ウォーム歯車の歯面修整に関する研究*

(第1報, 歯面修整の新しい考え方)

吉野 英 弘^{*1}, 牟田 義 文^{*2}

Studies on Tooth-Surface Modification of Worm Gears

(1st Report, A New Method of Worm-Wheel Crowning)

Hidehiro YOSHINO and Yoshifumi MUTA

A new crowning method that can be applied to worm gears with an arbitrary profile and causes no transmission error is proposed. The main points of this crowning method are as follows: (1) the profile of a hob is related to that of a worm via a rack profile, (2) a pitch circle diameter of the hob is made larger than that of the worm, (3) the worm wheel is hobbled by the hob of which axis is tilted as in the case of hobbing helical gears. It is shown by using contour-line diagrams of the contact and meshing clearances between the teeth of the worm and mating worm wheel that the crowning method proposed in this investigation brings about a desirable tooth surface modification, i. e., large entrance gap and small exit gap.

Key Words: Gear, Design, CAD, Worm Gear, Tooth Surface Modification, Crowning, Entrance Gap, Lubrication, Tooth Profile, Contour Line, Meshing Clearance

1. 緒 言

ウォーム歯車においては、潤滑油の引き込みをよくするためにウォームホイール(以下、ホイール)の歯面に膨らみ(修整)を加えて、入り口すきまを与えることが不可欠であるとされる。これまで、ウォーム歯車の歯面修整法としては、ウォームよりも径の大きなホブを用いてホイールを歯切りする方法のほか、ウォームの種類ごとにいくつかの方法⁽¹⁾⁻⁽³⁾が提案されている。しかし、いずれの場合もウォームの最終仕上げは歯当たりの確認などによって経験的に行われる場合が多いようである。これは、ウォームの種類に無関係に適用できる歯面修整法が確立していなかったことのほかに、ホイールの歯切りに用いるホブの切れ刃が研ぎ直しによって刻々と変化し、実際に歯切りされるホイールの幾何学的形状が正確に把握できなかったことなどが関係していると思われる。

本研究では、ウォームの種類に無関係に適用できる新しい歯面修整法を提案するとともに、ウォームとホ

イールのかみあい状態を等高線図を用いて表示し、提案した歯面修整法の特徴を従来の方法と比較しながら報告する。

2. ウォーム歯車の新しい歯面修整法

ホイールの歯面に膨らみを付けることは、ウォームによって包絡される歯面(以下、共役ホイール)よりもホイールの歯面を後退させることを意味する。したがって、ホイールの歯面修整を実現するためには、ホイールをどのようなホブを用いて、どのように歯切りするかということが問題となる。いま、ウォームの軸断面歯形をウォーム歯形、ホブの切れ刃輪郭をホブのねじ面に沿って軸断面に投影した歯形をホブ歯形と呼ぶことにすれば、本研究で提案する歯面修整法は、以下のように要約できる。

(1) ホブ歯形とウォーム歯形は、ラック歯形を介して関係づける(図1参照)。例えば、ウォーム歯形とウォームの諸元(条数、軸ピッチおよびピッチ円半径)が与えられた場合は、まずウォーム歯形からラック歯形を計算し、次にホブの諸元(条数、軸ピッチおよびピッチ円半径)を与えてホブ歯形を計算する。

(2) ホイールに与える膨らみは、ホブのピッチ円半径をウォームより少し大きくして、またはホブの条

* 原稿受付 1995年8月31日。

^{*1} 正員, 佐賀大学理工学部 (〒840 佐賀市本庄町1)。

^{*2} 正員, 三菱電機(株)FA事業部福岡工場 (〒819 01 福岡市西区今宿東1-1-1)。

数をウォームより大きくして、もしくは、両方を組合せることによって与える。半径差および条数差を大きくするほど、膨らみ量は増加する。

(3) ホイールの歯切りでは、ホブ軸をはすば歯車の歯切りの場合と同じようにホイールのピッチ円上でウォームとホブのねじ面の傾きが一致するように傾ける。また、ホブはホブのピッチ円がホイールのピッチ円に接するまで切り込む。ただし、ウォームとホイールの間に転位を与える場合は、転位量の分だけホブの切り込みを増減させる。

