可変フィードバックゲインによる 自励振動形振動機械の振幅一定制御*

栗田 裕^{*1}, 村岸 恭次^{*2}, 安田 均^{*3}

Amplitude Control Using Variable Feedback Gain in Self-Excited Driving Vibratory Machine

Yutaka KURITA, Yasushi MURAGISHI and Hitoshi YASUDA

The driving system of a vibratory machine with self excited vibration follows the resonance frequency change automatically and reduces electric power consumption. Self excited vibration is generated by the positive feedback of vibration velocity or the phase delay control of vibration displacement deviation on a mechanical resonance system. The self excited vibration whose amplitude is limited by saturation of a power amplifier output contains many higher harmonic components. On the other hand, the self excited vibration whose amplitude is limited by variable feedback gain becomes a pure sine wave. The feedback gain is controlled by amplitude deviation. The controller consists of a constant term, which is equal to the critical gain on the stability of the feedback system, a linear term and a third power term of amplitude deviation. The constant term and the linear term influence the steady state vibration, and the third power term influences the rising characteristics of vibration.

Key Words: Self Excited Vibration, Vibration Control, Stability, Nonlinear Control, Vibratory Machine, Resonance, Positive Velocity Feedback, Phase Delay Control, Variable Feedback Gain, Saturation

1. 結 言

機械共振系を内蔵する振動機械⁽¹⁾の振動量を検出して、駆動部にフィードバックすれば、自励振動を発生させることができる。この自励振動により駆動される自励振動形の振動機械では、搬送量の変動やばね定数の変動で固有振動数が変化しても、加振周波数はこの固有振動数変化を自動的に追尾していき、常に共振周波数で加振される^{(2)~(4)}。共振周波数で加振することができれば、小さな力でも効率よく駆動することができるので、電力消費を低く抑えることができるばかりか、アクチュエータを小形化することも可能となる。

振動量のフィードバックによって発生する自励振動は次第に成長していくが、コントローラやパワーアンプの飽和特性によって振幅は有限の値に収束する。また、振幅を検出しこれにもとづいて飽和レベルを上下すれば、振幅を所望の値にすることもできる⁽⁵⁾。しかし、飽和によって振幅を調整することは、矩形波で加振するのと同じことになり、発生する振動には多くの

高調波成分が含まれる。この高調波成分は騒音の原因になるなどの悪影響を与える。

これに対して、フィードバックゲインを変化させて振幅を調整するようにすれば、高調波成分を含まない単一周波数の正弦波振動を発生させることができる。振幅が指令値よりも小さいときには、フィードバックゲインを大きくして自励振動を成長させ、振幅が指令値を越えた場合には、フィードバックゲインを小さくして振動を減衰させる。振幅が所望の値となったときに、フィードバックゲインを安定限界ゲインにもっていき、振幅を一定の値に保つ。この振幅一定の状態では、フィードバックゲインが安定限界の値にほぼ固定され、単一周波数の自励振動が発生する。

本研究では、フィードバックゲインを変化させて自励振動の振幅調整を行う方法を提案し、その効果をシミュレーションで確認する。まず、コントローラやパワーアンプの飽和特性で自励振動の振幅を調整する方法では、振動に高調波成分が現れることを示す。次に、振幅偏差に応じてフィードバックゲインを変化させることでも振幅を一定に保つことができ、このときに発生する自励振動は単一周波数の正弦波になることを示す。

* 原稿受付 1995 年 10 月 20 日。

^{*1} 正員、滋賀県立大学工学部 (〒522 彦根市八坂町 2500)。

^{*2} 正員、神鋼電機(株)開発本部 (〒516 伊勢市竹ヶ鼻町 100)。

^{*3} (株)アイ・シー・エス (〒516 伊勢市竹ヶ鼻町 100)。

2. 振動機械の自励振動駆動

2・1 自励振動の発生方法⁽⁵⁾ 振動速度を検出し、コントローラに正帰還すれば、機械振動系に自励振動を発生させることができる。このときのフィードバックシステムを図1に示す。このシステムの運動方程式は、次のようになる。

