歯当たりによる歯車運転性能推定法に関する研究*

(第2報, 合成誤差曲面と歯車運転性能の推定精度)

久保 愛三^{*1}, 松浦 正幸^{*2}, 野中 鉄也^{*1}

Prediction of Performance of Involute Helical Gears by Observation of Tooth Contact Pattern (2nd Report, Accuracy of Prediction for Composite Error Surface and Gear Performance)

Aizoh KUBO, Masayuki MATSU-URA and Tetsuya NONAKA

A practical algorithm to generate the composite form deviation of mating tooth flanks defined on the plane of action of cylindrical involute gears, referred to as "composite error surface", as a function of tooth contact pattern of the gear set was proposed in the first report of this investigation. In this report, the reliability of the proposed algorithm is examined by applying this method to some gears with different kinds of tooth contact patterns. The algorithm has enabled successful reconstruction of the composite error surface to produce a tooth contact pattern that matches the target pattern fairly well. Using the reconstructed composite error surface, the simulation of gear performance as a function of tooth contact pattern becomes possible. Using this software, the reliability of the predicted stress values and vibrational excitation as a function of tooth contact pattern was examined.

Key Words: Gear, Design Method, Contact Pattern, Gear Accuracy, Pattern Analysis

1. 結 言

インボリュート円筒歯車の歯当たりの状態から歯車の運転性能を予測する手法を開発するため, 前報では, 合成誤差曲面を構成する曲面の次数と作用面上で表した歯当たりの境界線の形状との関係を明らかにし, これを利用して, 歯当たりの形状から合成誤差曲面の形状を推定する一つの方法を提案した。また, 種々の影響因子が合成誤差曲面の形状と歯当たりの形状に及ぼす効果を, 歯面の誤差形状が主として中凸である場合について検討してきた。本報では, 前報で取扱った以外の種々の形の歯面形状誤差, したがって, 種々の形状の歯当たりパターンに対して, 開発した方法がどの程度の精度で, 無負荷の歯当たりパターンから合成誤差曲面を推定することができるか, また, 歯当たりを採取するときの塗料の厚さによって, 歯当たりの形状や大きさが推定される合成誤差形状やその振幅にどのような影響を与えるかを検討する。そして, 推定した合成誤差曲面をもつとした歯車対に対して計算される

Fig. 1 Flow for predicting the composite error surface as function of contact pattern

* 原稿受付 1995年6月30日.

^{*1} 正員, 京都大学工学部 (〒606 01 京都市左京区吉田本町).

^{*2} 四国電力(株)伊方発電所 (〒796 04 愛媛県西宇和郡伊方町九町).

応力や振動起振力などの運転性能に関係をもつ諸量が、正しい値からどの程度隔たるかを検討し、本研究で明らかにしてきた手法が、実用に耐えるかどうかを吟味するものである。

2. 合成誤差曲面推定精度の検討方法

インボリュート円筒歯車の諸元や製作誤差、組付け誤差、負荷条件により、歯当たりや性能がどのような状態を示すかについては、実験的にもあるいは実機に対する使用においても、その信頼性がよく確認されて

いるコンピュータシミュレーションプログラムが開発されている^{(1)~(7)}。したがって、①歯車諸元、歯面形状誤差、負荷の大きさを与えてこのシミュレーションを実行し、歯当りを求める、②得られた歯当たりを入力データとして採用し、第1報で開発した方法(図1参照)により逆に合成誤差曲面を推定する、③この推定された合成誤差曲面と、元のコンピュータシミュレーションの入力データの合成誤差曲面の状態を比較して、両者がどの程度一致するかを検討する、ことにより、本研究で目標とする「歯当たり」から歯車運転性能

Fig. 2 Contact pattern for different kind of composite error surfaces and the predicted composite error surface

を推定する方法が、どの程度実用性をもち得るかを、定量的に検討することにする。

本報で対象としたのは、モジュール 5.5, 歯数 21/31, 工具圧力角 20 deg., 歯幅 40 mm, ねじれ角 23.5 deg. の標準はすば歯車であり, 7 種類の歯面形状の誤差曲面をもつ場合について検討した。