提案した歯面修整法は、ホブの径をウォームより大きくして膨らみを与える点は、従来の方法と類似しているが、ホブとウォーム間の歯形および諸元の関係を明確にしている点、ホイールの歯切りにおけるホブ軸の傾け角を明確にしている点が異なる。提案した方法をインボリュートウォームに適用する場合は、ホブ歯形もインボリュートヘリコイド曲線となるので、ホブ歯形は理論的に定まり、特別な計算は必要としない。しかし、そのほかのウォームに適用する場合、インボリュートウォームであってもホブを研ぎ直した場合は、ウォーム(ホブ)・ラック間の歯形計算が必要になる。したがって、提案した方法を実現するためには、ウォーム・ラック間の歯形計算が自在に行え、かつ計算で求めた歯形をもつホブやウォームが自在に加工できる必要がある。

3. ウォーム・ラック間の歯形計算

任意の歯形をもつホブの二番取り研削については、研ぎ直し誤差の計算などを含め、すでに報告した⁽⁴⁾。ウォームの加工(研削)は、逃げ角のないホブの二番取り研削と考えることができるので、提案した歯面修整法を実現するために残された問題は、ウォーム・ラック

Fig. 1 Relationship of tooth profiles of worm, hob, etc., in the proposed method

ク間の歯形計算である。

3・1 ウォームからラック ウォーム歯形が点列として与えられた場合に、ウォーム歯形からラック歯形を求める計算方法は、すでに西田らによって提案されている⁽⁵⁾。しかし、任意の歯形を取扱う場合は、干渉発生の有無を確実に判断できるかどうかが重要であるので、本研究では、計算が高速・高精度で、干渉が生じた場合にも適用できる要素除去法⁽⁶⁾を利用して、ウォーム・ラック間の歯形計算を行う。

図2は、ウォーム・ラック間の歯形計算を行うための座標軸系を示す。ウォーム歯形からラック歯形を計算するためには、ウォームによるラックの創成を考えればよい。ただし、座標軸の方向はウォームの歯末によってラックの歯末が創成されるようにした。

いま、ウォームに固定した座標系($x-y-z$)で表されるウォーム歯形上の点 $P(x, y, 0)$ がウォームの回転 ϕ によって、ラックに固定した座標系($X-Y-Z$)を用いて表される点 P' に移動したとすれば、点 $P'(X, Y, 0)$ の座標は次式で計算できる。

$$\begin{aligned} X &= x \cos \gamma - y \sin \phi \sin \gamma + \frac{p_w N_w \phi}{2\pi} \cos \gamma \\ Y &= y \cos \phi - a \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 p_w はウォームの軸方向ピッチ、 N_w は条数である。 γ は進み角で、ウォームのピッチ円半径を r_w とすると $\gamma = \tan^{-1}(p_w N_w / 2\pi r_w)$ で計算できる。 a は両座標系の原点間の距離で、転位量を Δa とすると $a = r_w + \Delta a$ で計算できる。

ウォーム歯形上のすべての点について回転角 ϕ を小さく変化させて、式(1)による計算を行えば、多数の点群が $Z=0$ の断面上に現れる。これらの点群のうち、最も内側に現れる点列(包絡線)が求めるラック歯形となる。要素除去法では、ウォームを工具と考え、ウォームによるラック材料の除去をそのままシミュレートし、除去されずに残ったラック材料の形からラック

Fig. 2 Coordinate system for profile calculation between worm and rack

歯形を計算する。

3・2 ラックからウォーム ラック歯形上の点Q ($X, Y, 0$)とウォーム軸断面上的点Q'($x, y, 0$)の関係は、式(1)を変形することによって得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= X \sec \gamma + (Y + a) \tan \phi \tan \gamma - \phi p_w N_w / 2\pi \\ y &= (Y + a) \sec \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、記号は式(1)と同じである。式(2)を用いて、ラック歯形を表すすべての点について回転角 ϕ を小さい間隔で変化させれば、ウォームの軸断面上に多数の点群が現れる。その最も内側の点列(包絡線)が求めるウォーム歯形である。

