CNC 歯車測定機による 円すい形インボリュート歯車の歯面測定法*

三 留 謙 一^{*1}, 後 藤 徹^{*2}, 上 田 武 司^{*3}

Tooth Surface Measurement of Conical Involute Gear by CNC Gear-Measuring Machine

Ken-ichi MITOME, Tooru GOTO and Takeshi UEDA

The CNC gear-measuring machines of today are not designed for measurement of conical involute gears. However as the design and production method of conical involute gears has advanced and the usage range of these gears has widened, the measurement of conical involute gears by CNC gear-measuring machine has become an urgent need. Therefore, a new concept called an "equivalent helical gear" is introduced, and basic dimensions of the equivalent helical gear are obtained. Thus, the tooth surface of a conical involute gear can be measured as the tooth surface of a helical involute gear by a CNC gear-measuring machine. Experiments demonstrate that this new method gives accurate results and has practical utility. Finally tooth surface analysis of a conical involute gear is also presented.

Key Words: Machine Element, Gear, Conical Involute Gear, Tooth Surface, Measurement, Equivalent Helical Gear, CNC Gear-Measuring Machine

1. 緒 言

今日のインボリュート歯車の歯面測定には、測定時間を短縮できることおよび測定データに人為的操作が入らないこと等の利点のために、CNC 歯車測定機が多用されるようになっている。

さて円すい形インボリュート歯車の歯面はインボリュートヘリコイドである。このため機械創成運動方式の歯車測定機によれば、その歯面を測定できる。しかし、CNC 歯車測定機ではその歯面を測定できない。それは、現在の CNC 歯車測定機が、もともと円すい形インボリュート歯車を測定するようには設計・製作されていないためである。

ところが近年、この歯車の設計・製作法が確立するにつれて、この歯車の用途も少しずつ広がってきた。それと同時に CNC 歯車測定機でのこの歯車を測定したいという要求が製作の現場から起こってきている。そこで著者らは、今度実用に供しうる、CNC 歯車測定機による円すい形インボリュート歯車の歯面測定法を

開発した。本測定法は、著者らが開発してきたこの歯車の設計、歯切り法、研削法および仕上げ寸法管理法に続くものであり^{(1)~(7)}、単体としてのこの歯車の設計・製作システムを完成させるものである。

2. 測 定 原 理

はじめ、図 1 に示すように、インボリュートはすば歯車を創成するラックを考える。次にこのラックの中心面を歯車軸に対して角 δ だけ傾ける。円すい形インボリュート歯車は、この傾けられたラックによって創

Fig. 1 Racks to generate helical and conical involute gears

* 1994 年 9 月 21 日 東北支部石巻地方講演会において講演、原稿受付 1995 年 5 月 10 日。

^{*1} 正員、山形大学工学部 (〒992 米沢市城南 4-3-16)。

^{*2} 大東製機(株) (〒411 静岡県駿東郡清水町柿田 922)。

^{*3} 山形大学大学院。

Fig. 2 Tooth surfaces of conical involute gear

Fig. 3 Equivalent helical gears

成された歯車である。図2にこの歯車の歯面を拡大して示す。左右の歯面ともインボリュートヘリコイドであるが、一般に右歯面は左歯面と異なっている⁽²⁾⁽³⁾。

いま円すい形インボリュート歯車の右歯面と同じインボリュートヘリコイドをもつはすば歯車を考え、これを右歯面相当はすば歯車と呼ぶ(図3)。そしてこのはすば歯車の基本諸元を求める。こうすることにより、円すい形インボリュート歯車の右歯面をはすば歯車の歯面としてCNC歯車測定機で測定することができる。左歯面も同じようにして測定できる。

3. 円すい形インボリュート歯車の 基本諸元と歯車諸元

これについては先に報告したことであるが、本論文の出発点であるので、以下要約して述べる⁽²⁾⁽³⁾。

図1に示した円すい形インボリュート歯車を創成するラックの詳細図を図4に示す。円すい形インボリュート歯車の基本諸元は、

m : 創成ラック歯直角モジュール

α_{or} : 創成ラック右歯面歯直角圧力角

α_{ol} : 創成ラック左歯面歯直角圧力角

ψ : 創成ラック中心面におけるねじれ角

δ : 創成ラックの創成円すい角

z : 歯車の歯数

である。なお通常は $\alpha_{or} = \alpha_{ol}$ である。このラックによ

Fig. 4 Generating rolling cylinder of conical involute gear and generating rack

って創成された歯車の諸元は次のとおりである。

正面圧力角 α_{sr} , α_{sl} は

$$\tan \alpha_{sr} = \tan \alpha_{or} \cos \delta \sec \psi + \sin \delta \tan \psi \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan \alpha_{sl} = \tan \alpha_{ol} \cos \delta \sec \psi - \sin \delta \tan \psi \quad \dots\dots\dots (2)$$

