線分演算と区域演算：時間と空間の操作の一手法*

劉 継 紅^{*1}, 荒井 栄 司^{*2}, 井越 昌 紀^{*3}Segment Calculus and Region Calculus:
An Engineering Approach to Reasoning about Time and Space

Jihong LIU, Eiji ARAI and Masanori IGOSHI

Time and space are two basic ontologies of representation of the physical world. This paper addresses an engineering perspective on how to reason about temporally and spatially qualified information. Two systems of calculi are proposed, one for temporal reasoning and the other for spatial reasoning. A segment is defined mathematically as a half-open real interval so that it can either be represented as a pair of quantitative endpoints, or determined by referring to other segments. The segment calculus defines operations to compute new segments from existing segments using quantitative endpoints or qualitative order relations. On the other hand, a region is a two-dimensional rectangular space modeled by its two orthogonal sides (segments) or by its spatial relations to other regions. The region calculus provides methods for handling regions based on their quantitative information or their qualitative relations. The utility and validity of the two calculi are proven through their applications to two mechanical engineering problems, one involving product processing scheduling and the other involving qualitative kinematic simulation.

Key Words: Computer Aided Design (CAD), Computer Aided Manufacturing (CAM), Process Planning, Kinematic Simulation, Mechanical Engineering, Artificial Intelligence, Temporal Reasoning, Spatial Reasoning, Segment Region

1. 緒言

物理世界を表現するための最も基本的な要素として、時間と空間が挙げられる⁽¹⁾。認知科学分野と人工知能分野では、McDermottによる時間点に基づく論理⁽²⁾と、Allenによる時区間に基づく論理⁽³⁾⁽⁴⁾が、二つの主要な時間論理として確立されている。後者はより自然な時間表現能力と計算(推論)効率を有するため、多くの分野への応用が期待されている。

Allenの時間論理では、時区間を基本要素としている。時区間は行為、プロセスなどを表すために用いられる。複雑な時間に関する情報は表1に示す13の排他的な時区間の間の順序関係により管理される。Allenはさらに拘束伝播手法に基づく時間推論システムを開発した。新しい時区間関係が拘束条件として追加されたとき、時間に関する情報の整合性を維持するために、時区間の間の関係が更新される。その更新には、時区間関係推移律が用いられている。

Allenの時間推論手法は有効であるが、対応できない問題も存在している。本論文では、まず次章において、Allenの時間推論手法の不足点について考察する。次に線分演算、さらにその拡張として、区域演算を提案する。

線分演算と区域演算はそれぞれ、時間推論と空間推論に適用できる。最後に工学的問題解決への応用例を通じて提案した線分演算と区域演算の有効性を示す。

Table 1. Temporal interval relations and their representations
(Both A and B are temporal intervals. A: Thick lines; B: Thin lines)

A before B	Rb		A after B	Ra	
A meets B	Rm		A met-by B	Rmi	
A during B	Rd		A contains B	Rdi	
A starts B	Rs		A started-by B	Rsi	
A finishes B	Rf		A finished-by B	Rfi	
A overlaps B	Ro		A overlapped-by B	Roi	
A equal B	Re				

2. 問題提起

2. 1 一つの工学的問題 例えば、図1の(a)のような部品の加工を考える。それは図1の(b)面S1のフライス削り、(c)面S2のフライス削り、(d)貫通孔H1の穴あけ、(e)貫通孔H2の穴あけのような加工工程により、実現されると考えられる。以下では、各工程の名前を簡単にS1, S2, H1, H2とし、また各工程に対応する時区間をIs1, Is2, Ih1, Ih2とする。

仮に二つのヘッドTS1とTS2を持つマシニングセンターにおいて当部品の加工を行うとすると、その加工スケジュールの一つとして、図2のようなものが考えられる。ここでは、各工程の具体的な所要時間は決定されていないものとする。また、S1とH1はヘッドTS1を、S2とH2はヘッドTS2を用いて行われるとする。

* 原稿受付 1995年4月18日。

*¹ 正員、東京都立大学大学院 (〒192 03 八王子市南大沢1-1)。

*² 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘2-1)。

*³ 正員、東京都立大学工学部。

Fig.1 Machining processes and their temporal labels

Fig.2 Result of process planning

Fig.3 Temporal network of machining processes

図3は、Allenの時間論理に基づいて、図2のようなスケジュールを導出する過程の一部を示している。まず、S1の直後にS2を実行することを考える。これは $Is_1 \rightarrow R_m \rightarrow Is_2$ と記述される。またH1は、S1に用いられたヘッドTS1の工具をS1用からH1用に交換した後、すなわち、しばらく時間を経た後に行われるため、 $Is_1 \rightarrow R_b \rightarrow Ih_1$ となる。さらに総加工時間を短縮するために、S2とH1は重なるものとする、 $Is_2 \rightarrow R_o \rightarrow Ih_1$ となる。以上の関係は図3の(a)に対応している。