ウォーム歯形からラック歯形、逆に、そのラック歯形からウォーム歯形を計算し、計算前後の両ウォームの歯形が完全に一致すれば、干渉が生じていないことを意味する。一致しない場合は、干渉が生じることを意味し、その量が無視できない場合は、ピッチ円半径などのウォーム諸元や歯形輪郭を変更する必要がある。

4. ウォーム歯車の接触すきまとかみあいすきま

4・1 計算諸元 提案した歯面修整法の効果を確認するために、ウォーム歯車の接触すきまとかみあいすきまを求めて等高線図で表示する⁽⁷⁾。

Table 1 Specifications of worm gears, etc.

Items	Worm	Hob	Wheel
Number of threads	3	3	—
Number of teeth	—	—	30
Axial module (mm)	5	4.990	5
Lead/helix angle (deg)	14.036	13.574	14.036
Radius of pitch circle (mm)	30	31	75
Radius of tip circle (mm)	35	36	81.8
Face width (mm)	—	—	30
Center distance (mm)	105		
Setting angle of hob (deg)	0.462

Fig. 3 Profiles of worm and worm-wheel at a transverse section perpendicular to wheel axis

表1は、計算に用いたウォーム、ホブおよびホイールの代表的な諸元を示す。ただし、諸元は必要に応じて変化させた。計算に用いたウォーム歯形は、従来の方法⁽¹⁾との比較を行うために、軸断面における圧力角が20°の台形歯形をもつI形ウォームとした。

4・2 接触すきま かみあっているウォームとホイールをホイール軸に垂直な複数の断面で切断すれば、各断面における両歯形はラックと平歯車としてかみあう(図3参照)。

図4は、各断面におけるウォームとホイールの接触状態を示したものである。ただし、接触の状態を明確に示すために、ホイールの断面歯形はウォームの断面歯形を基準に法線方向に拡大して示す。各断面歯形の計算方法は、文献(7)に詳細に述べているので省略するが、ウォームの断面歯形はウォームねじ面を軸に平行な断面で切断することによって、またホイールの断面歯形は軸に垂直な断面におけるホブ切れ刃の動きをシミュレートし、要素除去法⁽⁶⁾を利用することによって計算した。

図4(a)は、ホブのピッチ円半径をウォームと同じにして、すなわち、ウォームと同じ諸元をもつホブで歯切りしたホイールの場合である(共役ホイール)。各断面で接触が正確に行われていることがわかる。図4(b)は、提案した歯面修整法を利用して歯切りしたホ

(a) Without crowning ($\Delta r = 0$)

(b) With crowning ($\Delta r = 1 \text{ mm}$)

Fig. 4 Clearances between worm and worm-wheel profiles at transverse sections perpendicular to wheel axis

イールの場合である。この場合のホイールの歯形は、次のようにして計算した。まず、表1の諸元のもとでウォーム歯形からラック歯形を、次にホブのピッチ円半径を $\Delta r=1\text{ mm}$ だけ増加させてホブ歯形を計算した。そして、そのホブによって歯切りされるホイールの断面歯形を計算した。図4(b)から、中央断面($z_c=Z_c=0$)でのみ接触が生じ、歯面修整が良好に行われていることがわかる。ここで重要なことは、中央断面における接触がウォームの軸方向移動なしに(バックラッシの調整なしに)得られたということである。これは、提案した方法が極めて合理的な歯面修整法であることを意味していると思われる。

図5は、切断する断面の数を増加させて、横軸をホイールの歯幅方向、縦軸を歯たけ方向として、歯形間のすきまを等高線図で表示したものである(以下、接触すきま)。計算に用いた断面の数は、ホイールの歯幅方向に21断面、等高線表示のための格子数は 51×21 とした⁽⁷⁾。等高線の間隔は $\Delta h=5\mu\text{m}$ である。図5(a)は、ウォームと共役ホイールの場合である。すきまが零の線が歯幅方向に延びており、全歯幅で線接触が生じていることがわかる。図5(b)は、ホブのピッチ円半径を $\Delta r=1\text{ mm}$ だけ増加させるとともに、ホブ軸を $I=14.036^\circ-13.576^\circ=0.462^\circ$ だけ傾けてホイールを歯切りした場合である。両歯面の接触は、点接触に変