ピッチ円筒ねじれ角 β_r , β_l は

$$\tan \beta_r = \tan \psi \cos \delta - \tan \alpha_{or} \sin \delta \sec \psi \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\tan \beta_l = \tan \psi \cos \delta + \tan \alpha_{ol} \sin \delta \sec \psi \quad \dots\dots\dots (4)$$

基礎円筒ねじれ角 β_{or} , β_{ol} は

$$\tan \beta_{or} = \tan \beta_r \cos \alpha_{or} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\tan \beta_{ol} = \tan \beta_l \cos \alpha_{ol} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ピッチ円筒直径 d_b は

$$d_b = m_g z = m z / \cos \psi \quad \dots\dots\dots (7)$$

基礎円筒直径 d_{or} , d_{ol} は

$$d_{or} = m_g z \cos \alpha_{or} = m z \cos \alpha_{or} / \cos \psi \quad \dots\dots (8)$$

$$d_{ol} = m_g z \cos \alpha_{ol} = m z \cos \alpha_{ol} / \cos \psi \quad \dots\dots (9)$$

4. 相当はすば歯車の決定

4・1 右歯面相当はすば歯車の基本諸元 図1に示すように、はすば歯車を創成するラックの創成円すい角 δ は $\delta = 0$ である。そこで、右歯面相当はすば歯車を創成するラックの歯直角モジュールを m_{ER} 、歯直角圧力角を α_{ER} 、ラック中心面における歯すじのねじ

れ角を ψ_{ER} およびこの歯車の歯数を z_{ER} とする。ここに添字 ER は右歯面相当はすば歯車を意味している。ゆえに、 m_{ER} , α_{ER} , ψ_{ER} および z_{ER} が右歯面相当はすば歯車の基本諸元となる。以下これらを求める。

右歯面相当はすば歯車の諸元は、3章において $\delta=0$, $m=m_{ER}$, $\alpha_{or}=\alpha_{ER}$, $\psi=\psi_{ER}$ および $z=z_{ER}$ とおいて得られる。

正面圧力角 α_{SER} は式(1)より

$$\tan \alpha_{SER} = \tan \alpha_{ER} \sec \psi_{ER} \quad (10)$$

ピッチ円筒ねじれ角 β_{ER} は式(3)より

$$\tan \beta_{ER} = \tan \psi_{ER}, \quad \beta_{ER} = \psi_{ER} \quad (11)$$

基礎円筒ねじれ角 β_{qER} は式(5)より

$$\tan \beta_{qER} = \tan \psi_{ER} \cos \alpha_{SER} \quad (12)$$

ピッチ円筒直径 d_{ER} は式(7)より

$$d_{ER} = m_{ER} z_{ER} / \cos \psi_{ER} \quad (13)$$

基礎円筒直径 d_{qER} は式(8)より

$$d_{qER} = d_{ER} \cos \alpha_{SER} \quad (14)$$

図3に示す右歯面相当はすば歯車の歯面が、円すい形インボリュート歯車の右歯面と同じインボリュートヘリコイドになるための条件は、次の二つである。

$$d_{qER} = d_{qT} \quad (15)$$

$$\beta_{qER} = \beta_{qT} \quad (16)$$

式(15)に式(8)および(14)を代入する。

$$m_{ER} z_{ER} \cos \alpha_{SER} / \cos \psi_{ER} = m z \cos \alpha_{qT} / \cos \psi \quad (17)$$