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx + K(0 + \dot{x})$$

$$\therefore m\ddot{x} + (c - K)\dot{x} + kx = 0$$

この運動方程式の特性方程式は、

$$ms^2 + (c - K)s + k = 0$$

となり、 $K > c$ のとき、このフィードバックシステムは不安定となり、自励振動が発生する。

振動変位を負帰還し、変位の偏差を位相遅れ制御しても自励振動を発生させることができる。位相遅れ要素として積分要素を用いた場合のフィードバックシステムを、図2に示す。このシステムの運動方程式は、

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx + \int K(0 - x)dt$$

となり、両辺を微分して整理すれば、次式が得られる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + Kx = 0$$

この微分方程式の特性方程式は、

$$ms^3 + cs^2 + ks + K = 0$$

となる。三次方程式の場合、ラウス・フルビッツの安定条件は、 $kc > Km$ のので、

Fig. 1 Positive feedback of vibration velocity

Fig. 2 Phase delay control of vibration displacement

$$K > \frac{ck}{m}$$

のときに、このフィードバックシステムは不安定となり、自励振動が発生する。

位相遅れ要素として、コントローラの積分要素の代わりにアクチュエータの一次遅れ特性を用いることもできる。この場合、図2中の K/s は $K/(s+a)$ となる。このシステムの特性方程式は次のようになる。

$$ms^2 + cs + k + \frac{K}{s+a} = 0$$

$$\therefore ms^3 + (c+ma)s^2 + (k+ca)s + K+ka = 0$$

ラウス・フルビッツの安定条件から、

$$K > \frac{(c+ma)(k+ca)}{m} - ka$$

のときに、このフィードバックシステムは不安定となり、自励振動が発生する。

2・2 飽和特性による振幅調整⁽⁵⁾ コントローラやパワーアンプの飽和特性によって、自励振動の振幅は有限な値に収束する。飽和によってパワーアンプの出力が $\pm a$ の範囲内に制限されているとすると、自励振動が成長したときのパワーアンプ出力は振幅 a の矩形波となる。この矩形波の基本波成分は $4a/\pi$ と有限の値である。そこで、アクチュエータ出力である加振力もまた有限となり、自励振動の振幅は一定の値となる。

また、振動振幅を検出し、その振幅によって飽和レベルを調整するようにすれば、振幅を所望の値にすることができる。振幅が指令値よりも小さいときには飽和レベルを上げて大きな力が発生するようにし、振幅が指令値よりも大きくなったときには、飽和レベルを

Fig. 3 Amplitude control using variable saturation level

Fig. 4 An amplitude detector

下げて発生力が小さくなるように制御する。図2のシステムにこの振幅一定制御を付け加えたものを、図3に示す。振動変位の振幅を検出し、その振幅が一定になるように飽和レベルを制御した。

振幅一定制御に用いられる振幅検出回路を図4に示す。まず、DC カットフィルタによって、変位信号の直流成分をカットする。次に、直流成分をカットした信号を絶対値回路に通して全波整流する。この整流した信号をローパスフィルタに通して高周波成分をカットし、できる限り平滑化する。しかし、振幅信号は完全な直流成分だけではなく、振動周波数の2倍高調波成分のリップルが多少含まれている。

また、振幅コントローラには比例制御器を用いた。振幅指令と振幅検出信号との偏差をとり、比例制御を

(a) Power amplifier output

(b) Acceleration ($c=0.01$) (c) Acceleration ($c=0.1$) (d) Acceleration ($c=1$)

