基礎励振を受けるスクウィーズ・フィルム・ダンパ～ 弾性回転体系の振動解析*

岡 本 伸 吾^{*1}, 岡 田 英 之^{*2}

Vibration Analysis of Squeeze Film Damper～Flexible Rotor System Subjected to Base Excitation

Shingo OKAMOTO and Hideyuki OKADA

The purposes of this study are to clarify the characteristics of fluid film of a squeeze film damper (SFD) which consists of fluid film and centering springs, and to develop an analytical method which can simulate vibration phenomena of a flexible rotor system supported by the SFD's. It is also supposed that a squeeze film damper～flexible rotor system is subjected to a base excitation, such as an earthquake with a vertical shock. The fluid film forces of the SFD were computed by solving the Reynolds equation for finite-length bearings. In the formulation of a rotating shaft, a finite-element method (FEM) was used to consider the elasticity and arbitrary shape of the shaft. We show the calculated results for the properties of the fluid films, vibration modes of the rotor system and time history responses in the case when the rotor system was subjected to a base excitation. The results of the calculations show that usage of the SFD's can effectively reduce the rotor vibration caused by both unbalance of the rotor and the base excitation.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Finite-Element Method, Rotary Machine, Slider Bearing, Squeeze Film Damper, Base Excitation, Earthquake, Fluid Film

1. 緒 言

油膜軸受は回転機械の振動低減に効果があり、しかも、長寿命のため大形高速回転体の軸受としてよく用いられる。油膜軸受～回転体系の動的問題においては、おもにジャーナル軸受に関する研究^{(1)～(4)}とスクウィーズ・フィルム・ダンパ(SFD)に関する研究^{(5)～(10)}が行われている。レイノルズ式を用いて軸受の油膜の解析を行う場合、軸受の幅径比が大きい場合は無限幅近似、幅径比が小さい場合は無限小幅近似し油膜力を求めている。レイノルズ式を無限幅近似した研究では、Vance ら⁽⁵⁾や Bansal ら⁽⁶⁾がダンパの両端がシールされ給油溝がない場合を想定し、SFD の圧力分布を求めている。また、レイノルズ式を無限小幅近似した研究では、服部⁽³⁾がジャーナル軸受の油膜力の等価的な剛性、粘性減衰係数を求め、弾性ロータが動荷重を受ける場合の解析を行っている。しかし、軸受の現象を正確に表現するためには有限幅軸受としての解析が必要である。有限幅軸受に関する研究では、染谷⁽¹⁾が有

限幅のレイノルズ式を解き油膜力の等価的な剛性、粘性減衰係数を求め、回転体を剛体でモデル化した系についての安定解析を行っている。また、Arakere ら⁽⁷⁾は、レイノルズ式の解すなわち、SFD の油膜圧力を級数の和で表し、コロケーション法により油膜力を求め、回転体を 1 自由度の質点でモデル化した系についての解析を行っている。さらに、Ding ら⁽⁴⁾はジャーナル軸受について、差分法を用いて油膜力を求め、複数個の軸受によって支持された弾性回転軸系の動的解析を行っている。しかし、有限要素分割された回転体が有限幅軸受により支持された系に関する研究は比較的少ない。さらに、地震動などの基礎励振を受けるロータの振動に関する研究⁽¹¹⁾は回転機械の安全設計上重要であるが、SFD(油膜とセンタリングばね)により支持された弾性回転体が、基礎励振を受ける場合の振動解析は見あたらない。

本研究では、有限幅のレイノルズ式を解くことにより SFD の油膜の解析を行い、油膜厚さと油膜圧力分布の特性を明らかにした。次に、剛体ベッドと、SFD によって支持された弾性回転体から構成される二層系が、直下型地震を想定した地盤の上下方向の基礎励振を受ける場合について、固有値解析と時刻歴応答の解析を行った。なお、回転軸の定式化では有限要素法を

* 1995 年 3 月 29 日 第 72 期通常総会講演会において講演、原稿受付 1995 年 6 月 21 日。

^{*1} 正員、広島大学工学部 (〒739 広島市鏡山 1-4-1)。

^{*2} 学生員、広島大学大学院。

用いた。

2. 解 析

2.1 解析モデル 図1に解析モデルを示す。剛体回転円板①を取付けた弾性回転軸②は、回転軸支持部③、④のスクウィーズ・フィルム・ダンパ(SFD：油膜とセンタリングばね)を介して剛体ベッド⑤に設置されている。剛体ベッドは地盤⑧にベッド支持部⑥、⑦によって弾性支持され、センサ(加速度計あるいは変位計)⑨、⑩の位置における地盤の上下方向変位により励振されるものとする。

2.2 主な座標系の定義 図2に示す座標系を用いる。系が静止している場合には、静止座標系の Z 軸と剛体地盤の Z' 軸、剛体ベッドの z 軸、回転軸の中心線 z' 軸は一致しているものとする。