式(16)に式(5)および(12)を代入する。

$$\tan \psi_{ER} \cos \alpha_{SER} = \tan \beta_T \cos \alpha_{ST} \quad (18)$$

条件式(17)および(18)より、未知数 m_{ER} , α_{ER} , ψ_{ER} および z_{ER} を決定する。しかし未知数が四つ、条件式が二つなのでここでは、新たに次の二つの条件を与える。

$$m_{ER} = m \quad (19)$$

$$z_{ER} = z \quad (20)$$

これらを式(17)に代入して

$$\cos \alpha_{SER} / \cos \psi_{ER} = \cos \alpha_{qT} / \cos \psi \quad (21)$$

角 ψ_{ER} は、式(18), (21)および(3)より次のように求められる。

$$\sin \psi_{ER} = \sin \psi \cos \delta - \tan \alpha_{or} \sin \delta \quad (22)$$

次に、角 α_{ER} を求める。式(10)の $\tan \alpha_{SER}$ および式(21)の $\cos \alpha_{SER}$ を

$$1 + \tan^2 \alpha_{SER} = 1 / \cos^2 \alpha_{SER}$$

に代入して、

$$\tan^2 \alpha_{ER} = (\cos^2 \psi / \cos^2 \alpha_{ST}) - \cos^2 \psi_{ER}$$

この式に式(1)の α_{ST} , および式(22)の ψ_{ER} を代入して整理すると、角 α_{ER} として次式を得る。

$$\alpha_{ER} = \alpha_{or} \quad (23)$$

以上により、右歯面相当はすば歯車の基本諸元 m_{ER} , α_{ER} , ψ_{ER} および z_{ER} を得た。

4.2 左歯面相当はすば歯車の基本諸元 ここで添字 EL を用いる。左歯面相当はすば歯車を創成するラックの歯直角モジュールを m_{EL} , 歯直角圧力角を α_{EL} , ラック中心面における歯すじのねじれ角を ψ_{EL} およびこの歯車の歯数を z_{EL} とする。これらは4.1節と同じ手順によって以下のように求められる。

$$m_{EL} = m \quad (24)$$

$$\alpha_{EL} = \alpha_{ol} \quad (25)$$

$$\psi_{EL} :$$

$$\sin \psi_{EL} = \sin \psi \cos \delta + \tan \alpha_{ol} \sin \delta \quad (26)$$

$$z_{EL} = z \quad (27)$$

4.3 要約 円すい形インボリュート歯車をその基本諸元を用いて、円すい形インボリュート歯車 (m , α_{or} , α_{ol} , ψ , z) と表現する。同様に、相当はすば歯車も、その基本諸元を用いて、右歯面相当はすば歯車 (m , α_{or} , ψ_{ER} , z) および左歯面相当はすば歯車 (m , α_{ol} , ψ_{EL} , z) として表現できる。

5. 実験

図5にCNC歯車測定機における円すい形インボリュート歯車の歯面測定の様子を示す。表1には、試

Table 1 Design values for basic dimensions of test gear 1

No	m	α_{or}	α_{ol}	ψ	δ	z
1	2.5	20°	20°	0°	10°	40
2	2.5	20°	20°	15°	10°	40
3	2.46	20°	20°	30.3°	0.36743°	31

Fig. 5 Tooth surface measurement for conical involute gear

Table 2 Basic dimensions of equivalent helical gear for right tooth surface

No.	m	α_{or}	ϕ_{ER}	Z
1	2.5	20°	-3.62367°	40
2	2.5	20°	11.05109°	40
3	2.46	20°	30.14454°	31

Table 3 Basic dimensions of equivalent helical gear for left tooth surface

No.	m	α_{ol}	ϕ_{EL}	Z
1	2.5	20°	3.62367°	40
2	2.5	20°	18.54744°	40
3	2.46	20°	30.45432°	31

Fig. 6 Profile and lead errors of test gear 1

Fig. 7 Profile and lead errors of test gear 2

試験歯車 1~3 の基本諸元の設計値を示す。表 2, 3 には、表 1 の値から計算した右歯面および左歯面相当はすば歯車の基本諸元を示す。図 6~8 にそれぞれ試験歯車

Fig. 8 Profile and lead errors of test gear 3

Fig. 9 Profile and lead errors of test gear 1 measured by Carl Mahr gear measuring machine

1~3 の歯形誤差曲線および歯すじ方向誤差曲線を示す。これらは表 2, および 3 の値を入力し、はすば歯車として測定したものである。

なお確認のために、これらの歯車を機械創成方式のカル・マール歯車測定機で測定した。ここでは、歯車 1 だけのデータを図 9 に示す。図 9 のデータは図 6 のそれとよく一致している。

