確率ファジィ制御*
(第1報, 理論導出)渡 辺 桂 吾^{*1}Stochastic Fuzzy Control
(1st Report, Theoretical Derivation)

Keigo WATANABE

A stochastic fuzzy control is proposed by applying the stochastic control theory, instead of using conventional fuzzy reasoning. We first solve a control problem of one-step predicted output tracking for linear stochastic systems. We then derive a dynamic multiple model adaptive control (MMAC) for the initial data distribution, given the uncertainties of the initial states. We further consider a static MMAC that can be applied to the case of completely unknown plants. It is shown that a stochastic fuzzy control has some Gaussian potential functions as membership functions and can assign some a priori probabilities to the fuzzy sets or to the control rules, if the probability density function with respect to the output error is replaced by a simple characteristic function. It is also clarified that the stochastic fuzzy control becomes a conventional fuzzy control by assuming that all of the a priori probabilities are equal at any control instant.

Key Words: Fuzzy Set Theory, Optimal Control, Adaptive Control, Hypothesis, Multiple Model, Predictive Output Feedback Control, Static Model, Stochastic Control

1. 緒 言

ファジィ制御は, その制御アルゴリズムを if-then 形式の言語表現で記述することから, 厳密な数学モデルを作る必要がなく, しかも線形システムのみならず非線形システムにも容易に適用できることから, 実用的な制御方法として注目されている^{(1),(2)}. また, 最近では, 通常ファジィ制御器の設計上の試行錯誤を軽減化するために, ニューラルネットを利用したニューロ・ファジィ(またはファジィ・ニューラルネットワーク)制御器も種々研究されている^{(3)~(6)}. このように, 現在制御器として利用されている非学習型あるいは学習型ファジィ制御器のほとんどすべてのものは, いわゆるマムダニの min-max-重心法^{(7),(8)}や関数型推論法⁽⁹⁾, あるいは簡略化型推論法^{(10),(11)}のようなファジィ推論に基づいたものである.

しかしながら, 従来のファジィ制御法は, その現場での有効性に関する社会的注目度とは裏腹に, 制御理論との結びつきが非常に弱いことから, 従来より制御理論家から色々と批判を受けてきたし, また現在でもその傾向は少なからず残っている. このような観点から, より制御理論との整合性がとれ, しかも実用的ファジィ制御器設計法や解析手法を提供する, 別の視点に立ったファジィ制御法を考えることは非常に意義深いと思われる.

本論文では, 従来のようなファジィ推論を用いるのではなく, 確率制御理論をベースにしたファジィ制御法を

新たに展開する. ここでは, それを「確率ファジィ制御」と呼ぶことにする. まず, 線形の動的確率システムに対する1段出力予測追従制御問題を考える. この制御問題では, カルマンフィルタで出力予測追従偏差を得, その予測追従偏差をフィードバック制御則とするときの制御ゲインは行列最大原理を用いてパラメータ最適化問題として解ける. 次に, このシステムにおいて, 初期状態値が不確定とし, そのデータ分布に関する仮説を扱う動的多重モデル適応制御を考える. また, 完全未知プラントを制御対象とする場合, その動的多重モデル適応制御法でのモデルを静的に設定する静的多重モデル適応制御を考察する. このとき, 出力偏差に関する密度関数を単に特性関数に変形することから, ガウシアンポテンシャル関数をメンバシップ関数とし, しかもメンバシップ関数(あるいは制御ルール)に事前確率を割り当てた確率ファジィ制御を導出する. さらに, その確率ファジィ制御は, メンバシップ関数(あるいは制御ルール)に割り当てられた先験確率を各時刻で強制的に等確率に設定することで, ポテンシャル型メンバシップ関数からなる一種の従来型のファジィ制御となることを示す.

以下では, まず1段出力予測追従制御問題を考える. 次に, 初期状態値に関する動的多重モデル適応制御を考え, さらに静的多重モデル適応制御について述べる. 最後に, 確率ファジィ制御について説明する.

2. 1段予測型出力フィードバック制御

ここでは, 制御対象は完全に既知な線形確率システム

* 原稿受付 1995年3月6日.

