ステアケース法を用いた転がり軸受の寿命試験*

市川 茂 樹^{*1}, ジュハルトノ^{*2}
小 奈 弘^{*1}, 吉 本 勇^{*3}

Life Test of Rolling Bearings by Staircase Method

Shigeki ICHIKAWA, JUHARTONO,
Hiroshi ONA and Isamu YOSHIMOTO

The staircase method is one of the statistical methods used in fatigue testing. Compared with the Weibull method which is usually used in bearing life tests, the staircase method can reduce testing time. In order to study the possibility of application of the staircase method in bearing life tests, experiments on the 51103 thrust ball bearings were conducted. It is confirmed that the expected values of the mean and standard deviation estimated from the results of 20 specimens based on the staircase method approach the population parameters. In this study, it is verified that the basic dynamic load rating obtained by the staircase method was similar to that obtained by the Weibull method and that obtained from calculations according to ISO 281: 1990. Compared with the standard deviation estimated by the staircase and Weibull methods, the results obtained by boundary and arc sin methods had larger values.

Key Words: Machine Element, Rolling Bearing, Life Prediction, Life Test, Basic Dynamic Load Rating, Staircase Method, Weibull Method

1. 緒 言

転がり軸受の定格荷重や寿命式⁽¹⁾は、古典的な Lundberg - Palmgren⁽²⁾の研究に基づくもので、その統計的手法にはWeibull法が用いられている。Weibull法による従来の試験方法⁽³⁾は、一定負荷荷重のもとで寿命試験を実施し、軸受が破壊に至るまでの総回転数(以下回数という)を求める。この試験を多数の試験片について行わなければならないため、実際の寿命試験は試験時間が長くなることが知られている。

本研究では、試験打ち切りの回数を固定して、試験回数終了までの試験片の破壊の有無を判定するステアケース法⁽⁴⁾を用いて寿命試験を行っている。特にステアケース法は、他の試験方法に比べ比較的短時間に少ないサンプル数で行える統計的方法であり、このときのサンプル数が古典的⁽⁵⁾には少なくとも40以上は必要であると云われている。しかしながら、実際の試験では荷重階差や第一回目の試験荷重を適切に選ぶことができれば、それほど多くの個数は必要ないように思われ

る。

そこで、まず実際に労力と試験時間を費やせる限度の個数として20個のサンプル数を仮定し20個までのサンプル数について、推定平均や推定標準偏差の期待値がどのような値になるかを明らかにする。さらに、その結果をもとにステアケース法による寿命試験を実施し、得られた結果から基本動定格荷重を求め、別にISO 281から求めた結果と比較するとともに同様の試験片軸受を用いたWeibull法や他の試験法の結果についても同様な比較を行い、その妥当性を検討している。

2. ステアケース法の適用

2・1 サンプルサイズ サンプルサイズの小さい場合の研究は、K.J.Brownlee等^{(6)~(8)}によって10個までのサンプル数について計算が行われているが、これは平均のみを推定する場合であり、標準偏差も推定するにはサンプル数がもう少し大きい場合を考慮する必要がある。そこで、ステアケース法を用いる場合に20個までのサンプル数についてその推定平均および推定標準偏差の期待値がどのような値になるかについて計算する。まずステアケース法の試験手順^{(9)~(10)}について説明する。図1は、サンプルサイズが3の場合についてス

* 原稿受付 1995年3月9日。

^{*1} 正員、拓殖大学工学部(〒193 八王子市館町815-1)。^{*2} INDONESIA INSTITUTE OF SCIENCES CAIBRATION, INSTRUMENTATION AND METROLOGY (Kompleks PUSPIPTEK, Serpong, Tangerang 15310 INDONESIA)。^{*3} 正員、東京工業大学(自宅: 〒158 東京都世田谷区上用賀1-26-23-301)。

Fig. 1 Probability in staircase method

テアケース法を実施したときの手順を示す。

まず平均値に近いと予想される第1回目の荷重 Y_0 で試験を行い、定めた回数（たとえば百万回）までに軸受が破壊した（フレーキングを起こした）ならば荷重を d だけ下げ、未破壊であったならば荷重を d だけ上げて第2回目の試験を行う。第3回目の試験は、第2回目の軸受が破壊あるいは未破壊かによって、荷重段階を d だけ上げるか下げるかした荷重で行う。この操作を n 個のサンプルについて繰り返し行った場合を考える。定めた回数までに破壊あるいは未破壊となる試験軸受の確率 p_i, q_i は、図中の p_i, q_i となり、そのときの確率が(1)式に従うとする。

$$p_i = 1 - q_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{Y_i} e^{-(t-\mu)^2/2\sigma^2} dt \quad (1)$$