(1) O - XYZ 座標系(静止座標系) 原点 O は図1のセンサ1の位置にあるものとする。 XYZ 方向の単位ベクトルを $\{I, J, K\}$ とする。

(2) O' - $X'Y'Z'$ 座標系(地盤に固定された座標系) 静止座標系に対して剛体地盤がセンサ1, 2における Y 方向の変位 V_1, V_2 だけ移動した座標系で、 $X'Y'Z'$ 方向の単位ベクトルを $\{I', J', K'\}$ とする。

(3) o - xyz 座標系(剛体ベッドに固定された座標系) 静止座標系に対して、ベッドの支持部3, 4が Y 方向に V_3, V_4 だけ移動した座標系で、静止時の原点 o_0 は点 o に移動する。この場合の点 o を原点とする座標系で、 xyz 方向の単位ベクトルを $\{i, j, k\}$ とする。

Fig. 1 An analysis model

($i=1$).

(4) s - $x'y'z'$ 座標系 静止時に o - xyz 座標系の z 軸上にあった任意点 s_0 が、回転軸の支持部1, 2および回転軸の弾性変形により xy 平面内を点 s に移動する。この場合の点 s を原点とする座標系で、 $x'y'z'$ 方向の単位ベクトルを $\{i, j, k\}$ とする。

(5) s - $\xi y'z''$ 座標系 回転軸の支持部1, 2および回転軸の弾性変形により s - $x'y'z'$ 座標系が y' 軸回りに θ_y 回転した座標系で、 $\xi y'z''$ 方向の単位ベクトルを $\{e_\xi, j, k''\}$ とする。

(6) s - $\xi\eta\zeta$ 座標系(ふれまわり運動に固定された座標系) 回転軸の支持部1, 2および回転軸の弾性変形により s - $\xi y'z''$ 座標系が ξ 軸回りに θ_ξ 回転した座標系で、 $\xi\eta\zeta$ 方向の単位ベクトルを $\{e_\xi, e_\eta, e_\zeta\}$ とする。

(7) s - $\xi'\eta'\zeta'$ 座標系(回転軸に固定された座標系) 回転軸の回転により s - $\xi\eta\zeta$ 座標系が ζ 軸回りに $\Omega t + \delta$ 回転(Ω :回転体の回転角速度, t :時間, δ :初期位相)した座標系で、 $\xi'\eta'\zeta'$ 方向の単位ベクトルを $\{e'_\xi, e'_\eta, e'_\zeta\}$ とする。

s - $\xi\eta\zeta$ 座標系から o - xyz 座標系へのベクトルの変換式は、 θ_y, θ_ξ が微小量の場合には近似的に

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{2}\theta_y^2 & \theta_x\theta_y & \theta_y \\ 0 & 1 - \frac{1}{2}\theta_x^2 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 1 - \frac{1}{2}(\theta_x^2 + \theta_y^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\xi \\ e_\eta \\ e_\zeta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表される。また、ベッドが支持部3, 4において静止座標系から Y 方向に変位 V_3, V_4 だけ動けば、ベッドは x 軸回りに次式で表される θ_B 回転することになる。

$$\theta_B = (V_3 - V_4)/l_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

O - XYZ 座標系から o - xyz 座標系へのベクトルの

Fig. 2 The reference frames

変換式は, θ_B が微小量の場合には近似的に

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{1}{2}\theta_B^2 & \theta_B \\ 0 & -\theta_B & 1 - \frac{1}{2}\theta_B^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ J \\ K \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

で表される。

2.3 回転軸 回転軸内の任意点の絶対速度, 要素の運動エネルギー, ひずみエネルギーを求める⁽¹¹⁾。

2.3.1 絶対速度 地盤が上下方向に動く場合, z 軸上にあった任意点 s_0 は xy 平面内を移動し点 s に移る。この場合, 点 s の絶対速度 v_s は,

$$v_s = \frac{d}{dt} R_B + \frac{d}{dt} R_s + \omega_B \times R_s \dots\dots\dots (4)$$

で表される。ここで, R_B は静止座標系におけるベッド座標系の原点 o の位置ベクトルであり, ベッドの支持部 3 の Y 方向の変位を V_3 , 系が静止している場合, 静止座標系の原点 O からベッド座標系の原点 o までの Z 方向の距離を l_1 とすると次式で表される。

$$R_B = V_3 J + l_1 K \dots\dots\dots (5)$$

また, R_s は o - xyz 座標系における任意点 s の変位ベクトルであり, 回転軸の x, y 方向のたわみを u_s, v_s とすると, 次式で表される。

$$R_s = u_s i + v_s j + z k \dots\dots\dots (6)$$

また, ω_B はベッド座標系が静止座標系に対して回転した場合の回転角速度ベクトルであり,

$$\omega_B = (\dot{V}_3 - \dot{V}_4)/l_2 i = \dot{\theta}_B i \dots\dots\dots (7)$$