^{*1} 正員, 佐賀大学理工学部(〒840 佐賀市本庄町1).

とし次式のように記述されるとする。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Lw(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (2)$$

但し, $x(k) \in \mathcal{R}^n$ (状態ベクトル), $u(k) \in \mathcal{R}^p$ (制御入力ベクトル), $w(k) \in \mathcal{R}^q$ (システム雑音), $v(k) \in \mathcal{R}^m$ (観測雑音) および $y(k) \in \mathcal{R}^m$ (観測ベクトル) とする。ここで, $\{w(k), v(k)\}$ は $k = 0, 1, \dots$ で互いに独立な零平均白色正規雑音とし, それぞれ共分散 Q, R を持つとする。また, 初期状態ベクトル $x(0)$ は平均 $\bar{x}_0$ で共分散 P_0 の正規分布に従う, つまり $x(0) \sim N(\bar{x}_0, P_0)$ とし, $\{w(k), v(k)\}$ と独立とする。システム (1), (2) に対して, 目標モデルを

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B u_d(k) \quad (3)$$

$$y_d(k) = C x_d(k) \quad (4)$$

のように設定する。ここで, A_d は安定行列で, $x_d(-1)$ は既知とし, $\{u_d(k)\}$ は零平均目標入力ベクトルであり, 共分散 U_d を持つとし, $y(k)$ のデータ集合を $\mathcal{Y}_k \triangleq \{y(0), \dots, y(k)\}$ としておく。

いま, システム (1) の状態は直接測定できないので, その推定値 $\hat{x}(k) \triangleq E[x(k) | \mathcal{Y}_{k-1}]$ を以下の 1 段予測カルマンフィルタ (プレディクタ) で推定する。

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + K(k)\nu(k) + Bu(k) \\ \hat{x}(0) &= \bar{x}_0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\nu(k) = y(k) - C\hat{x}(k) \quad (6)$$

但し, $E[\cdot]$ は数学的期待値とし, フィルタゲイン $K(k)$ は正定対称な $P(k)$ 行列を用いて

$$K(k) = AP(k)C^T[CP(k)C^T + R]^{-1} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P(k+1) &= AP(k)A^T - AP(k)C^T[CP(k)C^T \\ &\quad + R]^{-1}CP(k)A^T + LQL^T \\ P(0) &= P_0 \end{aligned} \quad (8)$$

で計算する。目標モデルの状態値とシステムの予測状態値の誤差を

$$\hat{z}(k) \triangleq x_d(k) - \hat{x}(k) \quad (9)$$

とするとき, この $\hat{z}(k)$ は

$$\begin{aligned} \hat{z}(k+1) &= A\hat{z}(k) + \tilde{A}x_d(k) - K(k)\nu(k) - Bu^*(k) \\ \hat{z}(0) &= x_d(0) - \bar{x}_0 \end{aligned} \quad (10)$$

に従う。ここで,

$$\tilde{A} = A_d - A$$

$$u^*(k) = u(k) - u_d(k)$$

とする。また, 目標出力偏差として

$$\begin{aligned} e(k) &\triangleq y_d(k) - y(k) = y_d(k) - C\hat{x}(k) - \nu(k) \\ &= \hat{e}(k) - \nu(k) \\ &= C\hat{z}(k) - \nu(k) \end{aligned} \quad (11)$$

を, さらに目標出力予測偏差を

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &\triangleq y_d(k) - C\hat{x}(k) \\ &= C\hat{z}(k) \end{aligned} \quad (12)$$

と定義しておく。ここで, 式 (11) の関係より式 (6) のイノベーション過程 $\nu(k)$ は新たに

$$\nu(k) = -[e(k) - C\hat{z}(k)] \quad (6')$$

と表現できることを注意しておく。

さて, 目標出力予測偏差を利用した出力フィードバック則として

$$\begin{aligned} u^*(k) &= G(k)\hat{e}(k) \\ &\equiv G(k)C\hat{z}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