n 個のサンプルが取る場合の数は、 2^n 通りであるので、図中の $n=3$ の時に生ずる場合の数は、全部で8通りとなる。試験終了後、破壊、未破壊の個数の合計の少ない方のサンプルについて推定平均 ($\hat{\mu}$) および推定標準偏差 ($\hat{\sigma}$) を(2), (3)式より求める。⁽⁴⁾

$$\hat{\mu} = y' + d \left(\frac{A}{N} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

$$\hat{\sigma} = 1.62 d \left(\frac{NB - A^2}{N^2} + 0.029 \right) \quad (3)$$

ここで、 $A = \sum i n_i$, $B = \sum i^2 n_i$, $N = \sum n_i$, y' は、最も低い荷重段階。 n_i は各荷重段階で破壊あるいは未破壊となる個数。(2)式の複号は未破壊データを用いる場合には正、破壊データを用いる場合には負として計算する。 d/σ を 0.5, 1.0, 1.5 および 2.0 とするときのサンプル数が20の場合について $\hat{\mu}$ および $\hat{\sigma}$ の分布を求めた。 $\hat{\mu}$ の分布は対称であるので、ここでは Y_0 が μ から $\mu + 3\sigma$ まで変化したときの $\hat{\mu}$ について計算する。

図2は、 $n=20$ における推定平均の期待値を、図3はそのときの推定平均の分散を示す。特に、 d/σ が、

Fig. 2 Expected value of $\hat{\mu}$ with $n=20$ Fig. 3 Expected value of $(\hat{\mu} - \mu)^2$ with $n=20$ Fig.4 Expected value of $\hat{\sigma}$ with $n=20$

1.0, 1.5 および 2.0 では $E(\hat{\mu})$ が極めて μ に近いことがわかる。図4は、 $n=20$ における推定標準偏差の期待値を、図5はそのときの推定標準偏差の分散を示す。推定標準偏差の期待値は $d/\sigma=1.0, 1.5$ および 2.0 で母集団の標準偏差に近づき 0.8σ 程度であることがわかる。次に Y_0 を固定しないで、 Y_0 が荷重強度と同じ分布をすると仮定した⁽⁷⁾ 場合の $\hat{\mu}$ と $\hat{\sigma}$ の計算結果を図6および図7に各々示す。

Fig. 5 Expected value of $(\hat{\delta} - \sigma)^2$ with $n = 20$ Fig. 6 Variance of $\hat{\mu}$ in the case where Y_0 is distributed with $N(\mu, \sigma^2)$ Fig. 7 Expected value of $\hat{\delta}$ in the case where Y_0 is distributed with $N(\mu, \sigma^2)$

d/σ が 0.5, 1.0, 1.5 および 2.0 において $n = 8, 12, 16$ および 20 の場合について計算している。図 6 より、 $\hat{\mu}$ の分散はサンプルサイズを大きくするほど小さくなり、 $\hat{\mu}$ の期待値は、母集団の平均 μ に近づく。図 7 の $\hat{\delta}$ の期待値においても、同様にサンプルサイズを大きくすると母集団の標準偏差 σ に近づく。 $n=16$ および 20 の間の変化の程度が他の個数の場合に比べてかなり小さいの

Fig. 8 Experimental apparatus

で、試験片の個数 n は 20 個程度でもそれほど不都合はない。推定平均および推定標準偏差は、 $d/\sigma=1$ 近傍である程度まで母集団の母数に近づく。

2.2 基本動定格荷重 回数を 10^6 に固定したステアケース法を実施し、(2), (3)式を用いて推定平均および推定標準偏差を求める。ここで ISO⁽⁹⁾ および JIS によれば基本動定格荷重は百万回において破壊確率 10% を与える荷重と定義しているの、固定した回数に対する荷重強度が正規分布すると仮定すれば、このときの累積分布関数が 10% の破壊確率を与える荷重を(4)式より求めることができ、この値は基本動定格荷重に相当する。

$$C = \hat{\mu} - 1.28 \hat{\sigma} \quad (4)$$

3. 試験方法

図 8 は、試験に用いた市販のスラスト玉軸受(51103)の形状寸法および試験装置を示す。試験では、51103 玉軸受の軌道盤と転動体 3 個を用いて図中の試験装置にセットした。装置の構造は上軸が荷重軸であり下軸は回転軸である。試験中に軸受にフレーキングを生ずる場合を想定し、上軸の試験片付近に加速度ピックアップ計を取り付け、フレーキングによる振動加速度がある大きさに達した場合には試験機を停止させる構造とした。試験条件は回転数 680rpm とし、軸受部は試験期間中 #140 タービン油で油潤滑を行った。打ち切り回数は 1×10^6 , 2×10^6 の 2 種類とした。