次に、H2をH1が実行されている間に行ってしまうことを考える。すなわち、 $Ih_1 \rightarrow R_{di} \rightarrow Ih_2$ を考える。すると、Allenの時間推論システムは Is_1 と Ih_2 、 Is_2 と Ih_2 の関係をそれぞれ自動的に算出する。図3の(a)は図3の(b)のように更新される。ここで、定性的な時区間関係のみを扱っているため、 Is_2 と Ih_2 の関係には選択枝がある。そのうちの $Is_2 \rightarrow R_b \rightarrow Ih_2$ を選択すると、図3の(c)のように全ての時区間の関係が確定する。これは図2のスケジュールに対応している。

以上のように定性的な情報のみによりスケジュールを作成できる点から、Allenの時間論理は明らかに有効である。しかしながら、この時間推論システムは以下のような実際に人間が容易に答えられる簡単な問題に対応できない。

問題1. 全工程の時区間 Ip と他の各時区間との関係。

問題2. TS1の工具の交換のための時区間 ITC_1 と他の各時区間との関係。

問題3. H1とH2が同時に行われている時区間 Ih_1H_2 と他の各時区間との関係。

問題4. S2の実行中に工具が破損し、 Is_2 が延長したとする。この時の Is_2 と他の各時区間との関係。

Ip 、 ITC_1 と Ih_1H_2 は既存の時区間から生成された新しい時区間であり、 Is_2 は既存の時区間が変更したものである。これらの時区間は、既存の時区間にある種の演算を施した結果と考えられる。Allenの時間推論システムが上述の問題に答えられない理由は、新しい時区間を既存の時区間から生成することができないためである。

2.2 Allenの時間論理の再考 Allenの時間推

論システムを再検討してみる。LadkinはAllenの時間論理を時区間代数、Beekは時区間推移律に基づく時間推論を時区間演算と呼んでいるが⁽⁵⁾⁽⁶⁾、Allenの時間推論は実質的には時区間関係を対象とする関係演算であり、時区間そのものを対象とする時区間演算ではない。

Allenの時間論理の拡張と応用に関する研究に、AllenとHayesが二つの隣接している時区間の和演算のみについて言及している⁽⁷⁾。またAllenとKoomenは二つの重なっている時区間関係の分割に基づくプランニングを議論している⁽⁸⁾。他にもSongとCohenは、閉鎖手続きを提案している⁽⁹⁾。Onosatoらは計算機統合生産のための時間情報モデリングシステムを構築している⁽¹⁰⁾。

上述の工学問題を含む多くの問題解決のためには時区間の演算体系が必要であると考えられる。本研究では、このような演算体系の構築のために、より抽象的な線分演算を提案する。さらにそれを空間を扱うための区域演算に拡張する。

3. 線分演算

本章では、まず、線分を数学的に定義する。次に線分代数系の構築を試みる。端点に基づく線分演算と、線分関係に基づく線分演算を提案する。前者は定量的な演算であり、後者は定性的な演算である。

3.1 線分^{*4}の定義

[定義1] 線分 S とは実数軸上の右半開区間である。

すなわち、 $S=[a, b)$ 、 $a < b$ 、 $a, b \in \mathbf{R}$ 。

但し、 $\mathbf{R}$ は実数集合である。 a を S の始端点、 b を S の終端点、 a と b を合わせて S の端点と呼ぶ。また $b-a$ を線分 S の長さと呼ぶ。線分の端点の実数であるため、端点による線分の表現は定量的な表現である。

3.2 端点に基づく線分演算 ここで、一つの特別な線分、定義1を満たさない実数軸上の区間、NILを導入する。

本論文では、以下の四つの、端点に基づく線分演算を定義する。以下の X 、 Y 、 Z は全て線分である。但し、

^{*4} 区間という用語はより適切かもしれないが、区間算数⁽¹¹⁾⁽¹²⁾と区別するために、ここでは線分と呼んでいる。

$X=[a\ b]$, $Y=[c\ d]$, $n \in \mathbf{R}$.