を採用する。ここで, $G(k)$ は出力フィードバック制御ゲインであり, 次の評価関数を最小にすることから求められる。

$$\begin{aligned} J = E \left\{ \|\hat{z}(k_N)\|_{Q_c(k_N)}^2 + \sum_{k=0}^{k_N-1} \|\hat{z}(k)\|_{Q_c(k)}^2 \right. \\ \left. + \|u^*(k)\|_{R_c(k)}^2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで, k_N は最終時刻を示し, $Q_c(\cdot) \geq 0$ と $R_c(\cdot) > 0$ は対称な重み行列とする。いま, $\hat{Z}(k) \triangleq E[\hat{z}(k)\hat{z}^T(k)]$ を定義し, 式 (13) の関係を用いると, この J は

$$\begin{aligned} J &= \text{tr}[Q_c(k_N)\hat{Z}(k_N)] + \sum_{k=0}^{k_N-1} \text{tr}[Q_c(k)\hat{Z}(k) \\ &\quad + C^T G^T(k) R_c(k) G(k) C \hat{Z}(k)] \end{aligned} \quad (15)$$

と書ける。但し, $\hat{Z}(k)$ は式 (10) から

$$\begin{aligned} \hat{Z}(k+1) &= [A - BG(k)C]\hat{Z}(k)[A - BG(k)C]^T \\ &\quad + K(k)[CP(k)C^T + R]^{-1}K^T(k) \\ &\quad + \tilde{A}X_d(k)\tilde{A}^T \\ \hat{Z}(0) &= [x_d(0) - \bar{x}_0][x_d(0) - \bar{x}_0]^T \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで, $X_d(k) \triangleq E[x_d(k)x_d^T(k)]$ は

$$\begin{aligned} X_d(k+1) &= A_d X_d(k) A_d^T + B U_d B^T \\ X_d(0) &= x_d(0) x_d^T(0) \end{aligned} \quad (17)$$

である。従って、 J を最小にする制御ゲイン $G(k)$ を求める問題は、行列最大原理を用いて解ける⁽¹²⁾。

ハミルトニアンは

$$\begin{aligned}\mathcal{H} &= \text{tr}[(Q_c + C^T G^T R_c G C) \hat{Z}] \\ &\quad + \text{tr}[(A - BGC) \hat{Z} (A - BGC)^T + K(CPC^T + R)^{-1} K^T + \tilde{A} X_d \tilde{A}^T] \Lambda^T] \\ &= \text{tr}[Q_c \hat{Z} + A \hat{Z} A^T \Lambda^T + K(CPC^T + R)^{-1} K^T \Lambda^T \\ &\quad + \tilde{A} X_d \tilde{A}^T \Lambda^T] \\ &\quad + \text{tr}[C^T G^T R_c G C \hat{Z} + BGC \hat{Z} (BGC)^T \Lambda^T \\ &\quad - \{A \hat{Z} (BGC)^T + BGC \hat{Z} A^T\} \Lambda^T] \quad (18)\end{aligned}$$

であるから、必要条件は

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial G} &= R_c G C \hat{Z} C^T + (C^T G^T R_c)^T (C \hat{Z})^T \\ &\quad + B^T \Lambda BGC \hat{Z}^T C^T + B^T \Lambda^T BGC \hat{Z} C^T \\ &\quad - B^T \Lambda^T A \hat{Z} C^T - B^T \Lambda A \hat{Z}^T C^T \\ &= 2R_c G C \hat{Z} C^T + 2B^T \Lambda BGC \hat{Z} C^T - 2B^T \Lambda A \hat{Z} C^T \\ &= 2[R_c + B^T \Lambda B] G C \hat{Z} C^T - 2B^T \Lambda A \hat{Z} C^T = 0 \quad (19)\end{aligned}$$

となる。但し、上式で $Q_c(k)$, $R_c(k)$, $G(k)$, $K(k)$, $P(k)$, $X_d(k)$, $\hat{Z}(k)$ および $\Lambda(k+1)$ の時間変数 k は省略し、任意の行列 A, X, B について、

$$\frac{\partial \text{tr}(AXB)}{\partial X} = A^T B^T, \quad \frac{\partial \text{tr}(AX^T B)}{\partial X} = BA$$