Fig. 5 Self-excited vibration restricted by saturation

かけて飽和レベルを変化させ振幅が一定になるようにした。

2・3 自励振動の高調波成分 機械振動系を矩形波で加振すると、加振力の高調波成分によって機械系に高調波振動が現れる。コントローラやパワーアンプの飽和特性によって自励振動の振幅を調整する方式では、これらの出力はほぼ矩形波となる。したがって、加振力には高調波成分が多く含まれ、高調波振動が発生する。本節では、飽和による振幅一定制御が振動加速度にどれだけの高調波成分を生じさせるのかをシミュレーションで検討する。シミュレーションには、振動変位の位相遅れ制御で自励振動を発生させるシステムを用いた。

まず、コントローラに積分要素を用いて自励振動を発生させる図3の場合を考える。この場合には、アクチュエータには位相遅れがないものとした。また、ここでは、 $m=1$, $c=0.01$, $k=1$ とおいた。自励振動の振幅調整を飽和レベルの制御で行う図3の方式では、パワーアンプ出力は、図5(a)に示すように矩形波となる。位相遅れのないアクチュエータの出力も同じ波形となり、加振力には多くの高調波成分をもつ。共振倍率

(a) Power amplifier output

(b) Actuator output

(c) Acceleration

Fig. 6 Self-excited vibration by phase lag of actuator

が100倍と減衰が小さなシステムでは、振動加速度は図5(b)に示すようになる。振動加速度波形の山頂付近や谷底で、ほんのわずかにアクチュエータ出力の矩形波の影響が現れているが、全体的にほぼ正弦波となっているといえる。

共振倍率が10倍($c=0.1$)および共振倍率が1倍($c=1$)のときの振動加速度の波形を図5(c), (d)に示す。減衰が大きなシステムになると、アクチュエータ出力の矩形波の影響が大きく現れ、振動加速度波形に占める高調波の比率が大きくなっている。このように、位相遅れの少ないアクチュエータを用いて減衰が大きい機械振動系を加振する場合には、飽和によって自励振動の振幅を調整する方法では、高調波振動が発生する。

次に、アクチュエータの一次遅れ特性を位相遅れ要素として用いた自励振動を発生させる場合を考える。一次遅れの遮断周波数は、機械振動系の固有振動数の100分の1とした。この場合もパワーアンプ出力は、図6(a)に示すように矩形波となる。しかし、一次遅れ特性をもつアクチュエータの出力は、図6(b)に示すように三角波に近い波形となっている。共振倍率が1倍($c=1$)のときの振動加速度を図6(c)に示す。振動加速度には高調波成分が含まれてはいるが、図5(d)に比べるとはるかに正弦波に近い。

3. 可変フィードバックゲインによる 振幅調整

3.1 可変フィードバックゲイン 振動の大きさに応じて、フィードバックゲインの値を変えることにより、発生する振動の振幅を一定に保つことができる。図3に示したシステムの振幅調整方法をこの可変フィードバックゲイン方式に変えたものを図7に示す。振幅が指令値よりも小さいときには、フィードバックゲインを大きくして自励振動を成長させる。振幅が指令値を越えた場合には、フィードバックゲインを小さくして振動を減衰させる。振幅が所望の値となっ

Fig. 7 Amplitude control using variable feedback gain

たときに、フィードバックゲインを安定限界ゲインにもっていき、振幅が一定となるようにする。この振幅一定の状態では、フィードバックゲインが安定限界の値にほぼ固定されていると考えられるので、このフィードバックシステムは線形のシステムとなり、高調波成分を含まない単一正弦波の自励振動が持続的に発生することとなる。

なお、コントローラの後には、パワーアンプ出力の飽和を表す飽和要素を設けた。この飽和要素は固定の飽和レベルをもち、振動立上がり時に大きなフィードバックゲインにより過大な指令値が出たとしても、パワーアンプ出力を有限の値に制限する。

フィードバックゲインを変化させるのに、振幅コントローラを用いる。振幅コントローラは、振幅偏差 Δr (振幅指令 $\bar{r}$ と振幅 r の差) がないときには安定限界ゲイン K_{cr} の値を出力し、振幅偏差をもつときにはその大きさに応じた値を出力する。