で表される。さらに回転軸が角速度 Ω で回転している場合, 回転軸の点 s を含む軸断面内の任意点 p の絶対速度 v_p は次式で表される。

$$v_p = v_s + \frac{d}{dt} R_p + \omega_B \times R_p + \omega \times R_p \dots\dots\dots (8)$$

ここで, R_p は s - $\xi\eta\zeta$ 座標系における点 p の位置ベクトルであり, 円筒座標系 (r, a, ζ) を用いると次式で表される。

$$R_p = (r \cos \beta) e_\xi + (r \sin \beta) e_\eta, \beta = \Omega t + \delta + a \dots\dots\dots (9)$$

ここで, δ は初期位相である。 ω は弾性変形により s - $\xi\eta\zeta$ 座標系が s - $x'y'z'$ 座標系に対して回転した場合の回転ベクトルであり次式で表される。

$$\omega = \dot{\theta}_x e_\xi + \dot{\theta}_y e_\eta - \dot{\theta}_z e_\zeta \dots\dots\dots (10)$$

回転軸の x, y 方向のたわみを u_s, v_s とすると, 回転角 θ_x, θ_y とたわみ角 θ_{sy}, θ_{sx} との間には,

$$\theta_{sx} = \frac{du_s}{dz} = \theta_y \dots\dots\dots (11)$$

$$\theta_{sy} = \frac{dv_s}{dz} = -\theta_x \dots\dots\dots (12)$$

の関係がある。以上から, 速度ベクトル v_p が o - xyz 座標系の成分となるように, ベクトルの変換式(1), (3)を用い, 式(8)の演算を行えば, 回転軸内の任意点 p の絶対速度ベクトル v_p は次式となる。

$$v_p = v_{px} i + v_{py} j + v_{pz} k \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{aligned} v_{px} = & \dot{u}_s + \frac{1}{2} \Omega \theta_{sx}^2 r \sin \beta - \Omega r \sin \beta \\ & - \Omega \theta_{sx} \theta_{sy} r \cos \beta - \dot{\theta}_{sx} \theta_{sy} r \sin \beta \\ & - \dot{\theta}_{sy} \theta_{sx} r \sin \beta - \dot{\theta}_{sx} \theta_{sx} r \cos \beta \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{py} = & \dot{v}_s + \Omega r \cos \beta - \frac{1}{2} \Omega \theta_{sy}^2 r \cos \beta \\ & - \dot{\theta}_{sy} \theta_{sy} r \cos \beta + \dot{V}_3 - \dot{\theta}_B z + \dot{\theta}_B \theta_{sx} r \cos \beta \\ & + \dot{\theta}_B \theta_{sy} r \sin \beta \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{pz} = & \Omega \theta_{sx} r \sin \beta - \Omega \theta_{sy} r \cos \beta - \dot{\theta}_{sy} r \sin \beta \\ & - \dot{\theta}_{sx} r \cos \beta - \dot{V}_3 \theta_B + \dot{\theta}_B v_s + \dot{\theta}_B r \sin \beta \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

2.3.2 運動エネルギー 回転軸要素には 2 節点はり要素を用い, たわみのみを考慮した。要素内の運動エネルギー T_s は回転軸の密度を ρ とすれば, 次式のように表される。

$$T_s = \frac{1}{2} \rho \int_v v_p^T v_p dv \dots\dots\dots (17)$$

はり要素の変位 $u_s(z), v_s(z)$ は要素両端の節点の変位を用いて次式のように z の三次関数で表すことができるものとする。

$$u_s(z) = s_s^T R_s u_s \dots\dots\dots (18)$$

$$v_s(z) = s_s^T R_s v_s \dots\dots\dots (19)$$

ここで, u_s, v_s は節点変位ベクトルで,

$$u_s = \{u_{s1}, \theta_{sx1}, u_{s2}, \theta_{sx2}\}^T \dots\dots\dots (20)$$

$$v_s = \{v_{s1}, \theta_{sy1}, v_{s2}, \theta_{sy2}\}^T \dots\dots\dots (21)$$

s_s, R_s は節点 1, 2 の z 座標をそれぞれ l_{e1}, l_{e2} とすると以下のように表される。

$$s_s = \{1, z, z^2, z^3\}^T \dots\dots\dots (22)$$

$$R_s = \begin{bmatrix} 1 & l_{e1} & l_{e1}^2 & l_{e1}^3 \\ 0 & 1 & 2l_{e1} & 3l_{e1}^2 \\ 1 & l_{e2} & l_{e2}^2 & l_{e2}^3 \\ 0 & 1 & 2l_{e2} & 3l_{e2}^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