[定義2] 線分の和演算 (Addition or Union)

$$Z = X \hat{+} Y = [\min(a\ c)\ \max(b\ d)]$$

$$X \hat{+} \text{NIL} = \text{NIL} \hat{+} X = X$$

但し, $\min(x\ y)$, $\max(x\ y)$ は, x と y のうち小さいものと大きいものをそれぞれ返す関数である. また, 上式の符号 $\hat{+}$ は線分の和演算の演算子を表す.

[定義3] 線分の差演算 (Subtraction or Difference)

$$Z = X \Delta Y = \begin{cases} \text{NIL} & (a \geq c \ \& \ b \leq d) \\ [a\ c] & (a < c < b \leq d) \\ [a\ b] & (b \leq c \text{ or } a \geq d) \\ [d\ b] & (c \leq a < d < b) \\ [a\ c] \cup [d\ b] & (a < c \ \& \ b > d) \end{cases}$$

$$X \Delta \text{NIL} = X, \text{NIL} \Delta X = \text{NIL}$$

上式の符号 Δ は線分の差演算の演算子を表す.

[定義4] 線分の積演算 (Multiplication or Intersection)

$$Z = X \hat{*} Y = \begin{cases} \text{NIL} & (b \leq c \text{ or } a \geq d) \\ [\text{smin}(a\ b\ c\ d)\ \text{smax}(a\ b\ c\ d)] & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$X \hat{*} \text{NIL} = \text{NIL} \hat{*} X = \text{NIL}$$

但し, $\text{smin}(w\ x\ y\ z)$, $\text{smax}(w\ x\ y\ z)$ は w, x, y, z のうち二番目に小さいものと大きいものをそれぞれ返す関数である. 上式の符号 $\hat{*}$ は線分の積演算の演算子を表す. 二線分が共通部分を持たない場合, 積はNILとなる.

[定義5] 線分の拡大縮小 (Scaling)

$$Z = n * X = \begin{cases} [a\ ((b-a)*n+a)] & (n > 0) \\ \text{NIL} & (n = 0) \\ [(b+(b-a)*n)\ b] & (n < 0) \end{cases}$$

任意の線分の $|n|$ 倍の拡大縮小の結果は, 元の線分の一方の端点を始端点あるいは終端点とし, 他方の端点を元の線分の長さを $|n|$ 倍するように移動したものとなる.

3. 3 線分代数系 ある集合の任意の二元 x と y に対し, 積 xy も集合の元であり, また唯一となるととき, この集合は演算を持つと言われ, 演算を持つ集合は代数系と呼ばれる⁽¹³⁾.

[定義6] 線分集合 $\mathbf{S}$ は全ての線分を要素とする集合である.

[命題1] 線分集合 $\mathbf{S}$ は代数系である.

命題1の証明は定義4から自明である.

ここで, 線分を閉区間ではなく, 右半開区間と定義した理由を説明する. 仮に線分を閉区間として定義したとすると, 代数系の定義により, 線分集合は代数系となる. しかし, 例えば, 閉区間 $[5\ 8]$ と $[6\ 8]$ の差は $[5\ 6]$ ではなく, $[5\ 6)$ という非閉区間となる. このことは演算系としては望ましくない. さらに, 線分は物理的意味を持つ時区間あるいは幾何線分などを表す場合, 矛盾が起こり得る. 一例を挙げる. 水を貯える容器をストー

ブの上に置き, 時区間 I_1 「水が沸騰していない」と I_2 「水が沸騰している」を考える. I_1 と I_2 を閉区間とすると, 命題「水が沸騰していないかつ水が沸騰している」は真になってしまう. 定義1はAllenの指摘したとおり人工的のものであるが⁽³⁾, 実際問題に対しては有効である. 左半開区間と右半開区間は本質的に対等であるが, 本研究では, 右半開区間を採用することになっている.

3. 4 線分関係に基づく線分演算 物理世界の表現は必ずしも定量的とは限らない. 人間は不完全かつ定性的な情報を基にして, 物理世界に関する推論を行うことができる. このような推論の計算機による実現のために定性的線分演算が必要である.

本論文では, 線分の定性的な表現は線分の存在のみを明言し, 実数軸上の絶対位置を考慮しない. 線分と線分の間に, 表1の13の関係を線分関係として用いることにより, 線分の定性演算を可能にする.

[定義7] 線分ネットワークとは線分をノードとし, 二線分間の順序関係をリンクとする構造である.

線分ネットワークの整合性の管理は, Allenの時間推論アルゴリズムにより行うことができる.