4. 試験結果および考察

4.1 基本動定格荷重 図 9 および図 10 は、回数を 1×10^6 , 2×10^6 で実施したときのステアケース法

Fig. 9 Staircase chart for 51103 thrust ball bearings in 1×10^6

Fig. 10 Staircase chart by 51103 thrust ball bearings in 2×10^6

Table 1 Life test results by staircase method

Load cycles	Unit: kN	
	1×10^6	2×10^6
Mean life load	5.096	3.363
Standard deviation	0.699	0.640
95 % fiducial limits	Lower Upper	3.000 3.726
for mean life load		
Expected level for 90 % life load	4.201	2.544

のチャートを各々示している。図中の●は回数までに破壊した場合で、○はこのときまでに未破壊であった場合である。また、サンプル数は、前節の計算結果をもとに考えれば20個程度で良いが、破壊、未破壊の個数が同数である場合を考慮して試験個数は23個とした。試験条件は、回数 1×10^6 の場合 $Y_0 = 4.90 \text{ kN}$ 、 $d = 0.784 \text{ kN}$ であり、 2×10^6 の場合は $Y_0 = 3.92 \text{ kN}$ 、 $d = 0.490 \text{ kN}$ である。

図9および図10の結果から、各々総計が少ない方のデータを用いて計算した結果をまとめて表1に示

Fig. 11 Weibull plot of 51103 thrust ball bearings

す。ステアケース法で得られる基本動定格荷重は、回数 1×10^6 の結果から(4)式より求めると結果は 4.201 kN となる。一方、ISO、JISによるスラスト玉軸受の基本動定格荷重(C)の算定式は、(5)式によって表される⁽¹⁾。

$$C = b_m f_c Z^{\frac{1}{3}} D_w^{1.8} \quad (5)$$

b_m は普通使用する材料および製造品質による定格係数。ここでは $b_m = 1.3$ を用いる。 f_c は軸受各部の形状、加工精度および材料によって定まる係数。 Z は一列に含まれる玉の数。 D_w は玉の直径。試験に用いたスラスト玉軸受51103の諸数値を(5)式に代入して得られる結果は 4.048 kN となり、ステアケース法で求めた結果と差のないことがわかる。

次に試験の回数を 1×10^6 以外の回数にした場合について調べる。試験では図10がこの場合に相当する。回数 1×10^6 以外のステアケース法の結果からの基本動定格荷重は、回数 L_{10} (単位: 百万回) における動定格荷重を F_{10} とするとき、(6)式で表される。

$$C = F_{10} \times \sqrt[3]{L_{10}} \quad (6)$$

(6)式に回数 2×10^6 の結果 $L_{10} = 2$ 、 $F_{10} = 2.544 \text{ kN}$ を代入すれば、基本動定格荷重は 3.205 kN となり、(5)式で求めた C の値よりかなり小さい。しかしながら、回数 1×10^6 における基本動定格荷重に対する95%信頼限界は、 $2.565 \sim 5.837 \text{ kN}$ の範囲であり、表1中の回数 2×10^6 の結果から(6)式で求めた基本動定格荷重 3.205 kN は、この信頼限界内にある。また試験における d/σ は、回数 1×10^6 で 1.12 、回数 2×10^6 で 0.77 であり、 d の設定が妥当であったと言える。

4・2 他の試験方法との比較 寿命試験が一種の疲労試験⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾であるとすれば、その試験方法は2通りに分類することができる。ひとつは、荷重を固定したときに破壊に至るまでの回数を求める方法であり、もうひとつはステアケース法のように回数を固定して、そのときまでに試験片が破壊あるいは未破壊であるかを

Fig. 12 Relationship between thrust load and total revolutions

Table 2 Life test results by Weibull method

Unit : kN	
Load cycles	1×10 ⁶
Mean life load	5.173
Standard deviation	0.909
95 % fiducial limits for mean life load	4.748
Expected level for 90 % life load	4.009

判定する方法である。荷重を固定する方法として Weibull法, 回数を固定するステアケース法以外の方法として2点法⁽⁹⁾, arc-sin法⁽¹⁰⁾の以上3方法でステアケース法と同様に寿命試験を行い比較した。

Weibull法による試験は, ステアケース法で実施した適当な荷重段階 (4.900kN, 5.684kN)で各々10個試験し, このときの破壊に至るまでの回数を求め, 得られた結果をWeibull確率紙で整理し図11に示した。図中のWeibull係数(m)は, 2つの荷重段階でほぼ同様な値を持つことから寿命の分布の形状がほぼ等しいと考えられる。図11の結果をもとに破壊確率50% (μ)および16% ($\mu - \sigma$)を与える回数を求め, その回数と荷重との関係をプロットしたものを図12に示す。この図から, 10^6 における推定平均および推定標準偏差を求め, その結果を(4)式に代入し基本動定格荷重を求めた。