化し、良好な歯面修整が行われていることがわかる。図中の左端が潤滑油のかみ込み側(入り口側)に相当する。

4.3 かみあいすきま ウォームの回転によって図5の接触線(点)は歯たけ方向に移動する。したがって、歯面全体の接触状態を調べるためには、ウォームの回転角を広い範囲で変化させて同様の図を描かなければならない。

図6は、歯面全体の接触状態を調べるために、ウォームを包絡させて得られる共役ホイールとホブ切りしたホイールの歯面間のすきま(以下、かみあいすきま)を等高線図で示したものである。ホブの増径量は、 $\Delta r=1\text{ mm}$ および 2 mm とした。かみあいすきまは、ほぼ歯当たり状態を表していると考えてよいので⁽⁸⁾、この歯車対が全かみあい領域で良好な入口と出口すきまをもち、そのすきまは、増径量とともに増加し、入口側で大きく、出口側で小さくなっていること、また、すきまが零の線は歯たけ方向に延びており、かみあい回転伝達誤差なしに正確に行われていることがわかる。

4.4 ホイール歯数の影響 図7は、ホイールの歯数が変化した場合のかみあいすきまを示す。ただし、計算条件の一部は、ホイールの歯数に連動させて変化した。従来の歯面修整と同じように、提案した方法

Fig. 5 Contour-line diagrams of contact clearance between worm and worm wheel

Fig. 6 Effects of increases in pitch circle radius of hob upon meshing clearance between worm and worm-wheel

による入口および出口すきまがホイール歯数の影響をほとんど受けないことがわかる。

4.5 ウォーム条数の影響 図8は、ウォームの条数が変化した場合のかみあいすきまを示す。ただし、ウォームとホブの条数は同じとし、運動させて他の計

算条件も変化した。ホブの増径量が同じ場合は、条数が大きいほど、入口すきまが大きく現れている。また、条数が大きい場合は、出口側のすきまがやや小さくなる場合のあることがわかる。これは、ホブ軸の傾き角が大きくなるためにホイールの歯面に不完全創成部が生じるためと思われる。

5. 考 察

5.1 従来の方法との比較 I形ウォームに関する歯面修整法としては、和栗・安東の方法⁽¹⁾(以下、従来の方法)がある。ここでは、提案した方法と従来の方法の比較を行う。従来の方法は、ホブ歯形の法線ピッチをウォームのものと同じにしたまま、ホブの軸方向ピッチをウォームのものより小さくしてホイールに膨らみを与えるというものである。

図9は、従来の方法に基づいて計算した1条および3条ウォームのかみあいすきまを示す。ただし、ホイールの歯切りに用いたホブは、表1のウォームに対して、軸方向ピッチを $\Delta p = -0.1$ mmだけ変化した。歯幅の両端に良好なすきまが形成されていることがわかる。提案した方法で計算した図7および図8と異なる点は二つある。一つは、提案した方法による入口すきまが条数の影響を受けるのに対して、従来の方法はほとんど影響を受けないこと、二つは、提案した方法

Fig. 7 Effects of number of wheel teeth upon meshing clearance between worm and worm-wheel

(8) Effects of number of worm threads upon meshing clearance between worm and worm-wheel

Fig. 9 Effects of number of worm threads upon meshing clearance between worm and worm-wheel modified by using the conventional method

では、入口すきまが出口すきまより大きく現れるのに対して、従来の方法では、逆に現れていることである。

図10は、提案した方法と従来の方法による3条ウォームのかみあいすきをホイールの歯たけの中央で切断し、横軸を歯幅、縦軸をすきまとして表示したものである。左側が入口側に相当する。入口すきまが両方法でほとんど同じであるのに対して、出口側のすきまが大きく異なっていることがわかる。すなわち、従来の方法では、出口すきまが入口すきまより大きく、提案した方法では、逆に小さくなっている。これは、ホブ軸をわずかに傾けていることが影響していると思われる。ウォーム歯車では、歯幅中央から出口寄りに歯当たりが生ずるのがよいとされる⁽⁹⁾。このことを考慮すれば、提案した方法による歯面修整が極めて好ましい歯面修整になっていることがわかる。