6. 歯面解析法

図 7 および 8 のデータは、試験歯車 2 および 3 が設計どおりに製作されていないことを示している。その理由は、歯車研削盤に実現された仮想創成ラックの諸元が、設計値と一致していないためである。ではいかにして研削盤上に実現された仮想創成ラックの基本諸元を見出すか。本章ではその方法を提示する。

6・1 相当はすば歯車の歯面解析 歯形誤差曲線および歯すじ方向誤差曲線の傾斜は、それぞれ基礎円筒直径および基礎円筒ねじれ角に誤差があることを示している。これは相当はすば歯車の基本諸元に誤差があるためである。以下では、試験歯車 2 の基本諸元の製作値を求めていく。

相当はすば歯車を一般的に論ずるために、右および左歯面を示す添字 R および L をここでは省略する。相当はすば歯車の基本諸元 $m_E, \alpha_E, \psi_E, z_E$ のうち、 m_E は $m_E = m$ であり、工具に与えられるので誤差は少ない。 z_E は $z_E = z$ であり、整数である。ゆえに、基礎円筒直径 d_{gE} および基礎円筒ねじれ角 β_{gE} の誤差 Δd_{gE} および $\Delta \beta_{gE}$ は以下の式で表される。

式(10)および(14)より、次式を得る。

$$d_{gE} = mz / \sqrt{\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E} \\ = f_1(m, \alpha_E, \psi_E, z) \dots\dots\dots (28)$$

$$\Delta d_{gE} = (\partial f_1 / \partial \alpha_E) \Delta \alpha_E + (f_1 / \psi_E) \Delta \psi_E \dots\dots\dots (29)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \partial f_1 / \partial \alpha_E &= -mz \tan \alpha_E \\ &\times (1 + \tan^2 \alpha_E) / \sqrt{(\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E)^3} \\ \partial f_1 / \partial \psi_E &= mz \cos \psi_E / \sqrt{(\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E)^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

角 β_{gE} は次式で表される。

$$\beta_{gE} = \tan^{-1}(\sin \psi_E / \sqrt{\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E}) \\ = f_2(\alpha_E, \psi_E) \dots\dots\dots (31)$$

$$\Delta \beta_{gE} = (\partial f_2 / \partial \alpha_E) \Delta \alpha_E + (\partial f_2 / \partial \psi_E) \Delta \psi_E \dots\dots\dots (32)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \partial f_2 / \partial \alpha_E &= -\sin \psi_E \tan \alpha_E / \sqrt{\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E} \\ \partial f_2 / \partial \psi_E &= \cos \psi_E / \sqrt{\cos^2 \psi_E + \tan^2 \alpha_E} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

上式において、右歯面の場合には $\alpha_E = \alpha_{or}$ 、 $\psi_E = \psi_{ER}$ 、左歯面の場合には $\alpha_E = \alpha_{ol}$ 、 $\psi_E = \psi_{EL}$ である。代表的具体例として、試験歯車2の右歯面について計算してみると、

$$\Delta d_{gER} = -36.69746 \Delta \alpha_{ER} + 16.40217 \Delta \psi_{ER} \dots\dots\dots (34)$$

Fig. 10 Profile and lead errors of equivalent helical gears for test gear 2

$$\Delta \beta_{gR} = 0.06665 \Delta \alpha_{ER} + 0.93760 \Delta \psi_{ER} \dots\dots\dots (35)$$

式(35)によれば、 $\Delta \beta_{gR}$ に支配的影響を与えるのは ψ_{ER} の誤差 $\Delta \psi_{ER}$ である。そこではじめに、角 α_{ER} と ψ_{ER} の設計値を測定機に与えて測定する。このとき歯すじ方向誤差曲線が傾斜しているならば、角 ψ_{ER} だけを設計値から少しずつ変えてゆき、歯すじ方向誤差曲線が水平になる ψ_{ER} を求める。次に ψ_{ER} はこの値に固定し、角 α_{ER} だけを少しずつ変えて再度測定する。そして歯形誤差曲線が水平になる α_{ER} を求める。このとき歯すじ方向誤差曲線が傾斜してくるならば、以上の測定を再度繰返す。そして最終的に、歯形および歯すじ方向誤差曲線がともに水平になる角 α_{ER} と ψ_{ER} を決定する。図10にこうして得られた歯形および歯すじ方向誤差曲線を示す。左歯面も同じように測定し、角 α_{EL} と ψ_{EL} を求めることができる。こうして得た試作歯車2の相当はすば歯車の基本諸元 $\alpha_{ER}, \psi_{ER}, \alpha_{EL}, \psi_{EL}$ の製作値は、