3. シミュレーションとの対比

図 2 は, 表 1 に示す歯形と歯筋形状をもつ歯車の場合についての検討結果(塗料厚さ 3 μm)を示す。左列の図は, 駆動歯車, 被動歯車の歯形曲線 3 本, 歯筋曲線 3 本を実測して歯面形状を創成し, それを作用面上で足しあわせて得られた合成誤差曲面を示す。これはシミュレーションの入力としたものであり, 本章の検討では, 本来求まるべき目標の合成誤差曲面を示す。右列の図は, 提案した方法によって求めた推定合成誤差曲面を示している。中央の図は, そのおのおのの合成誤差曲面からシミュレーションによって求められる赤当たりを比較している。すなわち, 実線で囲んだ部分が目標とする赤当たり領域で, これは左列の合成誤差曲面による計算赤当たり領域である。斜線群はこの赤当たりにマッチするように第 1 報のアルゴリズムで合成誤差曲面を右列のように推定した状態に対する赤当たり領域を表している。

図 2(a) は中凸歯形とクラウニングを施された歯すじ形状をもつ場合, 図 2(b) は, 図 2(a) と同じような中凸の歯面形状であるが, その詳細形状が異なる場合である。この両図の場合とも, 提案した方法で合成誤差曲面の形状が定性的にはよく推定され, 推定された合成誤差曲面が作り出すであろう赤当たりパターンと推定の基礎となった赤当たりパターンとの相異は, 現実に採取される歯当たりパターンそのものの持つ信頼

性を考慮してみると, 十分小さく, 両歯当たりはよく一致しているといえることができる。しかし, 定量的に見ると, 歯当たりの存在する作用面の中央付近においての推定精度はよいが, 歯当たりから離れた作用面の端近くにおいては, 推定精度が悪くなっている。この傾向は, 歯当たりからの距離が遠くなるほど強くなる。これは, 赤当たり領域の外側では歯当たりの情報量は零であるため, 当然の結果である。

図 2(c) は, 中凸歯形の歯車が片当たりをした場合である。この場合についても同じことがいえるが, 歯すじ方向で歯当たりのないところでも, 推定精度がそれほど悪くなっていない。これは, 目標とする合成誤差曲面の歯すじ方向形状が単純なもの(一次あるいは二次曲線に近いもの)であったため, 提案の推定法とうまく適合したためと推測される。

図 2(d) は, 圧力角誤差をもつ歯形とクラウニングされた歯すじ形状をもつ歯車の場合である。この場合についても, 歯当たりからの距離が遠くなるほど推定精度が悪くなっていくのが明りように認められる。

図 2(e) は, 少し形状の異なる圧力角誤差をもつ歯車が若干片当たりをする場合である。歯当たりは特徴的なパターンを示すが, このような特殊な場合についても, まあまあの精度で推定ができています。

図 2(f) は(d)と同様の場合であるが, その詳細形状が異なる場合である。この場合には, 一方の歯の側端付近での推定精度は悪くなっているが, 他端ではそうでない。このように, 歯当たりからある程度以上離れた位置における推定精度は, 合成誤差曲面を推定するための情報が不足しているために, どのようなかわからないところがある。

図 2(g) は, 圧力角誤差をもつ歯車が少し片当たりをする場合である。この場合には極めてよい精度で推定ができています。

全体的に見ると, 総じて推定合成誤差曲面のほうに誤差振幅が小さくなっている。これは, 本研究で開発した推定法(図 1 参照)の中で「5. 赤当たり領域外の誤差曲面の直線化」および「8. 誤差曲面を滑らかにする」修正ステップの結果によるものと思われる。

4. 塗料厚さの影響

赤当たりは, その輪郭線のみが情報をもつものであり, その内部および外部がもつ情報量は極めて少ない。提案した無負荷状態の赤当たりより歯車対の合成誤差曲面を推定する方法はこれに対処するため, 種々の暗黙の仮定を置いてきた。すなわち, この推定法の手順は, 骨格となる歯形, 歯すじ誤差曲線の修正と誤