Table 2. Segment-relation-based segment operations
A,B and C are all segments. $C=A \cdot \text{op} \cdot B$

Op	Addition		Subtraction		Multiplication	
R-AB	R-AC	R-BC	R-AC	R-BC	R-AC	R-BC
Rb	Rs	Rf	Re	Ra	—	—
Ra	Rf	Rs	Re	Rb	—	—
Rm	Rs	Rf	Re	Rml	—	—
Rml	Rf	Rs	Re	Rm	—	—
Rs	Rs	Re	—	—	Re	Rsl
Rsl	Re	Rs	Rfi	Rm	Rsl	Re
Rd	Rd	Re	—	—	Re	Rdi
Rdi	Re	Rd	Rsi	Rmi	Rdi	Re
			Rfi	Rm		
Ro	Rs	Rf	Rsl	Rml	Rfi	Rsl
Roi	Rf	Rs	Rfi	Rm	Rsl	Rfi
Rf	Rf	Re	—	—	Re	Rfi
Rfi	Re	Rf	Rsl	Rml	Rfi	Re
Re	Re	Re	—	—	Re	Re

線分関係に基づく線分演算として, 前述の和演算, 差演算, 積演算, 拡大縮小を考える. 各の定性的演算は新しい線分を導出し, 次に新しい線分と既存の線分の順序関係を算出する. 表2に和, 差, 積演算を示す. この三つの演算は全て二項演算であり, 二つの線分の演算を行った結果として, 一個あるいは二個の新しい線分を導出する. 表2の「—」は, 新しい線分がNILとなるため, 関係の算出が不必要であることを示している.

図4に一例を示す. 図4の(a)のように, Rdiの関係にある二線分A, Bの和, 差, 積はそれぞれ図4の(b), (c), (d)のようになる. 例えば, (c)では, 二つの新しい線分が導出される. AとBは一つの新しい線分との関係がそれぞれRsiとRmiとなり, もう一つの新しい線分との関係がそれぞれRfiとRmとなる.

Fig.4 Examples of segment operations

線分の拡大縮小は単項演算であり、一つの線分の拡大あるいは縮小を行う操作である。線分の拡大縮小には具体的に拡大・縮小の方式、固定点の指定が必要である。表3は線分の拡大縮小の結果を示している。例えば、元の線分Aの始端点（左端点）を固定し、拡大させ、新しい線分Cを得た場合、AとCの関係はRsとなる。

Table 3. Scaling operation of segment
(A is the old segment, C is the new one)

R-AC	Patterns of Scaling			
	Left endpoint is fixed		Right endpoint is fixed	
	lengthen	shorten	lengthen	shorten
R-AC	Rs	Rsi	Rf	Rfi

3. 5 線分ネットワークの更新 線分ネットワークの中のある線分に対して、線分演算を実施し、新しい線分を導出する。このとき、線分ネットワークの更新が必要である。和、差、積演算の場合、新しい線分と線分ネットワークの他の線分との関係は、演算に用いられた二線分を介して導出される。図5はこの計算過程と一例を示している。いま、線分B, C, Dは線分ネットワークを構成しているものとする。AはBとCに対して、ある演算を施すことにより得られた新しい線分である。AとBの関係R-AB, AとCの関係R-ACを表2に基づいて決定する。この様子が図5の(a)に示されている。次に新しい線分Aと既存の線分Dの関係R-ADを求めるために、まず三線分を要素とする部分的な線分ネットワークA-B-D, A-C-Dを図5の(b)と(c)のように構成する。Allenの方法により、三要素の線分ネットワー

Fig.3 Calculating relation between old and new segments

クの各々において、線分Aと線分Dの関係R-ADが図5の(d)と(e)のように算出される。最後に二つの関係（集合）に積演算を施すことにより、図5の(f)のように、R-ADが決定される。図5の例では、(h), (i)を経て、(j)のように、R-ADはRoに決定される。この結果は図5の(g)に示されているものと一致している。

線分の拡大縮小の場合、新しい線分と元の線分間の関係を新しい拘束として、Allenの方法により、新しい線分と他の線分間の関係を求めることができる。

4. 区域演算

物理世界を表現するためには、時間のみならず、空間に関する方法も必要である。本章では、線分演算を空間推論用に拡張した区域演算を提案する。まず、区域の定義を与える。次に、定量的な情報と定性的な情報に基づく区域演算体系を構築する。特に定性的区域演算の計算機上での実現について詳述する。

4. 1 区域の定義

[定義 8] 区域とは、直交する二実数軸XとYにより、張られた二次元空間の、次の条件を満たす点の集合 $r=\{(x, y)\}$ である。

(1) $x_1 \leq x < x_2$ (2) $y_1 \leq y < y_2$ (3) $x_1, x_2, y_1, y_2 \in R$
但し、Rは実数集合である。