なる関係を用いた。従って、 $G(k)$ は

$$\begin{aligned}G(k) &= [R_c(k) + B^T \Lambda(k+1) B]^{-1} B^T \Lambda(k+1) \\ &\quad \times A \hat{Z}(k) C^T [C \hat{Z}(k) C^T]^{-1} \quad (20)\end{aligned}$$

のようになる。但し、 $\Lambda(k+1)$ は

$$\begin{aligned}\Lambda(k) &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \hat{Z}(k)} \\ &= Q_c + A^T \Lambda(k+1) A + (GC)^T R_c G C \\ &\quad + (BCG)^T \Lambda(k+1) BGC - A^T \Lambda(k+1) BGC \\ &\quad - (BGC)^T \Lambda(k+1) A \quad (21)\end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned}\Lambda(k) &= [A - BG(k)C]^T \Lambda(k+1) [A - BG(k)C] \\ &\quad = Q_c(k) + [G(k)C]^T R_c(k) G(k) C \\ \Lambda(N) &= Q_c(N) \quad (22)\end{aligned}$$

の解とする。

図1と図2には1段予測型出力フィードバック制御システムのブロック線図を示してある。但し、図1は $\hat{x}(k)$ を発生する式(5)のカルマンフィルタを、また図2は $\hat{z}(k)$

Fig. 1 One-step predicted output error feedback control system, when used a Kalman filter generating $\hat{x}(k)$

Fig. 2 One-step predicted output error feedback control system, when used a Kalman filter generating $\hat{z}(k)$

を発生する式(10)のカルマンフィルタを、それぞれ利用している。

3. 初期データ分布に関する多重モデル適応制御

ここでは、初期データ $x(0)$ が未知の仮定の下に、その平均値と共分散に関する仮説を扱う多重モデル適応制御を考える。いま、 M 個の仮説 $H_i, i = 1, \dots, M$ を

$$H_i: x(0) \text{ の平均値が } \bar{x}_0^i \text{ で共分散が } P_0^i$$

として導入する。

3.1 非定常解 上記の仮説に関する多重モデル適応制御の非定常解は

$$\begin{aligned}u^*(k) &= \sum_{i=1}^M G_i(k) \hat{e}_i(k) p(H_i|k) \\ &= \sum_{i=1}^M G_i(k) C \hat{z}_i(k) p(H_i|k) \quad (23)\end{aligned}$$

で与えられる⁽¹³⁾. ここで, $u_i^*(k) \triangleq G_i(k)\hat{e}_i(k)$ または $u_i^*(k) \triangleq G_i(k)C\hat{z}_i(k)$ は「基礎制御器」と呼ぶ. また, $G_i(k)$ は式 (16) で $P(0) = P_0^*$ に基づく $\hat{z}_i(k)$ から式 (20) の $G(k)$ を計算したものであり, $\hat{e}_i(k)$ および $\hat{z}_i(k)$ は

$$\hat{e}_i(k) = C\hat{z}_i(k) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \hat{z}_i(k+1) &= A\hat{z}_i(k) + \tilde{A}x_d(k) - K_i(k)\nu_i(k) - Bu^*(k) \\ \hat{z}_i(0) &= x_d(0) - \bar{x}_0^i \end{aligned} \quad (25)$$

$$-\nu_i(k) = e(k) - C\hat{z}_i(k) \quad (26)$$

で発生できる. ここで, $K_i(k)$ は

$$K_i(k) = AP_i(k)C^T[CP_i(k)C^T + R]^{-1} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} P_i(k+1) &= AP_i(k)A^T - AP_i(k)C^T[CP_i(k)C^T \\ &\quad + R]^{-1}CP_i(k)A^T + LQL^T \\ P_i(0) &= P_0^i \end{aligned} \quad (28)$$