Table 1 Samples of tooth flank form

	Notation of gear pair	Tooth profile	Tooth lead form
Driving pinion	(a)	Convex form	Convex form
	(b)	Convex form	Convex form
	(c)	Convex form	Shaft alignment error
	(d)	Pressure angle error	Convex form
	(e)	Pressure angle error	Shaft alignment error
	(f)	Error free	Convex form
	(g)	Pressure angle error	Error free
Driven gear		Error free	Error free

差曲面の微細な修正という二つのステージに分けられるが、この第1のステージにおける処理は、赤当りの輪郭線で囲まれた領域の合成誤差曲面の形状は単調な変化しかないという仮定のもとに行われている。また、赤当りの輪郭線で囲まれた領域外部の合成誤差曲面の断面は直線的な変化をするとしているが、これはこの領域に対して赤当りが与える情報量があまりに少ないためにおかれた仮説である。

いま、歯面形状に誤差がある一般的な場合を考えると、塗料厚さが零の場合にはかみあう一對の歯車は同時に噛みあっているどれかの歯面上の1点でしか接触せず、歯当りは合成誤差曲面の頂点を連ねた曲線を作用面上に投影したもの的一部である単数あるいは複数の曲線となる。したがって、この場合には、歯面の全面が赤当りの輪郭線で囲まれた領域の外部になり、提案した方法で合成誤差曲面を推定しようとしても、その精度が極めて悪くなるはずである。

一方、塗料厚さが合成誤差曲面の最大振幅よりも大きい場合には、赤当りは全歯面あるいは全作用面を覆うことになり、歯面形状誤差が零の場合とまったく区別がつかない。したがって、この場合には提案した方法で合成誤差曲面を推定することは不可能になる。

図3は歯車対(b)の測定誤差曲面を用いてシミュレーションで求めた赤当りと、その赤当りから逆に推定される合成誤差曲面を、種々の塗料厚さの場合に

Fig. 3 Change of contact pattern for different paint thickness and its influence on the form of predicted composite error surface

ついて示したものである。塗料厚さ De は、0.5, 5, 20, 50 μm と変化させているが、塗料厚さが大きくなるに従って、赤当り領域の面積も大きくなっている。塗料厚さが 0.5 μm の場合には、赤当り領域が非常に小さいために、推定合成誤差曲面は実際の誤差曲面 [図2左列(b)] とはかなり異なったものになっており、塗料厚さが 50 μm の場合には赤当り領域が作用面全体に広がっていて、この赤当りからはまったく誤差をもたない誤差曲面を推定している。それに対して、塗料厚さが 5, 20 μm のときには、赤当り領域が作用面上である程度の大きさをもっているために、実際の誤差曲面の特徴をとらえた誤差曲面を推定していることがわかる。

これらのことから、提案した方法で赤当りから実際の誤差形状に近い合成誤差曲面を精度良く推定するためには、入力データとなる赤当りの領域が作用面上で、ある限られた範囲内の大きさにあるのが望ましいことがわかる。

図4は、同一の実測赤当り(図5中央列参照)を目標パターンとして与えるが、塗料厚さを変えた場合に、推定される合成誤差曲面がどの程度変化するかを、2例について示したものである。塗料厚さ De を 1, 3, 5, 7 μm に変化させて推定を行い、結果として求めた

Fig. 4 Influence of paint thickness on the accuracy of prediction of composite error surface

推定誤差曲面を示す。また、最上部には比較のため測定誤差から形成される誤差曲面を示している。歯車対(b), (f)とも、塗料厚さが $1\mu\text{m}$ の場合には推定誤差曲面の誤差振幅が実際のものよりかなり小さく、塗料厚さが $7\mu\text{m}$ の場合には推定誤差曲面の誤差振幅が大きくなるというように、入力する塗料厚さが大きくなるに従って合成誤差曲面の誤差振幅が大きくなっている。歯車対(f)においては、塗料厚さを3, $5\mu\text{m}$

に設定したときの推定誤差曲面が実際のものに近い。また、歯車対(b)について見ると、塗料厚さの変化に伴う推定誤差曲面の変化のようすは歯車対(f)の場合よりも激しく、塗料厚さが $3\mu\text{m}$ の場合の推定誤差曲面は実際の誤差曲面とその誤差形状がよく似ているものの、塗料厚さが1, $5\mu\text{m}$ の場合にはすでに自由端付近で推定合成誤差曲面と実際のそれとのずれが大きくなっていることに気づく。