定義8から分かるように、区域rは図6に示するような長方形となる二次元の部分空間であるが、閉空間ではない。点 (x_1, y_1) , (x_1, y_2) , (x_2, y_1) , (x_2, y_2) をそれぞれ区域rの左下頂点、左上頂点、右下頂点、右上頂点と呼ぶ。 $|x_2 - x_1| \cdot |y_2 - y_1|$ を面積と呼ぶ。

Fig. 6 Representation of region

4. 2 頂点に基づく区域演算 以下では、区域演算のために、区域rを四つの頂点の情報を用いて、 $r=([x_1, x_2], [y_1, y_2])$ と表すものとする。二区域の和演算、積演算は対応する区域の辺に線分の和、積演算を実施することによって行われる。区域の拡大縮小はある軸方向に平行である辺に線分の拡大縮小を実施することによって行われる。また、定義8を満たさない空間を特別な区域として、NILと呼ぶことにする。線分演算と同様に、四つの区域演算を定義する。

[定義 9] 区域の和演算。区域XとYの和Zは、両区域を包含する最小の区域である。

Zは唯一となる。ZはXとYがともにNILであるときに

限り、NILとなる。もしXとYの一方がNILであるならば、Zはもう一方の区域と等しくなる。

定義9のとおり、二区域の和演算の結果は元の区域に属しない空間を含むことができる。そのため、区域の和演算は空間記述を簡略化するために用いられる。

[定義10] 区域の差演算。区域XとYの差Zは、Xに属し、かつYに属しない空間である。つまり、 $Z=X-Y$ 。その中、“-”は普通の集合演算の差演算子である。

Zは唯一とは限らない。二区域の直接的な差演算の結果は、普通、定義8どおりの区域にならないため、差演算の結果を分割している。差演算の結果として、一個から四個までの区域が得られる。分割は直交軸のいずれかと平行する方向に沿って行われる。

[定義11] 区域の積演算。区域XとYの積Zは、XとYが共有する空間である。

もしXもYもNIL、あるいはどちらかがNIL、また両方が共有空間を持たない場合、ZはNILとなる。

[定義12] 区域の拡大縮小。区域Xの拡大縮小の結果ZはXをある軸方向に拡大あるいは縮小した区域である。

ある区域を拡大縮小するために、区域がどの方向にどの程度拡大あるいは縮小するかを指定することが必要となる。ここでは、一回の拡大縮小により、区域はX軸とY軸方向のいずれかにのみ拡大あるいは縮小できるものとする。

図7に以上の演算の例を示す。(b)、(c)、(d)は(a)の区域 r_1 と r_2 の和、差、積をそれぞれ示している。図7の(e)は r_1 をY軸方向に1.4倍拡大したものである。

Fig.7 Examples of vertices-based region operations

4. 3 区域関係に基づく区域演算

4. 3. 1 定義 線分の定性的な表現と同様に、区域の定性的表現では、区域の頂点の絶対位置は不確定であるものとし、区域間の関係のみが与えられるとする。区域の全ての辺が直交軸に平行あるいは垂直であるため、区域間の関係は、対応する辺（線分）の間

以下のように定義する。

[定義13] 二区域間の関係は、対応する線分間の関係の対である。

すなわち、区域A、Bの関係（Region Relation）はRR $(A, B) = (R_x, R_y)$ と記述される。 R_x と R_y はそれぞれAとBのX軸、Y軸に平行する線分間の関係を表し、X軸方向、Y軸方向の区域関係と呼ぶことにする。但し、線分間の関係は表1のいずれかである。区域関係は $13 \times 13 = 169$ 個存在する。図8に区域関係の例を示す。

Fig.8 Possible relations between region A and B

[定義14] 区域ネットワークとは区域をノードとし、二区域の間の区域関係をリンクとする構造である。

4. 3. 2 区域の和、積演算、拡大縮小の実現

以下では、区域の和演算、積演算、拡大縮小の計算機上での実現について述べる。但し、 r_1 、 r_2 は同一の区域ネットワークの中の既知の区域であり、それらの関係も既知であるものとし、区域演算は r_1 と r_2 に対して（拡大縮小の場合、 r_1 のみに対して）行われるものとする。また演算の結果がNILとなる場合、既存の区域との関係の算出をしない。