したがって, たわみ角 $\theta_{sx}(z), \theta_{sy}(z)$ は次式で表される。

$$\theta_{sx}(z) = \frac{du_s}{dz} = s_s'^T R_s u_s \dots\dots\dots (24)$$

$$\theta_{sy}(z) = \frac{dv_s}{dz} = s_s'^T R_s v_s \dots\dots\dots (25)$$

ここで, s_s' は次式で表される。

$$s_s' = \frac{ds_s}{dz} = \{0, 1, 2z, 3z^2\}^T \dots\dots\dots (26)$$

式(18)~(26)を式(17)に代入することにより, 次式

(27)のように離散化された回転軸要素の運動エネルギー T_s が得られる。ただし、変位や速度を含む三次以上の項は取除いてある。

$$\begin{aligned}
 T_s = & \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{M}_s \dot{\mathbf{u}}_s + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_s^T \mathbf{M}_s \dot{\mathbf{v}}_s \\
 & + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{J}_{sd} \dot{\mathbf{u}}_s + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{v}}_s^T \mathbf{J}_{sd} \dot{\mathbf{v}}_s \\
 & + \Omega \dot{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{J}_{sp} \mathbf{v}_s + \Omega \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \mathbf{j}_{sp}^T \mathbf{u}_s + \dot{V}_3 \mathbf{j}_{sa}^T \dot{\mathbf{v}}_s \\
 & - \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} (\mathbf{j}_{sl}^T + \mathbf{j}_{sd}^T) \dot{\mathbf{v}}_s + \frac{1}{2} m_s \dot{V}_3^2 \\
 & + \frac{1}{6} \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 m_s (l_{e1}^2 + l_{e1} l_{e2} + l_{e2}^2) \\
 & - \frac{1}{2} \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \dot{V}_3 m_s (l_{e1} + l_{e2}) \\
 & + \frac{1}{8} \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 m_s r^2 + \frac{1}{2} \Omega^2 J_{sp} \dots \dots \dots (27)
 \end{aligned}$$

ここで、 m_s は回転軸要素の質量、 r は回転軸要素の半径である。また、破線を引いた項は回転体のスピンによる運動エネルギーであり、Lagrange 方程式に代入すると零となる。式(27)で用いたマトリックスおよびベクトルについては付録を参照されたい。

2・3・3 ひずみエネルギー 離散化された回転軸要素のひずみエネルギー U_s は次式で表される ($\mathbf{K}_s$ については付録参照)。

$$U_s = \frac{1}{2} \mathbf{u}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{u}_s + \frac{1}{2} \mathbf{v}_s^T \mathbf{K}_s \mathbf{v}_s \dots \dots \dots (28)$$

2・4 剛体回転円板 剛体回転円板の運動エネルギー T_D は、回転軸の運動エネルギーを参考にとると次式で表される。

$$\begin{aligned}
 T_D = & \frac{1}{2} m_D \dot{u}_{sn}^2 + \frac{1}{2} m_D \dot{v}_{sn}^2 + \frac{1}{2} J_{Dd} \dot{\theta}_{syn}^2 \\
 & + \frac{1}{2} J_{Dd} \dot{\theta}_{syn}^2 + \Omega J_{Dp} \dot{\theta}_{syn} \theta_{syn} \\
 & + \Omega \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} J_{Dp} \theta_{syn} + \dot{V}_3 m_D \dot{v}_{sn} \\
 & - \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} (m_D l_D \dot{v}_{sn} + J_{Dd} \dot{\theta}_{syn}) \\
 & + \frac{1}{2} m_D \dot{V}_3^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 m_D (l_{De1}^2 + l_{De1} l_{De2} \\
 & + l_{De2}^2) - \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \dot{V}_3 m_D l_D \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 J_{Dd} + \frac{1}{2} \Omega^2 J_{Dp} \dots \dots \dots (29)
 \end{aligned}$$

ここで、 m_D は円板の質量、 J_{Dp} 、 J_{Dd} は、それぞれ円板の極慣性モーメント、 ξ 軸、 η 軸に関する慣性モーメントである。また添字 n は回転円板が取付けられている回転軸要素の節点番号を、 l_D はベッド座標系の原点から円板の中心までの距離、 l_{De1} 、 l_{De2} はベッド座標系の原点から円板の両端までの距離 ($l_{De2} - l_{De1}$ = 円板の

Fig. 3 Construction of a SFD (Dimensions, mm)

幅)である。破線を引いた項は円板のスピンによる運動エネルギーである。

2・5 剛体ベッドの定式化 剛体ベッドの運動エネルギー T_B は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 T_B = & \frac{1}{2} m_B \left\{ \dot{V}_4 + \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \left(\frac{l_B}{2} - l_5 \right) \right\}^2 \\
 & + \frac{1}{2} J_B \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 \dots \dots \dots (30)
 \end{aligned}$$

ここで、 m_B はベッドの質量、 J_B はベッドの重心を通る x 軸まわりの慣性モーメントである。

ベッドを支持するばね定数を k_{B3} 、 k_{B4} とすると、ひずみエネルギー U_B は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 U_B = & \frac{1}{2} k_{B3} \left\{ V_3 - V_1 + \frac{l_1}{L} (V_1 - V_2) \right\}^2 \\
 & + \frac{1}{2} k_{B4} \left\{ V_4 - V_1 + \frac{1}{L} (l_1 + l_2) (V_1 - V_2) \right\}^2 \\
 & \dots \dots \dots (31)
 \end{aligned}$$