Fig. 5 Comparison between measured and predicted composite error surface as function of observed contact pattern

Fig. 6 Reliability check of the prediction in terms of different kind of induced stresses and vibrational excitation of gear set (1 kgf=9.8 N)

5. 実測歯車精度測定結果との対比

表1に示した歯車対に塗料を塗って赤当たりを採取し、その実測赤当たりから合成誤差曲面を推定した。図5の左列の図に実際の歯車の測定から求めた合成誤差曲面、右列の図に本推定法によって求められた推定合成誤差曲面を示す。また、中央の列の図に実測赤当たりと、推定合成誤差曲面を決定する際の計算で収束した状態の赤当たりを比較して示す。ここで、本推定を行う際に与える塗料厚さは $3\mu\text{m}$ としている。中央の列の歯当たりの図において、斜線で示した部分が推定合成誤差曲面を用いた計算赤当たり、実線で囲んだ部分が実測の赤当たりを表しているが、両者はほぼ同様の領域をとっている。

左ならびに右の列の図に示されている合成誤差曲面を比較すると、そのおおまかなようすは推定できているが、例えば歯車対(a) [図5(a)] の歯形誤差に着目すると、実際の合成誤差曲面ではかみあい始め付近であまり誤差値に変化が見られないのに対し、推定の合成誤差曲面ではかなりの変化をもった中凸の形状をとっている、等の違いも見られる。しかし、この例については、実測で得られた赤当たりが、測定誤差を用いた場合の計算赤当たりとかなり異なった当たり領域を示していたこともあり、本推定法の不備を示すものではない。また、歯車対(d)を見ると、圧力角に大きなずれが観察される。これは図2の「測定誤差からの計算赤当たりをもとに推定した場合」には見られなかったものであり、測定誤差からの計算赤当たりと実測赤当たりを比較した場合、実測赤当たりのほうが縦方向(作用線方向)に当たり領域が短いため、このような結果になったものと考えられる。しかし、歯車対(g)等のように、実測赤当たりが、測定誤差を用いて計算で求めた赤当たりと異なる場合があるにもかかわらず、歯車対(g)、歯車対(a)を除く他の歯車においては、推定誤差曲面に比べて誤差振幅が若干小さいものの、ほぼ図2に示した推定誤差曲面と同程度の推定が行われている。

また、実測で得られる赤当たりは、実際の歯面上の誤差をそれほど敏感に反映しているものではない。一つの歯車でも各歯面の形状精度が微妙に異なることや、各歯面における塗料厚みに差があることのために、実測で得られる赤当たりの形状がどの程度、実際の歯面と塗料厚みとの幾何学的干渉位置を輪郭線とするパターンに一致しているかは、定かでないところもある。したがって、実測赤当たりから推定される合成誤差曲面の精度も、この歯当たり自体の不確かさ以上に

はよくなり得ないことに留意しなくてはならない。

6. 推定される運転性能の妥当性

実測の誤差を用いて計算で求めた無負荷赤当たり(以下、計算無負荷赤当たりと呼ぶ)と、実測無負荷赤当たりの両赤当たりから、開発した手法により合成誤差曲面を推定した。この推定した合成誤差曲面と、歯形歯すじ形状測定結果を補間して構築した合成誤差曲面を歯車運転性能シミュレーション・プログラムに入力し、伝達接線荷重(W_t)が5.25, 11.8, 21.0 kgf/mmの3レベルにおける、歯面の分布荷重、接触応力、歯元応力、フラッシュ温度の各最大値、および振動起振力のかみあい一次の周波数成分を計算した。結果を図6に示す。これらの運転性能値を求める際に、アライメント誤差は与えなかった。以下の図中において、○：実測の誤差を用いてシミュレーションを実行し、上記の諸量を求めた場合
□：実測の誤差を用いて無負荷時の赤当たりを計算により求め、この赤当たりを用いて本研究で開発した手法により誤差曲面を推定し(推定誤差Aとする)、この推定誤差Aを用いてシミュレーションを実行して、上記の諸量を求めた場合
△：実測無負荷赤当たりを用いて本研究で開発した手法により誤差曲面を推定し(推定誤差Bとする)、この推定誤差Bを用いてシミュレーションを実行して上記の諸量を求めた場合である。