r_1 と r_2 の和演算、積演算、あるいは r_1 の拡大縮小の結果は唯一の区域となる。この区域をnr（new region）と呼ぶ。区域演算の目的は、 r_1 とnr、 r_2 とnrの区域関係をそれぞれ自動的に算出することである。和、積演算の場合、まず、 r_1 とnrの区域関係を算出するために、 r_1 と r_2 のX軸方向の区域関係と、Y軸方向の区域関係を r_1 と r_2 の区域関係から調べ、表2に基づいて、 r_1 とnrのX軸方向の区域関係とY軸方向の区域関係を求める。両者を一対にすることにより、 r_1 とnrの区域関係を算出することができる。同様に、 r_2 とnrの区域関係を導出する。次に、区域の拡大縮小について説明する。但し、拡大縮小方向が指定され、一回の拡大縮小により、一方向のみ拡大あるいは縮小されるものとする。このことにより、 r_1 とnrの拡大縮小方向と同軸方向の区域関係を表3に基づいて求めることができる。拡大縮小の方向以外の区域関係は変化しないことになる。図9に以上の三つの定性的な区域演算の一例を示す。例えば、図9の(b)は図9の(a)の区域関係(Ro Ro)にある r_1 と r_2 の和として、nrが生成され、 r_1 とnr、 r_2 とnrの区域関係がそれぞれ(Rs Rs)、(Rf Rf)となることを示している。また図9の(d)は r_1 がY軸方向に拡大することを示している。

4. 3. 3 区域の差演算の実現 図7の(c)のように区域の差は、通常区域とはならない。本研究では、区域の分割を自動的に行うことにより、対処して

Fig.9 Examples of relation-based region operations

いる。例えば、図10の(b)は、(a)における区域Aから区域Bを引いた結果であり、区域にはなっていない。しかし、X軸あるいはY軸方向に分割することにより、区域の組み合わせとして表現することができる。図10の(b)はY軸方向に分割されている。

Fig. 10 Subtraction of regions

他の区域演算と異なり、定性的な区域の差は表2に基づいて求めることができない。例えば、図10の(b)の $sx1$ と $sx2$, $sy1$ と $sy2$ をAとBのX軸方向、Y軸方向の線分の差演算の結果とする。それらをどう組み合わせても、正確な区域とはならない。区域関係に対して、区域の差演算の結果をあらかじめ算出することも可能であるが、前述したように、169個の区域関係に対して、用意しておくことが計算上实际的ではなく、さらに3次元問題への拡張は容易ではない。

以上の考察により、以下では区域の差の計算方法を提案する。まず、区域図という概念を導入する。

[定義15] 区域図とは、区域関係に対応する、区域を定性的に表す 3×3 の二値マトリクスである。区域図の中の要素は0と1のいずれかとする。1である部分は区域の存在を表し、0である部分は区域が存在していないことを表す。

Table.4 Generation of region map from region relation

Region relations	Rb	Ra	Rm	Rmi	Rs	Rsi	Ro
Column (row)	(1)	(3)	(1)	(2 3)	(1)	(1 2 3)	(1 2)
Region relations	Roi	Rd	Rdi	Rf	Rfi	Re	
Column (row)	(2 3)	(2)	(1 2 3)	(3)	(1 2 3)	(1 2 3)	

表4は区域関係と区域図の1の要素の所在列(行)番号との対応関係を示している。区域図の生成は表4に

基づいて行われる。例えば、図10の(a)において、AとBのX軸方向の区域関係が Rdi であるため、Aの区域図の1の要素は表4より、第一、二、三列にあることが決定される。逆に、BとAのX軸方向の区域関係が Rd であるため、Bの区域図の1の要素は第二列にあることが決定される。同様にAとBのY軸方向の区域関係から、AとBの区域図の1の要素は第一、二、三行と第二行にあることが決定される。AとBの区域図のなかの1の要素の位置の列と行を決定することにより、各区域図を生成することができる。図11に、図10の(a)の中のAとBの区域図を示す。

Region A:	region map:	Region B:	region map:
columns: (1 2 3)	1 1 1	columns: (2)	0 0 0
	1 1 1		1 1 1
rows: (1 2 3)	1 1 1	rows: (2)	0 1 0
			0 0 0

Fig.11 Two region maps corresponding to figure 10

```

FUNCTION SubtractionOfTwoRegions (r1, r2, xy)
  rm-rsubs <- nil;
  BEGIN
    rm-r1 = DrawRegionMapFromRegionRelation (r1, r2)
    rm-r2 = DrawRegionMapFromRegionRelation (r2, r1)

    rm-r1-r2 = SubtractionOfTwoRegionMaps (rm-r1, rm-r2)

    rm-rsubs = DecomposeRegionMap (rm-r1-r2, xy)

    FOR each rm-rsub IN rm-rsubs DO
      BEGIN
        DeriveRegionRelationFromRegionMaps (rm-rsub, rm-r1)
        DeriveRegionRelationFromRegionMaps (rm-rsub, rm-r2)
      END
    END.
  