2・6 スクウィーズ・フィルム・ダンパ⁽⁷⁾

2・6・1 ダンパ・ジャーナル 図3にSFDの構成例を示す。回転軸は油膜とセンタリングばねによって支持されている。ダンパ・ジャーナルの運動エネルギー T_{di} は、回転軸の運動エネルギーを参考にとると次式で表される。

$$\begin{aligned}
 T_{di} = & \frac{1}{2} m_{di} \dot{u}_{di}^2 + \frac{1}{2} m_{di} \dot{v}_{di}^2 + \dot{V}_3 m_{di} \dot{v}_{di} \\
 & - \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} m_{di} l_{di} \dot{v}_{di} + \frac{1}{2} m_{di} \dot{V}_3^2 \\
 & + \frac{1}{6} \left(\frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \right)^2 m_{di} (l_{d1i}^2 + l_{d1i} l_{d2i} + l_{d2i}^2) \\
 & - \frac{\dot{V}_3 - \dot{V}_4}{l_2} \dot{V}_3 m_{di} l_{di} \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

ここで、 m_{di} はダンパ・ジャーナルの質量、添字 i ($i=1, 2$) は回転軸支持部 1, 2 を示す。 l_{di} はベッド座標系の原点から軸受の中心までの距離、 l_{d1i} 、 l_{d2i} はベッド座標系の原点から軸受の両端までの距離 ($l_{d2i} - l_{d1i}$ = 軸受の幅)である。

2・6・2 SFDのセンタリングばね 回転軸の支持部 1, 2 におけるセンタリングばねの等価ばね定数を

Fig. 4 The reference frames of a SFD

k_{c1} , k_{c2} とするとひずみエネルギー U_c は次式で表される.

$$U_c = \frac{1}{2} k_{c1} (u_{s1}^2 + v_{s1}^2) + \frac{1}{2} k_{c2} (u_{s2}^2 + v_{s2}^2) \dots (33)$$

2・6・3 SFD の油膜厚さ 図4にSFDの座標系を示す. 油膜厚さ h は次式で表されるものとする.

$$h(z_B, \theta, t) = c \left\{ 1 + \varepsilon(t) \cos \theta + \lambda \left(1 - 4 \frac{z_B^2}{L_B^2} \right) \exp \left(-\alpha_B \frac{z_B^2}{L_B^2} \right) \right\} \dots (34)$$

ここで, c は半径すきま [図3において $c = (D_B - D)/2D_B$ はダンパ・ベアリング直径, D はダンパ・ジャーナル直径], e は偏心率, $\varepsilon (= e/c)$ は偏心率, θ は極座標角, L_B は軸受幅, z_B は軸受幅方向の座標, λ , α_B は油膜の z_B 方向の分布に関するパラメータである.

2・6・4 SFD の油膜力 有限幅ジャーナル軸受の油膜圧力 P は一般に次のレイノルズ方程式で表される.

$$\frac{\partial}{\partial z_B} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z_B} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = 6\mu(\Omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu \frac{\partial h}{\partial t} \dots (35)$$

ここで, t は時間, R はダンパ・ジャーナル半径, μ は潤滑油粘度, Ω は回転軸の回転角速度 (SFD の場合, $\Omega = 0$), ϕ はダンパ・ジャーナルの偏心角, $\dot{\phi}$ は偏心角速度である.

油膜圧力 P の境界条件を次式のように仮定する.

$$P(\pm L_B/2, \theta) = 0 \dots (36)$$

$$P(z_B, \theta) = P(z_B, \theta + 2\pi) \dots (37)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta}(z_B, \theta) = \frac{\partial P}{\partial \theta}(z_B, \theta + 2\pi) \dots (38)$$

式(36)~(38)を満足するように, 油膜圧力 P を次式のように級数の和で表す.

$$P(\xi_B, \theta) = \sum_{n=1}^N \cos \{(2n-1)\xi_B\}$$

$$\times \left\{ C_n + \sum_{m=1}^M (A_{nm} \cos m\theta + B_{nm} \sin m\theta) \right\} \dots (39)$$

ここで, $\xi_B = \pi z_B / L_B$ である. N, M はそれぞれ軸受の幅方向 (ξ_B 方向), 円周方向 (θ 方向) に関する級数の打ち切り数である. 式(39)を式(35)に代入すると次式となる.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N C_n \{ D_1 \cos(2n-1)\xi_B + D_2 \sin(2n-1)\xi_B \\ & + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_{nm} [\cos(2n-1)\xi_B \{ (D_1 + D_3) \cos m\theta + D_4 \sin m\theta \} + D_2 \sin(2n-1)\xi_B \cos m\theta] \\ & + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M B_{nm} [\cos(2n-1)\xi_B \\ & \times \{ (D_1 + D_3) \sin m\theta - D_4 \cos m\theta \} + D_2 \sin(2n-1)\xi_B \sin m\theta] \\ & = -\frac{6\mu}{h^3} \left\{ (\Omega - 2\dot{\phi}) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right\} \dots (40) \end{aligned}$$