試験結果を表2に示す。表中の推定平均, 推定標準偏差および基本動定格荷重は, ステアケース法での結果と差のないことがわかる。一方, ステアケース法とWeibull法の試験時間を比較すれば, ステアケース法の試験時間はWeibull法の約68%に短縮することができた。次にステアケース法と同様に回数を固定して行う他の試験方法として2点法を用いWeibull法と同じ荷重段階で各々10個試験し, 各々の回数 (1×10^6 , 2×10^6)における荷重段階の破壊確率を正規確率紙にプロットした結果を図13に示した。

Fig. 13 Estimation of μ and σ by boundary method Fig. 14 Estimation of μ and σ by arc-sin method

Table 3 Life test results by boundary and arc-sin methods

Unit : kN				
Life testing method	Boundary		Arc-sin	
	A	B	A	B
Mean life load	5.089	3.261	4.901	3.254
Standard deviation	1.054	0.697	1.516	0.808
95 % fiducial limits for mean life load	4.481	2.818	4.122	2.741
Expected level for 90 % life load	3.740	2.369	2.961	2.220

A: 1×10^6 cycles, B: 2×10^6 cycles

図中の縦軸の破壊確率から各々の回数における推定平均と推定標準偏差を基本動定格荷重は(4)式より各々求めた。arc-sin法では, 2点法と同様に2つの荷重段階で各々10個試験を行い, これらの段階における破壊確率を $\arcsin \sqrt{P}$ で変換し, (7)式で求めた τ と各段階荷重の関係をプロットし図14に示した。

$$\tau = \arcsin \sqrt{(r+1)/(n+1)} + \arcsin \sqrt{r/(n+1)} \quad \dots (7)$$

ここで, r は破壊した試験片の確率, n は試験した試験片の個数。回数 1×10^6 および 2×10^6 の2点を結ぶ直線について, 破壊確率 $P=0.5$ および $P=0.16$ を $2 \arcsin \sqrt{P}$ に代入したときの τ を与える荷重から推定平均および推定標準偏差を求めることができる。2点法および

arc-sin法の試験結果を表3に示す。特に、回数 1×10^6 の結果をステアケース法と比較すると推定標準偏差が大きくなるので、(4)式より求めた基本動定格荷重はより低い値を示す。したがって、回数を固定した試験方法ではステアケース法で求めた基本動定格荷重が最もWeibull法の結果に近かった。

5. 結 言

ステアケース法を用いた転がり軸受の寿命試験を行い、得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) 試験個数20個までについて、推定平均および推定標準偏差の期待値を調べた結果、20個では各々の値が母集団の母数にかなり近づくことがわかった。
- (2) 回数 1×10^6 のステアケース法で得られた基本動定格荷重は、ISO、JIS等の算定式の結果とも良く一致し、回数 2×10^6 に対する結果からでも基本動定格荷重を求めることができる。
- (3) Weibull法で同様の寿命試験を実施した結果、回数 1×10^6 におけるステアケース法は、Weibull法と同等の結果が得られ、従来より少ない個数で試験期間を大幅に短縮することができた。

- (4) 2点法およびarc-sin法による結果は、ステアケース法による結果に比べ推定平均はほぼ同じであったが推定標準偏差は大きかった。

参考文献

- (1) ISO 281 Rolling bearings - Dynamic load ratings and rating life(1990).
- (2) G. Lundberg and A. Palmgren : Dynamic Capacity of Rolling Bearings, IVA Handlingar., No196, (1947).
- (3) 転がり軸受寿命126委員会:ころがり軸受寿命の研究, 日本学術振興会, (1986).
- (4) W. J. Dixon and A.M.Mood : J.Amer.Stat. Assn., **43** (1948), 109.
- (5) J. T. Ransom and R.F.Mehl, ASTM Special Tech .Pub., No 137 (1952), 3.
- (6) K.A. Brownlee, J.L. Hodges and M. Rosenblatt : J. Amer. Stat. Assn., **48** (1953), 262.
- (7) 吉本 勇, staircase法による疲れ試験 (試験片の数が少ない場合), 日本機械学会論文集, **26**, 167 (1960), 918.
- (8) 吉本 勇, staircase法による疲れ試験 (続報), 日本機械学会論文集, **27**, 179 (1961), 1058.
- (9) JSME S002 統計的疲労試験方法 (改訂版), 日本機械学会 (1994) .
- (10) ISO 3800 Threaded fasteners - Axial load fatigue testing - Test methods and evaluation of results, (1993).