(1) 分布荷重

伝達荷重を変化させたときの、歯面の分布荷重 $P_{\max}$ の変化のようすを図6の最左列に示す。荷重の増加に

Fig. 7 Comparison between original and predicted tooth fillet stress distribution for gears of different tooth contact pattern

に伴い、 $P_{\max}$ は大きくなっており、また、歯車対が異なれば、同一荷重でも $P_{\max}$ は異なっている。推定誤差 A を用いた場合には、測定誤差を用いた場合に比べて、同一歯車対、同一荷重において、必ず小さい $P_{\max}$ を示している。これは、推定誤差 A は、測定誤差に比べて誤差振幅が小さいためであり、この状況はすべての歯車対において認められる。しかし、歯車対(a)、(d)に対して推定誤差 B を用いた場合は、実際の測定誤差に比べて誤差振幅が大きいので、その $P_{\max}$ は測定誤差を用いた場合より大きくなっている。

また、推定合成誤差曲面は歯の自由端付近で測定合成誤差曲面とのずれが大きいために、荷重値が増え自由端まで歯面の接触する領域が広がったときに、歯面の分布荷重値が測定誤差を用いた場合と比較して、かなり違ってくるのではないかと予想されていた。しかし、歯車対(a)に対して推定誤差 B を用いた場合にその傾向が見られるものの、その他の場合には、荷重が大きくなっても、測定誤差を用いた場合の $P_{\max}$ と推定誤差を用いた場合の $P_{\max}$ の差は、あまり変化していない。

(2) 歯面接触応力

図6の左から2番めの列に歯面接触応力最大値 $\sigma_{H\max}$ の比較を示す。すべての歯車対に対して、 $\sigma_{H\max}$ の推定値の、測定誤差を用いた場合の値に対する差は、図6の最左列の最大分布応力 $P_{\max}$ の場合とほぼ同様の結果を示している。

(3) 歯元応力

図6の中央の列に歯元応力最大値 $\sigma_{B\max}$ の比較を示す。ここで、 $\sigma_{B\max}$ として駆動歯車の引張り側歯元応力の最大値を代表として採用した。荷重の増加とともに、 $\sigma_{B\max}$ は増大しているが、推定誤差を用いた場合の $\sigma_{B\max}$ の、測定誤差を用いた場合との差が、前述の分布荷重、歯面接触応力に比べて小さくなっている。

図7に歯幅方向の各位置で、かみあいの進行にともなう歯元応力変化の最大値がどのように分布するかの比較を示す。推定誤差 B を用いた場合においてもかなり妥当な歯元応力分布の推定のできているのが認められる。

(4) フラッシュ温度

図6の右から2番めの列にフラッシュ温度の指標値 T_f の最大値 $T_{f\max}$ の比較を示す。ここに、 T_f とはブロークのフラッシュ温度を $1.11\mu\sqrt{\pi n/30}/\sqrt{\lambda\rho c}$ で除した値であり、静的な解析結果から、フラッシュ温度の状況を知ることのできるものである⁽³⁾。ここに、 μ は摩擦係数、 n は回転速度、 λ 、 ρ 、 c はそれぞれ歯面材料

の熱伝達率、比重、比熱である。歯車対(a)に対して推定誤差 B を用いた場合の値が測定誤差に近付いていることを除けば、推定誤差による $T_{f\max}$ と測定誤差による $T_{f\max}$ の相関は、ほぼ分布荷重、歯面接触応力の場合と同様の傾向を示している。

(5) 振動起振力

図6の最右列に振動起振力のかみあい一次の周波数成分 E_v の比較を示す。例えば、歯車対(f)のように荷重の増加に伴って、測定誤差を用いた場合の E_v と推定誤差を用いた場合の E_v が同様の变化傾向をもつものもあれば、歯車対(d)、歯車対(b)、歯車対(a)のように、測定誤差、推定誤差 A、推定誤差 B、を用いた場合ですべてが異なった変化をする場合もある。