ここで, D_1, D_2, D_3, D_4 は次式で表される.

$$D_1 = \frac{\pi^2}{L_B^2} (2n-1)^2 \dots (41)$$

$$D_2 = \frac{3\pi}{hL_B} \frac{\partial h}{\partial z_B} (2n-1) \dots (42)$$

$$D_3 = m^2 / R^2 \dots (43)$$

$$D_4 = \frac{3m}{hR^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} \dots (44)$$

級数の打ち切り数 N, M を用いて, 軸受の幅方向を N , 円周方向を $(2M+1)$ 分割する. 油膜圧力を求める場合, 圧力は $z_B = 0$ を中心として幅方向に対称となっているので, 幅方向は $0 \leq \xi_B \leq \pi/2$ の範囲だけを考慮すればよい. 式(40)に潤滑油粘度 μ と $(2M+1)N$ 個の点の座標 (ξ_B, θ) , 油膜厚さ h , 偏心角速度 $\dot{\phi}$ を与えると, $(2M+1)N$ 個の連立方程式が得られる. この連立方程式を解くことにより式(39)の係数 A_{nm}, B_{nm}, C_n が求まる. ここで, 偏心率 e_i , 偏心率速度 $\dot{e}_i$, 偏心角速度 $\dot{\phi}_i$ ($i=1, 2$) は, 回転軸支持部 1, 2 それぞれの並進方向変位 u_{si}, v_{si} と速度 $\dot{u}_{si}, \dot{v}_{si}$ により求められ, 次式で表される.

$$e_i = \sqrt{u_{si}^2 + v_{si}^2} \dots (45)$$

$$\dot{e}_i = (u_{si} \dot{u}_{si} + v_{si} \dot{v}_{si}) / e_i \dots (46)$$

$$\dot{\phi}_i = (u_{si} \dot{v}_{si} - v_{si} \dot{u}_{si}) / e_i^2 \dots (47)$$

油膜がダンパ・ジャーナルに及ぼす偏心方向の力 f_r と接線方向の力 f_t を求める場合には次式を用いた (図4参照). ただし, 油膜力には油膜圧力 P の正圧域のみが影響するものとし, 正圧域に対して積分を行った.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{\theta_c}^{\theta_c + \pi} P(\xi_B, \theta) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} \frac{RL_B}{\pi} d\theta d\xi_B \\ &\dots (48) \end{aligned}$$

ここで, θ_c は正圧の始まる位置で $\theta_c = \pi$ とした.

また, 式(48)は $m=1$ の場合には, 次式のように表される.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} &= \frac{4RL_B}{\pi} \begin{Bmatrix} -\sin \theta_c \\ \cos \theta_c \end{Bmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{C_n(-1)^{n+1}}{2n-1} \\ &+ RL_B \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left\{ \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \right\} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

$m > 1$ の場合には, 次式のように表される.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} f_r \\ f_t \end{Bmatrix} &= \frac{4RL_B}{\pi} \begin{Bmatrix} -\sin \theta_c \\ \cos \theta_c \end{Bmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{C_n(-1)^{n+1}}{2n-1} \\ &+ \frac{RL_B}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \{ (-1)^{m+1} - 1 \} \\ &\times \begin{Bmatrix} A_{nm} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} +\frac{\sin(m+1)\theta_c}{m+1} + \frac{\sin(m-1)\theta_c}{m-1} \\ -\frac{\cos(m+1)\theta_c}{m+1} + \frac{\cos(m-1)\theta_c}{m-1} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Table 1 Physical parameters

Mass density	$\rho = 7.96 \times 10^{-6}$ (kg/mm ³)
Young's modulus	$E = 2.05 \times 10^5$ (N/mm ²)
Cen. spring const.	$k_{c1} = k_{c2} = 200$ (N/mm)
Bed spring const.	$k_{b3} = k_{b4} = 500$ (N/mm)
Damping const.	$\gamma = 1.0 \times 10^{-3}$ (s)
Oil viscosity	$\mu = 8.0 \times 10^{-3}$ (Pa · s)
Radial clearance	$c = 0.16$ (mm)

Fig. 5 A flow chart

$$+ B_{nm} \left\{ \begin{aligned} &-\frac{\cos(m+1)\theta_c}{m+1} - \frac{\cos(m-1)\theta_c}{m-1} \\ &-\frac{\sin(m+1)\theta_c}{m+1} + \frac{\sin(m-1)\theta_c}{m-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

式(49), (50)で求めた f_r, f_t を x, y 方向成分の力 f_x, f_y に変換すると, 次式のようになる.

$$f_x = f_r \cos \Phi - f_t \sin \Phi \dots\dots\dots (51)$$

$$f_y = f_r \sin \Phi + f_t \cos \Phi \dots\dots\dots (52)$$

油膜力を考慮した計算では, 式(51), (52)を回転軸の支持部 1, 2 の並進方向に付加すればよい.