で計算したものである. さらに, 仮説 H_i に関する事後確率 $p(H_i|k)$ は

$$p(H_i|k) = \frac{p_i(e(k))p(H_i|k-1)}{\sum_{j=1}^M p_j(e(k))p(H_j|k-1)} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} p_i(e(k)) &= (2\pi)^{-m/2} |S_i(k)|^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} \|e(k) - \hat{e}_i(k)\|_{S_i(k)}^2\right] \\ &\quad (30) \end{aligned}$$

で計算できる. 但し, $p_i(e(k))$ は仮説 H_i の下でのデータ $e(k)$ の確率密度関数 (probability density function: PDF) または, 単に密度関数と呼ばれ, また

$$S_i(k) = CP_i(k)C^T + R \quad (31)$$

とする.

3.2 定常解 ここでは, 上の非定常解の計算を簡単化する定常解を述べる. まず,

$$C^T R^{-1} C = C_r^T C_r$$

$$LQL^T = D_w D_w^T$$

とするとき (C_r, A) が可検出で (A, D_w) が可制御ならば式 (27) のカルマンフィルタのフィルタゲイン $K_i(k)$ は

$$K_i(k) \equiv K = APC^T(CPC^T + R)^{-1} \quad (32)$$

で計算できる. 但し, P は正定対称な

$$P - APA^T + APC^T(CPC^T + R)^{-1}CPA^T - LQL^T = 0 \quad (33)$$

の一意解であり, 仮説と無関係になる. 一方, A_d は仮定より安定であるので,

$$BU_d B^T = D_d D_d^T$$

とするとき, (A_d, D_d) が可制御対ならば

$$X_d - A_d X_d A_d^T - BU_d B^T = 0 \quad (34)$$

を満たす一意な $X_d > 0$ が存在する. また, $[(B, C), A]$ が出力フィードバック可検出で

$$K(CPC^T + R)^{-1}K^T + \tilde{A}X_d\tilde{A}^T = D_z D_z^T$$

とするとき, (A, D_z) が可制御ならば

$$\begin{aligned} \hat{Z} - (A - BGC)\hat{Z}(A - BGC)^T - K(CPC^T + R)^{-1}K^T \\ - \tilde{A}X_d\tilde{A}^T = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

を満たす一意な $\hat{Z} > 0$ が存在する. さらに, (A, B, C) が出力フィードバック可安定で,

$$Q_c = D_c^T D_c$$

とするとき, (D_c, A) が可観測のとき

$$\Lambda - (A - BGC)^T \Lambda (A - BGC) - Q_c - (GC)^T R_c GC = 0 \quad (36)$$

を満たす一意な $\Lambda > 0$ も存在する. 従って, この場合出力フィードバックゲインは

$$G = (R_c + B^T \Lambda B)^{-1} B^T \Lambda \hat{A} \hat{Z} C^T (C \hat{Z} C^T)^{-1} \quad (37)$$

の定数値で求められ, このゲインは仮説とは無関係になることから, 対応する制御入力

$$\begin{aligned} u^*(k) &= G \sum_{i=1}^M \hat{e}_i(k) p(H_i|k) \\ &= GC \sum_{i=1}^M \hat{z}_i(k) p(H_i|k) \end{aligned} \quad (38)$$

となる. 但し, 式 (25) の $K_i(k)$ は K で置き替え, また式 (30) の $e(k)$ の密度関数の計算は

$$p_i(e(k)) = (2\pi)^{-m/2} |S_i|^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} \|e(k) - \hat{e}_i(k)\|_{S_i}^2\right] \quad (39)$$

で計算する. ここに,

Fig. 3 Dynamic multiple model adaptive controller for the initial data distribution

$$S_i = CPC^T + R \quad (40)$$

$K_i(k) \equiv 0$ となることから式 (24), (25) より

である.

$$\hat{z}_i(k) \equiv \hat{z}_i(0) \quad (41)$$

図 3 には, 初期データ分布に関する動的多重モデル適応制御器のブロック線図を示してある.

$$\hat{e}_i(k) \equiv C\hat{z}_i(0) \quad (42)$$

4. 静的多重モデル適応制御

を得る. また式 (28) より

$$P_i(k) \equiv P_i^0 \quad (43)$$

前節まででは, プラントのダイナミクス関係のパラメータは既知であるが, 初期状態の不確定性について仮説を導入して, 出力予測偏差フィードバックに基づく動的な多重モデル適応制御を考察した.