図11は、提案した方法と従来の方法によるかみあい状態をより正確に調べるためにかみあいすきまの等高線の間隔を $\Delta h=1\mu\text{m}$ として表示したものである。従来の方法による場合は、すきま零の線が交差し、すきまが鞍状に変化しており、わずかではあるが、回転伝達誤差が生じていることがわかる。この傾向は、ウォームの条数が大きいほど強く現れる。

5.2 他種ウォームへの適用 本研究では、提案した方法をI形ウォームの場合を例として示した。提案した方法は、他の歯形のウォームに対しても適用できる。このことは、図4(b)に示したようにウォームと修整ホイール間で正確な接触が生じていることから明らかである。任意のウォーム歯形は、圧力角の異なる多数のI形ウォームの歯形を歯たけに沿ってつないだと考えることができる。圧力角の異なる多数のウォームがそれぞれごとに計算した修整ホイールと正確にかみあえば、それらをつなぎ合わせたウォームもまた、

Fig. 10 Changes in clearance on pitch line of worm wheel

そのウォームから計算した修整ホイールと正確にかみあう。ただし、ウォーム歯形上の点は、ラックおよびホブ歯形上の点と一対一に対応し、いわゆる、干渉が生じないことが必要である。

以上の計算例では、ウォームの歯形が与えられた場合について述べたが、ホブ歯形やラック歯形が先に与えられた場合でも、ほぼ同様の修整歯面を得ることができる。提案した方法による計算と表示に必要な時間は、32 bit のパーソナルコンピュータを使用して約2分であった。

6. 結 言

ウォームの歯形に無関係に適用できる新しい歯面修整法を提案し、その特徴について述べた。まとめると次のようになる。

- (1) ウォームとホブの歯形をラックを介して関係づけるというウォーム歯車の新しい歯面修整法を提案した。提案した歯面修整法では、ホブのピッチ円半径をウォームよりも大きくし、ホブ軸をウォームとホブの進み角の差の分だけ傾けてホイールの歯切りを行う。
- (2) 提案した歯面修整法は、ウォーム歯形が与えられた場合のほか、ホブ歯形やラック歯形が先に与えられた場合にも適用できる。
- (3) 提案した歯面修整法を利用すれば、回転誤差

(a) Proposed method [refer to Fig. 6(a)]

(b) Conventional method [refer to Fig. 9(b)]

Fig. 11 Changes in contour line diagrams of meshing clearance in the proposed and conventional methods

を生じることなく、入口側で大きく、出口側で小さいすきまを与える歯面修整が可能である。

(4) 提案した歯面修整法を利用して一對のウォーム歯車を製作すれば、これまで試行錯誤的に行われていた歯当たりの調整作業を大幅に軽減することが可能になり、安定した性能を有するウォーム歯車が容易に実現できるようになると思われる。

文 献

(1) 和栗明・安東禎次郎, 機論, 15-50(1969), IV-24.

- (2) 岸佐年・岡角宗晴・吉田嘉太郎, 機論, 52-481, C(1986), 2443-2448.
- (3) 豊山晃, 機論, 61-582, C(1995), 413-416.
- (4) 吉野英弘・石橋彰, 機論, 54-505, C(1988), 2174-2180.
- (5) 西田知照・河野誠・戸田浩, 精密工学会誌, 52-6(1986), 1061-1067.
- (6) 石橋彰・吉野英弘, 機論, 53-487, C(1987), 887-893.
- (7) 牟田義文・吉野英弘, 機論, 62-598, C(1996), 2458-2463.
- (8) 吉野英弘・江副寛・牟田義文, 機論, 61-591, C(1995), 4457-4463.
- (9) 上野拓, 潤滑, 20-4(1974), 234-241.