $z=3.82$ cm ($z/\lambda=0.01$) における音響放射インピーダンスの位相分布、また図12は平面 $x=0.44$ m でその位相分布をカットして得た位相線図である。図11, 12より明らかなように、非制御状態では、平板の中央1/3を占める領域に負の音響インテンシティが

Fig. 11 Phase distribution of acoustic radiation impedance in three dimensions (Case 3) ($z=0.0382$ m; $z/\lambda=0.01$)

Fig. 12 Phase distribution of acoustic radiation impedance (Case 3) ($x=0.44$ m; $z/\lambda=0.01$)

Fig. 13 Ratio of reactive to active acoustic intensities in three dimensions (Case 3) ($z=0.0382$ m; $z/\lambda=0.01$)

発現していたが、最適制御を講ずることにより、平板近接音場のほとんどの領域で位相 ϕ がフラットとなり、またその絶対値が 90° 未満であることから、正の音響インテンシティに転じている。また、外乱および制御力の作用点近傍では、その位相状態からして、音響インテンシティが吸込み状態にあることがわかるが、前報⁽¹¹⁾に示されている音響インテンシティ分布と照合すると明かなように、その値は僅少にすぎず、平板全体が音響インテンシティを吹出す状態になっている。

また、図 13 は $z=3.382\text{ cm}(z/\lambda=0.01)$ でのインテンシティ比を表している。最適制御を講ずることで、非制御状態と比較して、平板上全域にわたりインテンシティ比が増大しており、とりわけ平板中央部でその影響が強く現れている。また、平板中心部付近を x 軸に対し斜めに沿って、インテンシティ比が大きく跳躍しているが、この箇所は振動応答におけるノードラインに当たり、アクティブおよびリアクティブインテンシティのレベルがそのライン上で非常に小さくなるため、アクティブ成分の微小な変動が拡大されこのような結果となる。

4. 結 言

本論文は、音響放射パワーを最小化する最適条件下において、制御パワーが常に零となる現象に着目し、この現象を音響放射インピーダンスの観点より解明した。まず、アクティブ・ノイズ・コントロールの基本となるダイポール問題を取り上げ、全音響放射パワーを最小とする制御点において、音響放射インピーダンスの位相が 90° となることを証明した。また、最適制御

状態では、ダイポール近傍がリアクティブ場によって包囲され、音が放射し難い状況を生成していることが明らかにされた。次に、モノポールによる平板振動放射パワー抑制問題に移り、音響パワーを最小とする条件では、モノポール点での音響放射インピーダンスが純虚数として記述され、音圧・粒子速度間位相差が 90° となることで、ゼロ制御パワーが達成されていることを示した。さらに、振動制御の立場から音響パワー抑制問題をアプローチし、振動放射音響パワーを最小とする最適条件下では、制御点より構造物内に注入されるパワーフローが零となることを立証した。この場合の音響インテンシティ分布を調べると、平板近傍ではゼロパワーインテンシティと呼ばれるリアクティブ成分が増大し、音の放射を抑えている。

文 献

- (1) Lueg, P., *German Patent*, No. 655508, (1933).
- (2) Deffayet, C. and Nelson, P. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, **84** 6(1988), 2192-2199.
- (3) Song, L., ほか 2 名, *J. Acoust. Soc. Am.*, **89** 6(1991), 2786-2793.
- (4) Fuller, C. R., *J. Sound Vib.*, **136** 1(1991), 1-15.
- (5) Meirovitch, L. and Thangitham, S., *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, **112**(1991), 237-244.
- (6) 田中信雄・ほか 2 名, *機論*, **57** 537, C(1991), 94-101.
- (7) 長安克芳・ほか 6 名, *機講論*, No. 910-17(1991-3), 182-184.
- (8) 中路義晴・ほか 2 名, *機講論*, No. 910-52(1991-9), 301-306.
- (9) 森下明平・小豆沢照男, *電学論*, **108**-5, D(1988), 447-454.
- (10) 原田秀行・ほか 4 名, *機講論*, No. 95-1(1995-3), 549-550.
- (11) 田中信雄・ほか 3 名, *機論*, **59** 569, C(1994), 86-93.
- (12) 田中信雄・ほか 3 名, *機論*, **59** 567, C(1993), 210-217.
- (13) 早坂寿雄・吉川昭吉郎, *音響振動論*, (1976), 469, 丸善.
- (14) Tichy, J., *J. Acoust. Soc. Am.*, **82** 1(1987), 17-29.