2・7 運動方程式 2・6節までに示した運動エネルギー, ひずみエネルギーを用いて, 回転軸を 8 分割した解析モデルに対する全体系の運動方程式(38 自由度)を求めれば次式となる.

$$M\ddot{q} + (G + C)\dot{q} + Kq = f_U + f_B + f_G + f_{SFD} \dots\dots\dots (53)$$

ここで q は変位ベクトル, M は質量マトリックス, G はジャイロマトリックス, C は減衰マトリックス, K は剛性マトリックス, f_U は回転円板のアンバランスによる励振力, f_B は基礎励振力, f_G は重力, f_{SFD} は SFD の油膜力である. なお, 減衰マトリックス C は比例粘性減衰を仮定し, 次式で表されるものとする.

(a) $\delta_B (= c\lambda) = 0.05, \epsilon = 0.375, \theta = \pi$

(b) $\alpha_B = 0, \epsilon = 0.375, \theta = \pi$

Fig. 6 Thickness of fluid film

$$C = \gamma K \dots\dots\dots (54)$$

ここで、 γ は比例粘性定数である。

2・8 計算方法 数値計算に用いた解析モデルの

(a) $N=3, \varepsilon=0.375, \phi=100 \text{ rad/s}$

(b) $M=5, \varepsilon=0.375, \phi=100 \text{ rad/s}, \theta=3.93 \text{ rad}$

Fig. 7 Pressure of fluid film

(a) $\phi=150 \text{ rad/s}$

(b) $\varepsilon=0.375$

Fig. 8 Pressure of fluid film

寸法を図1に、SFDの寸法を図3に、他の物理量を表1に示す。回転しているロータが基礎励振を受ける場合の時刻歴応答解析のフロー・チャートを図5に示す。本解析モデルに対しては、増分時間 Δt を 0.001 s として計算した。また、式(53)の時間積分には三点漸化式⁽¹²⁾(重み関数に対する β_w と γ_w は $\beta_w=1/4, \gamma_w=1/2$ とした)を用いた。アンバランスと基礎励振による入力、ダンパ・ジャーナルがダンパ・ベアリングに接触しない程度の値を用いた。

(a) The first mode ($f_1=37.9 \text{ Hz}$)

(b) The second mode ($f_2=48.0 \text{ Hz}$)

(c) The third mode ($f_3=56.7 \text{ Hz}$)

Fig. 9 Natural modes of Vibration

Fig. 10 Spin speed of the rotor [$Q=\{1-\exp(-t/\tau)\}\Omega_0$, $\tau=0.25 \text{ s}, \Omega_0=2\pi(2000/60)\text{rad/s}$]

Fig. 11 Excitational displacement [$V_1=0(0 \leq t < 1)$, $V_1=A \sin \omega(t-1)$ mm ($1 \leq t$), $A=2.5$ mm, $\omega=2\pi f=2\pi \cdot 5$ rad/s]

(a) The y direction, v_s

(b) Locus of displacements

Fig. 12 Time history response at the rotor suspension 2, no fluid film

3. 解析結果

3・1 油膜厚さ 式(34)により、油膜厚さが最小になる円周方向の位置(図4参照, $\theta=\pi$)における軸受幅方向の油膜厚さを計算し、その一例を図6(a), (b)に示す。図6(a)は α_B を変化させた場合、図6(b)は $\delta_B(=c\lambda)$ を変化させた場合である。 $\delta_B=0(\lambda=0)$ の場合には、油膜厚さは軸受幅方向に一様に分布する。以後、油膜力に関する計算では、油膜厚さが一様に分布している場合、すなわち $\delta_B=0(\lambda=0)$ として計算した。

3・2 油膜圧力 式(35)により軸受幅の中心位置(図6において $z_B/L_B=0$)における円周方向の圧力分

(a) The y direction, v_s

(b) Locus of displacements

Fig. 13 Time history response at the rotor suspension 2, containing fluid film

布を計算し、その一例を図7(a)に示す。図7(b)には、図7(a)で油膜圧力が最大となる位置($\theta=3.93$ rad)における幅方向の圧力分布を示す。級数の打ち切り数が $M=4, N=2$ 以上では油膜圧力分布はほぼ一定となるので、SFDと回転体の連成の問題で、油膜圧力に関する計算では $M=5, N=3$ として計算した。

軸受幅方向の中心位置における円周方向の圧力分布を図8(a), (b)に示す。図8(a)は偏心率 ϵ を変化させた場合、図8(b)は偏角速度 $\dot{\phi}$ を変化させた場合である。図中の細線は油膜圧力のピーク値を結んだ曲線である。 $\epsilon, \dot{\phi}$ が大きくなると、油膜圧力は正圧域では大きく、負圧域では小さくなる。

3・3 固有振動数と固有振動モード 回転軸をセンタリングばねのみで支持した場合の1次から3次までの固有振動モードを図9(a)~(c)に示す。1次と3次のモードは y 方向に、2次のモードは x 方向に動くモードである。