通常, 未知プラントの場合, 動的な多重モデル適応制御法では, 例えばシステムの次数と構造が既知のとき行列 A, B, C, L のパラメータも離散的集合を構成するとした仮説を導入する. しかし, それらのパラメータが全くどのような集合を取るかも分からないし, その上システムの構造も線形か非線形か分からないときには, もはや動的な多重モデル制御法を考えることは困難である.

そこで, ここではシステム状態値の次数は既知とし, 式 (2) の観測方程式以外は完全に未知と仮定し, 初期データ分布に関する静的多重モデル適応制御を考える. つまり, 前節の結果においてプラントは静的であると, $A = I, B = 0$ とする. 但し, 目標値は時不変一定, すなわち $A_d = I, u_d(k) = 0$ とする. また, 時刻 $k = 0, 1, \dots$ の雑音に関しては, システム雑音は零, つまり $Q = 0$ とし, 観測雑音は完全に未知, つまり $R = \infty$ とする. 但し, $k < 0$ では $R = 0$ とする.

上記の仮定を初期データ分布に関する動的な多重モデル適応制御の非定常解に適用すると, まず式 (27) において

となる. なお, 出力偏差 $e(k)$ の共分散については, 時刻 $k \geq 0$ の観測雑音についての上の仮定を用いると, $S_i \equiv \infty$ となり, $p_i(e(k))$ の評価が零となるので, ここでは $k < 0$ での評価として

$$S_i = CP_i^0 C^T \quad (44)$$

を利用する.

Fig. 4 Static multiple model adaptive controller for the initial data distribution

Fig. 5 Static multiple model adaptive controller for the initial data distribution (an alternative expression)

なお、図4には初期データ分布に関する静的多重モデル適応制御器のブロック線図を、また図5にはその別表現のブロック線図を、それぞれ示してある。ここで、図5の中で $1/x$ を持つブロックは、そのブロックへの入力を逆数として出力することを意味する。

5. 確率ファジィ制御

前節の初期データ分布に関する静的多重モデル適応制御において、仮説 $H_i, i = 1, \dots, M$ を、ここでは一つのベクトルデータ $e(k)$ に対するファジィラベル $A_i, i = 1, \dots, M$ としよう。また、 $e(k)$ に関する H_i の仮説の下での密度関数を単なる特性関数（つまり、メンバシップ関数 (membership function: MF)）と見なせば、データ $e(k)$ のラベル A_i についての適合度は

$$\mu_{A_i}(e(k)) = \exp\left[-\frac{1}{2}\|e(k) - \hat{e}_i(k)\|_{S_i^{-1}}^2\right] \quad (45)$$

となる。このとき、 i 番目のメンバシップ関数（あるいは i 番目の制御ルール）に関する事後確率 $p(i|k)$ は

$$p(i|k) = \frac{\mu_{A_i}(e(k))p(i|k-1)}{\sum_{j=1}^M \mu_{A_j}(e(k))p(j|k-1)} \quad (46)$$

と書ける。但し、 $p(i|k-1)$ は i 番目のメンバシップ関数（または制御ルール）に対する先験確率とする。

このように、初期データ分布に関する静的多重モデル適応制御は、1 あるいは $(2\pi)^m/2$ に正規化された $e(k)$ の密度関数を単に $[0, 1]$ 区間で定義されたポテンシャル関数とすることで、そのポテンシャル関数をメンバシップ関数とし、しかもメンバシップ関数（あるいは制御ルール）

に事前確率を割り当てたファジィ制御になっていることが分かる。本稿では、式(38)と式(41)~(46)からなる制御を「確率ファジィ制御」と呼ぶことにする。図6には、確率ファジィ制御器のブロック線図を示してある。