3.2 振幅コントローラ 振幅コントローラの制御則としては、まず、振幅偏差の比例制御が考えられる。振幅偏差がないときには安定限界ゲイン K_{cr} の値を出力し、振幅偏差があるときにはその大きさに比例した値を付け加える。

$$K = K_{cr} + K_1 \left(1 - \frac{r}{\bar{r}} \right)$$

ここで、安定限界ゲイン K_{cr} は ck/m に等しく、 $m=1$, $c=0.01$, $k=1$ のときには、 $K_{cr}=0.01$ となる。また、係数 K_1 は、自励振動の立上がり特性をよくするために、振動立上がり時にフィードバックゲインが安定限界の値よりも十分に大きな値となるように決める。ここでは、 $K_1=0.5$ とした。この振幅コントローラを図7のシステムに用いたときのフィードバックゲインの振舞いを図8に示す。立上がり特性をよくするために係

Fig. 8 Feedback gain determined by linear controller

数 K_1 を大きくすると、振動立上がり時のフィードバックゲインは大きくなり、振動は素早く立上がるが、振幅検出器出力のリップルまで拡大してしまう。挿入図に示したように、定常振動時のフィードバックゲインは、安定限界ゲイン $K_{cr}=0.01$ 付近で大きく変動している。

自励振動の立上がり特性と定常振動時の振幅制御特性をそれぞれ独立に調整するために、振幅コントローラに振幅偏差の三乗に比例する項を付け加えた。

$$K = K_{cr} + K_1 \left(1 - \frac{r}{\bar{r}}\right) + K_3 \left(1 - \frac{r}{\bar{r}}\right)^3$$

Fig. 9 Feedback gain determined by nonlinear controller

(a) Vibration displacement

(b) Power amplifier output

Fig. 10 Amplitude control using variable saturation level

ここでは、比例項の係数を $K_1=0.05$ と線形コントローラのときの10分の1の値とし、三乗項の係数を $K_3=0.5$ とした。振幅偏差が大きい振動の立上がり時には、三乗項が支配的となりフィードバックゲインを大きく設定する。一方、振幅偏差が小さくなる定常振動時には、三乗項はほぼ零となり、比例項と定数項の和がフィードバックゲインを決める。振動の立上がり特性は三乗項が決めるので、比例項の係数は、定常振動時の制御特性がよくなるように定めることができる。この三乗に比例する項を付け加えた振幅コントローラを用いたときのフィードバックゲインの振る舞いを図9に示す。図8と比較すれば、振動立上がり時のフィードバックゲインを大きくしたまま、リップルの影響が抑えられていることがわかる。

3.3 自励振動の立上がり特性と定常状態 まず、前報⁵⁾で述べた飽和レベルを変化させて振幅を制御する方法と、フィードバックゲインを変化させて振幅を制御する方法とを比較する。

図10に、飽和レベルの調整で振幅一定制御を行ったときの振動変位とパワーアンプ出力を示す。このときフィードバックゲインは固定した値で、安定限界ゲイン0.01の100倍の値1である。図10からわかるように、パワーアンプ出力は速やかに立上がり、15秒後にはほぼ矩形波となっている。また、200秒以降は振幅

(a) Vibration displacement

(b) Power amplifier output

Fig. 11 Amplitude control using variable feedback gain

(a) The effect of amplitude reference

(b) The effect of damping coefficient

Fig. 12 The effect of amplitude reference and damping coefficient

一定制御の働きで、飽和レベルが低下している。振幅 $\pi/4$ の矩形波の基本成分は 1 となるので、共振倍率が 100 であるこのシステムでは飽和レベルが $\pi/4$ のときに振幅が 100 となる。