以上のように、測定誤差を用いた性能値に比較して推定誤差を用いた運転性能値は、最大で±50%程度のずれをもっている。そして、荷重が大きくなるにつれて、このずれは小さくなる。しかし、振動起振力の推定値についてみると荷重が大きい場合には、他の運転性能値と同じ程度のずれをもっているが、荷重が小さいときには非常に大きなずれをもち、推定誤差を用いた場合の E_v から実機の起振力の程度を推定するには若干無理がある。

7. 負荷運転の歯当たりからの推定精度

実機の負荷運転で得られる歯当りは歯面荷重の分布領域いわゆる黒当たりか、あるいは、この周辺の塗料のはげた領域である。また、負荷により軸のアライメント誤差を生じる。そこで、このような場合に、今までと同じアルゴリズムを用いて得られる推定誤差から求められる運転性能値が、実測の誤差にアライメント誤差を考慮して求められる運転性能値とどの程度のずれを示すかを調べる必要がある。アライメント誤差は実測の歯元応力の歯幅方向の変化のようすがシミュレーション結果にほぼ一致する大きさを与えて検討した。

6章と同様に、歯面の分布荷重の最大値 $P_{\max}$ 、歯面接触応力の最大値 $\sigma_{H\max}$ 、歯元応力の最大値 $\sigma_{B\max}$ 、フラッシュ温度の指標値の最大値 $T_{f\max}$ と、アライメント誤差を与えない場合に比べてその絶対値は大きくなるが、推定値のずれのパーセントはアライメント誤差を与えない場合とほぼ同様の範囲に収まることが確認された。

振動起振力のかみあい一次の周波数成分 E_v についても、アライメント誤差を与えない場合と同様に、荷重が小さいときには、推定誤差より求めた E_v と、測定誤差より求めた E_v との間にはかなりの差がみられ

るが、荷重が大きくなるに従ってその差は小さくなる。

8. 結 言

種々の形状の歯当たりをもつ歯車対について、第1報で示した推定法によって無負荷赤当たりから合成誤差曲面を推定した。推定歯当たりの合致度という点からは、ほぼ問題のない精度で合成誤差曲面が求められたが、作用面の周辺上、すなわち、歯の自由端付近で、測定誤差と誤差形状が若干異なる場合が多かった。この推定誤差曲面から求めた歯車運転性能に関する諸量の値は、低荷重時の振動起振力を除いて、測定誤差を用いた運転性能値を、ほぼ $\pm 50\%$ 程度の誤差の範囲内で表すことが可能であった。特に、ピッチング、スポーリングに影響をもつ接触応力、歯の折損に影響をもつ歯元応力、スコーリングに影響をもつフラッシュ温度については、推定誤差を用いて $\pm 40\%$ 程度の誤差の範囲内での推定が可能であった。この $\pm 40\%$ という推定精度は、実際の現場における要求の程度によって評価

が異なるものであろう。

また、荷重が大きくなるにつれて、推定値が実際の値よりずれるパーセントは小さくなる。振動起振力の推定値についてみると荷重が大きい場合には、他の運転性能値と同じ程度のずれをもっているが、荷重が小さいときには非常に大きなずれをもち、推定誤差を用いた場合の E_v から実機の起振力の程度を推定する場合には、かなり精度が落ちることが明らかとなった。

本研究の一部は、平成6年度文部省科学研究補助金(一般研究C、課題番号05650144)により行ったものである。深甚なる謝意を表する。

文 献

- (1) 久保愛三・梅沢清彦, 機論, **43** 371, 第3部, (1952), 2771-2783.
- (2) 久保愛三・清野 慧, 機論, **46** 401, C(1955), 86-98.
- (3) 久保愛三・ほか2名, 機論, **46** 405, C(1955), 550-561.
- (4) 上野 拓・ほか3名, 機論, **50** 451, C(1959), 520-528.
- (5) 久保愛三・ほか4名, 機論, **51** 467, C(1960), 1559-1567.
- (6) 有浦泰常・ほか4名, 機論, **51** 467, C(1960), 1568-1576.
- (7) 久保愛三・ほか5名, 機論, **54** 499, C(1963), 684-691.