さらに、上の確率ファジィ制御において、メンバシップ関数（あるいは制御ルール）に割り当てられた先験確率を $i = 1, \dots, M$ に対して各時刻で強制的に等確率（または、すべて1）と置くことによって、事後確率 $p(i|k)$ は

$$p(i|k) = \frac{\mu_{A_i}(e(k))}{\sum_{j=1}^M \mu_{A_j}(e(k))} \quad (47)$$

となる。式(38)と式(41)~(45)および式(47)からなる制御は、後件部を定数値とするポテンシャル型メンバシップ関数を有する一種の簡略化型推論に基づくファジィ制御と類似な形となっている。なお、図7にはそのファジィ制御器のブロック線図を示してある。

提案する確率ファジィ制御では、図6または図7から分かるようにファジィ制御器が従来のモデルベースのように、状態推定部とフィードバック制御器部から構成できる大きな特徴がある。但し、状態推定値

$$\hat{e}(k) = \sum_{i=1}^M \hat{e}_i(k)p(i|k)$$

はダイナミクスを考慮していないことから、むしろファジィ推論による一定パラメータの静的推定値そのものである。このことから、もしモデルが完全に既知の場合には容易にゲイン G を出力フィードバックゲイン（または状態フィードバックゲイン）として設計できる。また、モ

Fig. 6 Stochastic fuzzy controller for a vector data $e(k)$ Fig. 7 Fuzzy controller for a vector data $e(k)$, where the membership functions consist of potential functions

デルが未知でも構造のみが分かれば、有界安定性の保証できる一種のロバストファジィ制御系が実現できるものと思われる。この詳細な議論については別の機会に譲ることにする。

6. 結 言

本稿では、確率制御理論をベースにした確率ファジィ制御を新たに提案した。まず、離散時間線形の動的確率システムに対する1段出力予測追従制御問題を、行列最大原理を用いてパラメータ最適化問題として解いた。次に、この結果において、初期状態値を不確定とする、いわゆる初期データ分布に関する動的多重モデル適応制御を考え、完全未知プラントを制御対象とする場合を想定して、その静的多重モデル適応制御を考察した。このとき、出力偏差に関する密度関数を単に特性関数に変形することで、ガウシアンポテンシャル関数をメンバシップ関数とし、しかもファジィ集合（あるいは制御ルール）に事前確率を割り当てた確率ファジィ制御を導出した。また、その確率ファジィ制御器は、その先験確率を各時刻で強制的に等確率に設定することで、ポテンシャル型メンバシップ関数からなる一種の従来型のファジィ制御器

となることも示した。

文 献

- (1) 菅野, ファジィ制御, (1988), 日刊工業新聞社.
- (2) 田中, アドバンストファジィ制御, (1994), 共立出版.
- (3) 林・馬野, ファジィニューラルネットワークの現状と展望, 日本ファジィ学会誌, **5-2** (1993), 178-190.
- (4) 古橋, ニューラルネットワークによるファジィルールの表現, 日本ファジィ学会誌, **5-2** (1993), 204-217.
- (5) 高橋, ファジィニューラルネットワーク複合システムの特徴と適用例, 日本ファジィ学会誌, **5-2** (1993), 233-244.
- (6) 市橋, ファジィ制御とモデリング, システム制御情報学会誌, **37-1**, (1993), 30-37.
- (7) Mamdani, E.H., Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant, *Proc. IEE*, **121-12** (1974), 1585-1588.
- (8) Mamdani, E.H., Advances in the Linguistic Synthesis of Fuzzy Controller, *Int. J. Man-Machine Studies*, **8-6** (1976), 669-679.
- (9) Takagi, T. and Sugeno, M., Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, **15-1** (1985), 116-132.
- (10) 水本, 分かりやすいファジィ理論 III, コンピュータロー, **28** (1989), 32-45.
- (11) 水本, ファジィ制御向きのファジィ推論法, 計測と制御, **28-11** (1989), 959-963.
- (12) 植木・添田・中濃, 確率システム制御の基礎, (1975), 83-89, 日新出版.
- (13) Watanabe, K, *Adaptive Estimation and Control: Partitioning Approach*, (1992), 448-474, Prentice-Hall.