```

Fig. 12 Algorithm for subtraction of regions

Region map	1 1 1	
of A-B:	1 0 1	(a)
	1 1 1	
Decomposed region maps:		
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1		
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1		
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1		
C1 C2 C3 C4		
	(b)	
		(c)

Fig.13 Decomposition of region maps and derivation of region relations

図12に区域の差を求めるアルゴリズムを示す。以下では、このアルゴリズムについて説明する。

(1) SubtractionOfTwoRegionsは区域 $r1$ と $r2$ の差を求める関数である。xyは分割方向である。分割方向はX軸方向とY軸方向のいずれかである。

(2) DrawRegionMapFromRegionRelationにより、 $r1$ と $r2$ の区域関係から、 $r1$ と $r2$ の区域図を生成する。

(3) SubtractionOfTwoRegionMapsは、(2)で得られた $r1$ の区域図の各要素から、 $r2$ の区域図の対応する要素を引く。但し、以下の二値差演算の規則に基づくものとする。 $1-1=0$, $1-0=1$, $0-1=0$, $0-0=0$ 。

これにより、 $r1$ と $r2$ の区域図の差 $rm-r1-r2$ を導出する

ことができる。図13の(a)に、図11から求められた $rm-r1-r2$ を示す。

(4) `DecomposeRegionMap` は $rm-r1-r2$ を、 xy に指定された軸方向に分割する関数である。分割の結果は定義8を満たす区域を表すものでなければならない。例えば、図13の(a)をY軸方向(列方向)に分割すると、図13の(b)のような四つの区域図が得られる。また、 $rm-rsubs$ は結果の区域図の集合である。

(5) `DeriveRegionRelationFromRegionMaps` は、 $rm-rsubs$ の各区域図が対応する区域と、元の区域 $r1$, $r2$ との関係を、表4を逆用して、導出する。図13の(c)に結果を示す。

4.3.4 区域ネットワークの更新 区域ネットワークの更新は、3.5節の線分ネットワークの更新を、X軸とY軸の両方向に対して施すことにより、行うことができる。

5. 線分演算と区域演算の工学的問題解決への応用

上述した線分演算と区域演算を `Symbolics Lisp machine` 上に、`Common lisp` 言語を用いて実現した。本章では、特に線分関係に基づく線分演算と区域関係に基づく区域演算の、時間推論問題と空間推論問題への応用例を示す。

5.1 線分演算の工程設計問題への応用例 線分演算は時間推論に適用できる。これにより、例えば、従来の時間推論システムが回答できなかった第2章の工程設計に関する問題を答えることができる。

問題を次のように定式化する。

問題1. $Ip = Is1 \hat{+} Is2 \hat{+} Ih1 \hat{+} Ih2$

問題2. $ITC1 = Is2 \hat{\Delta} Ih1$

問題3. $Ih1Ih2 = Ih1 \hat{\Delta} Ih2$

問題4. $Is2 = (\text{scaling } Is2 \text{ 'r' 'l'})$

問題4の定式化の結果において、工具が破損した場合の $S2$ の時区間 $Is2$ は元の時区間 $Is2$ の右(right)方向の拡大(*lengthen*)の結果である。新しい時区間と他の時区間の関係を算出することにより、以上の問題の解答を得ることができる。

図14の(a)は図3の(c)の計算機上での出力である。図14の(b), (c), (d), (e)は、筆者らが構築した時間推論システムを用い、上述の質問を答えた結果を示している。例えば、図14の(b)は、時区間 Ip と $Ih1$, Ip と $Ih2$ の関係がそれぞれ Rfi , Rdi であることを8行目、9行目に示している。図14の(e)において、時区間 $Is2$ の具体的な延長期間が未知であるため、 $Ih2$ と $Is2$ の関係は Ra あるいは Rmi という二通りとなる(5行目)。

5.2 区域演算の機械概念設計への応用例 筆者らは機械概念設計段階で、機能検証のための定性運動シミュレーションシステム `QKSS` (`Qualitative Kinematic Simulation System`) を開発してきた⁽¹⁴⁾。 `QKSS` は定性空

Fig.14 Part processing planning with segment calculus

間関係による定性的機構モデルに基づき、機構の一部の部品の運動から他の部品の運動を導出することによって機構の機能を推論するシステムである。各部品は長方形としてモデル化され、本研究における区域に対応している。