$$\alpha_{ER} = 19.9333^\circ, \psi_{ER} = 10.8833^\circ$$

$$\alpha_{EL} = 19.8833^\circ, \psi_{EL} = 18.3500^\circ$$

である。

6.2 仮想創成ラックの基本諸元の決定 相当は

すば歯車の基本諸元の測定値 $m_{ER}, \alpha_{ER}, \psi_{ER}, m_{EL}, \alpha_{EL}, \psi_{EL}$ を用いて、円すい形インポリュート歯車を創成した実際のラックの基本諸元 $m, \alpha_{or}, \alpha_{ol}, \psi, \delta$ を求める。式(19)、(23)～(25)によって、 $m, \alpha_{or}, \alpha_{ol}$ を

$$\left. \begin{aligned} m &= m_{ER} = m_{EL} \\ \alpha_{or} &= \alpha_{ER} \\ \alpha_{ol} &= \alpha_{EL} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

として決定する。次に角 ψ と δ は式(22)と(26)より次式として求められる。

$$\sin \delta = (\sin \psi_{EL} - \sin \psi_{ER}) / (\tan \alpha_{or} + \tan \alpha_{ol}) \dots\dots\dots (37)$$

$$\sin \psi = \sin \psi_{ER} \sec \delta + \tan \alpha_{or} \tan \delta \dots\dots\dots (38)$$

試験歯車2を創成したラックの基本諸元は次のとおりである。

$$m = 2.5, \alpha_{or} = 19.9333^\circ, \alpha_{ol} = 19.8833^\circ$$

$$\psi = 14.8502^\circ, \delta = 10.0877^\circ$$

以上により、歯車研削盤上に実現された仮想創成ラックの諸元を得た。

7. 結 論

(1) 相当はすば歯車という考え方を導入して、CNC 歯車測定機による円すい形インポリュート歯車の歯面測定法を開発した。これにより、はすば歯車の測定と同程度の迅速さで、円すい形インポリュート歯車の歯面を測定することが可能となった。

(2) さらにこの測定法に基づく歯面解析法をも開発した。これはホブ盤あるいは歯車研削盤に実現された仮想創成ラックの基本諸元を見出すこと、および歯車が設計どおり製作されていない場合の製作諸元の修正をも可能にする。

(3) 円すい形インボリュート歯車の設計・製作システムは、歯車の形状設計、歯切り法、研削法、仕上げ寸法管理法、および測定法から構成されているが、本研究はこのシステムを完結させるものである。

以上により、著者らが取組んできたこの歯車の設計・製作システムもようやく完成に至っている。本研究に協力いただいた太陽機械製作所、長岡歯車製作所および山形大学工学部技官本田健蔵氏、また本設計・製作システムの確立に尽力いただいた各位に対し、心から感謝する。

文 献

- (1) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 1: Theoretical Analysis of Table Sliding Taper Hobbing, *Trans. ASME, J. Eng. Ind.*, **103**-4(1981), 446-451.
- (2) Mitome, K., Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 2: Hobbing of Conical Involute Gear, *ASME, J. Eng. Ind.*, **103**-4(1981), 452-455.
- (3) 三留謙一, 円すい形インボリュート歯車の研究(第1報, 設計および製作法), *機論*, **48**-430, C(1982), 852-859.
- (4) Mitome, K., Inclining Work-Arbor Taper Hobbing of Conical Involute Gear Using Cylindrical Hob, *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **108**-1(1986), 135-141.
- (5) 三留謙一, 円すい形インボリュート歯車の研究(第4報, 歯車の研削法), *機論*, **53**-486, C(1987), 451-454.
- (6) 三留謙一・建部 研, はすば円すい形インボリュート歯車のオーバボール法の開発, *機論*, **57**-538, C(1991), 2138-2143.
- (7) 三留謙一, 伝達要素の高精度化技術, *精密工学会誌*, **60** 10(1994), 1397-1402.