3・4 時刻歴応答 図10に示すようにロータの回転数が0 rpmから上昇し、1次の固有振動数 [$f_1=37.9$ Hz (2 274 rpm)] 以下、すなわち2 000 rpm ($=60 \Omega/2\pi$) で一定となるものとする。その後、地盤は図1の解析モデルのセンサ1の位置では図11に示す波形、センサ2の位置では図11と逆相の波形の基礎励振を受け上下方向に振動するものとする。

センタリングばねのみで回転軸を支持した場合の回転軸支持部2の時刻歴応答結果を図12(a), (b)に示す。図12(a)は y 方向変位 v_s , 図12(b)は変位軌跡である。ロータの回転数が上昇すると, 回転円板のアンバランスによる振動変位(振動数の高い成分)は増加し, 回転数が一定となると振動変位も一定となる。また, 図12(b)により基礎励振が起こればジャイロ効果によって x 方向にも振動することがわかる。

図13(a), (b)には, 回転軸を油膜とセンタリングばねによって支持した場合の回転軸支持部2の時刻歴応答結果を示す。油膜がある場合には油膜力により振動が抑制され, SFDには制振効果があることがわかる。

4. 結 言

SFDによって支持された弾性回転体系が基礎励振を受ける場合の振動解析を行った結果, 以下の結論が得られた。

(1) 有限幅のレイノルズ方程式を解くことによってSFDの油膜の解析を行い, 油膜厚さと圧力分布の特性を明らかにした。

(2) SFDによって支持された弾性回転体が基礎励振を受ける場合の動的問題の定式化を行い, 振動解析プログラムを開発した。

(3) 振動計算の結果から本報に示した解析モデルに関しては, ロータをSFDで支持すれば, 回転体のアンバランスと基礎励振によって発生した振動を低減できることが確認された。

本報を投稿するに当たっては, 財団法人中国電力技術財団の出版助成を受けた。

付 録

回転軸要素の運動エネルギーの式(27)で用いたマトリックスおよびベクトルはそれぞれ次式で表される。

$$\mathbf{M}_s = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}_s \mathbf{s}_s^T A_s(z) dz \mathbf{R}_s \cdots \cdots (55)$$

$$\mathbf{J}_{sd} = \mathbf{J}_x = \mathbf{J}_y = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}'_s \mathbf{s}'_s^T I_d(z) dz \mathbf{R}_s \cdots (56)$$

$$\mathbf{J}_{sp} = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}'_s \mathbf{s}'_s^T I_p(z) dz \mathbf{R}_s \cdots \cdots (57)$$

$$\mathbf{j}_{sp} = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}'_s I_p(z) dz \cdots \cdots (58)$$

$$\mathbf{j}_{sd} = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}'_s I_d(z) dz \cdots \cdots (59)$$

$$\mathbf{j}_{st} = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} z \mathbf{s}_s A_s(z) dz \cdots \cdots (60)$$

$$\mathbf{j}_{sa} = \rho \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} \mathbf{s}_s A_s(z) dz \cdots \cdots (61)$$

ここで, A_s は回転軸の断面積, I_p は極断面二次モーメント, I_d は断面二次モーメントである。

また, 回転軸要素のひずみエネルギーの式(28)で用いた $\mathbf{K}_s$ は要素の剛性マトリックスであり次式で表される。

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{R}_s^T \int_{le1}^{le2} E_s I_d \left(\frac{d^2 \mathbf{s}_s}{dz^2} \right) \left(\frac{d^2 \mathbf{s}_s}{dz^2} \right)^T dz \mathbf{R}_s \cdots (62)$$

文 献

- (1) 染谷常雄, 機論, 42-360, C (1976), 2364-2372.
- (2) 稲垣泰一, 機論, 53-492, C (1987), 1704-1710.
- (3) 服部仁志, 機論, 57-543, C (1991), 3606-3611.
- (4) Ding, J. and Krodziewski, J. M., *J. Sound Vib.*, 164 (1993), 267-280.
- (5) Vance, J. M. and Kirton, A. J., *Trans. ASME (J. Engi Indus)*, 97 (1975), 1282-1290.
- (6) Bansal, P. N. and Hibner, D. H., *Trans. ASME (J. Mec Design)*, 100 (1978), 549-557.
- (7) Arakere, N. K. and Nelson, H. D., *Trans. ASME (J. Tri)*, 110 (1989), 685-692.
- (8) 齊藤 忍・小林正生, 機論, 48-436, C (1982), 1883-1888.
- (9) 吉岡正博・井田道秋・菊地勝昭, 機論, 49-439, C (1983), 431-438.
- (10) 古池治孝・石原国彦, 機論, 53-495, C (1987), 2236-2242.
- (11) 岡本伸吉・坂田 勝・木村康治・大鍋寿一, 機論, 58-549, C (1992), 1352-1359.
- (12) ツィエンキーヴィッツ, O. C., マトリックス有限要素法, (1990), 576-582, 培風館.