区域演算の実現により、`QKSS` は以下の重要な拡張機能を有することができる。1) 区域の和、差、積演算は部品の定性的な形状モデリングを可能にする。2) 区域の拡大縮小により、非剛体部品を考慮することができる。例えば、バネのような、一方向に弾性変形する部品を扱うことができる。3) 区域の和演算は動的な機構モデリングを可能にする。

区域演算を統合した `QKSS` の詳細と実際の機械製品への応用例は続報に論じられる予定である。ここでは、簡単な例を通じて、上述した区域演算の応用を示す。図15はスロットを持つ長方形でない部品Pの形状を、二つの長方形A, Bの差として、モデル化していることを示している。その結果として、部品Pは、三つの区域 $A-B1$, $A-B2$, $A-B3$ によって表される。

Fig.15 Shape modeling using region operations

図16の(a)のような機構は机TA(Table), 壁WA(Wall), ブロックB1(Block1), ブロックB2(Block2), バネSP(Spring)からなる。ブロックB1が右に移動するにつれ, バネとブロックB2が右に移動する。ブロックB2が壁に到達した後, バネはブロックB1により圧縮される。図16の(b)は(a)の機構を計算機においてモデル化したものである。(c)はブロックB1, バネSP, ブロックB2に対して区域の和演算を施した結果を示している。B1+SP+B2は新しい部品の名前である。これにより, 機構モデルが自身の一部の詳細を隠蔽することによって, 簡略化された(動的機構モデリング)のみならず, 運動シミュレーションの過程においても, 例えば部品B1, SP, B2を一つの統合された部品として考え, 運動を導出することができる。従って, 運動シミュレーションの過程は設計者の思考過程をより忠実に反映できると考えられる。換言すれば, 定性運動シミュレーション

システムがより知知的になったと考えられる。図16の(e)はB1+SP+B2が壁WAに到達した後, 隠蔽された機構モデルの詳細情報(B1とSPとの空間関係, SPとB2との空間関係など)を再度公開させた結果を示している。図16の(f)はバネの圧縮変形のシミュレーションの中間結果である。バネSPの左端が右に移動している様子を, 図形と共に, 図16の(e), (f)における機構モデルの5行目の記述の差異点からも確認することができる。図16の(g)はバネの変形後の機構モデルを示している。これは(e)の機構モデルと同一であるが, 図形的にバネの縮小は明らかである。

6. 結言

本研究の成果は以下のように要約できる。

- 1) 線分及び線分演算を提案した。線分演算は時間推論に應用できる。
- 2) 区域及び区域演算を提案した。区域演算は空間推論に應用できる。
- 3) 線分演算と区域演算を工学的問題解決に應用することにより, 有用性を示した。

3次元空間のための演算体系の確立が, 今後の重要な課題である。

謝辞 本研究の遂行にあたり, 多数の方々から有益な助言を頂いた。特に岡田公治氏(日立製作所), 内山直樹氏(豊橋技術科学大学)から, 本論文の形式的な構成から内容の推敲まで, 多大なるアドバイスを頂いた。ここに, 感謝の意を表す。

参考文献

- (1) Addanki, S. and Davis, E., Proc. IJCAI, (1985), 443-446.
- (2) McDermott, D., Cognitive Science, 16(1982), 101-155.
- (3) Allen, J.F., CACM, 26-11(1983), 832-843.
- (4) Allen, J.F., Artif. Intell., 23(1984), 123-154.
- (5) Ladkin, P., Proc. AAI, (1986), 354-359.
- (6) Beek, P., Proc. AAI, (1990), 728-734.
- (7) Allen, J.F. and Hayes, P.J., Proc. IJCAI, (1985), 528-531.
- (8) Allen, J.F. and Koomen, J.A., Proc. IJCAI, (1983), 741-747.
- (9) Song, F. and Cohen, R., Proc. AAI, (1991), 247-252.
- (10) Onosato, M., Iwata, K. and Nishida, S., JSME Int. J., Series III, 35-2 (1992), 207-213.
- (11) Moore, R.E., Interval Arithmetic, Prentice-Hall, 1966.
- (12) Hansen, E., Global Optimization Using Interval Analysis, Marcel Dekker, 1992.
- (13) 堀田, 代数入門-群と加群-, 1993, 6, 裳華房.
- (14) 劉・荒井・井越, 機論, 61-585, C(1995), 2159-2166.

Fig.16 Qualitative kinematic simulation with region calculus