図 11 に、フィードバックゲインを変化させて振幅一定制御を行ったときの振動変位とパワーアンプ出力を示す。振幅コントローラには、振幅偏差の三乗項を含んだものを用いた。振幅が零の初期状態では、この振幅コントローラが出力するフィードバックゲインの値は、安定限界ゲインの 56 倍にあたる 0.56 である。図 10 の場合に比べて初期のフィードバックゲインが多少小さいため、パワーアンプ出力の立上がりは少し遅れて 25 秒の時点で矩形波となっている。また、振幅が一定値に近づいていくと、パワーアンプ出力の最大値は変化せずに、波形が矩形波から正弦波へと変わっていく。

次に、振幅指令の大きさや制御対象である機械振動系の減衰特性が変わったときに、自励振動の立上がり特性がどうなるのかを調べた。これらのシミュレーションにも三乗項を含むコントローラを用いた。図 12(a) に振幅指令 $\bar{r}$ が 100 分の 1 の値である 1 のときの振動の立上り性を示す。振幅指令を 100 分の 1 に絞っても、振幅 1 の自励振動がきれいに発生していることがわかる。図 12(b) に機械振動系の減衰係数 c が 1 のときの振動の立上り性を示す。減衰係数が 100 倍となり、共振倍率が 100 分の 1 になっても、振幅 1 の自励振動がきれいに発生している。

最後に、可変フィードバックゲイン方式で振幅調整

(a) Power amplifier output

(b) Acceleration

Fig. 13 Self excited vibration controlled by variable feedback gain

したときに高調波振動がどうなるのかを調べた。減衰係数の値は、高調波振動が顕著に現れた図 5(d) と同じ $c=1$ とした。このときのパワーアンプ出力と振動加速度の振動波形を図 13 に示す。図 13 からわかるように、可変フィードバックゲイン方式で振幅調整をすれば、パワーアンプ出力も振動加速度もきれいな正弦波となり、高調波成分を含んでいない。

4. 結 論

自励振動形振動機械を高調波成分を含まない単一正弦波で駆動するために、可変フィードバックゲインで振幅調整する方法を提案し、シミュレーションによってその効果を確かめた。

(1) コントローラやパワーアンプの飽和特性によって自励振動の振幅を調整すると、矩形波で加振するのと同じことになり、高調波振動が発生する。この高調波振動は、減衰が大きく共振倍率が小さくなるほど現れやすい。また、アクチュエータの一次遅れ特性が大きいときには、この高調波振動はあまり目立たなくなる。

(2) 振幅偏差に応じてフィードバックゲインを変化させることで、振幅を所望の値にすることができる。この可変フィードバックゲイン方式で自励振動の振幅を調整するようにすれば、高調波成分を含まない単一正弦波の自励振動を発生させることができる。

(3) フィードバックゲインを変化させるのに、振幅偏差の三乗項を含む振幅コントローラを用いた。この振幅コントローラは、振幅偏差がないときには安定

限界ゲインを出力する。また、振幅偏差の三乗項が自励振動の立上がり特性を支配し、振幅偏差の比例項と定数項の和が定常振動時の振幅制御特性を定める。

文 献

- (1) 横山恭男, パーツハンドリング, (1985), 227-271, 工業調査会.
- (2) 横山恭男・岡部佐規一・神谷好承・野村久直, パーツフィーディングシステムの現状と将来の方向, 精機学会自動組立専門委員会第37回研究発表会資料, (1975), 8-14.
- (3) 最新部品供給技術総覧編集委員会, 最新部品供給技術総覧, (1986), 180-183, 産業技術サービスセンタ.
- (4) 横山恭男・石川憲一・岡部佐規一・小泉邦雄, 振動応用技術, (1992), 152-155, 工業調査会.
- (5) 栗田裕・村岸恭次・安田均, 振動量のフィードバックによる振動機械の自励振動駆動, 第4回「運動と振動の制御」シンポジウムの講演論文集, No.95-28 (1995-7), 349-352.