積層形圧電素子の過渡応答*

木下 豪^{*1}, 臼井 清一^{*2}

Transient Response of Multilayered Piezoelectric Elements

Suguru KINOSHITA and Seiichi USUI

Multilayered piezoelectric elements are capable of very quick response and very small displacement of about a micron, though their size is small and the structure is simple. Hence this device appears promising for such applications as the actuator for a precision stage or a micromachine. In this paper, the equation of motion of multilayered piezoelectric elements taking material damping into consideration is proposed and solved by Duhamel's method. Then the value of the material damping coefficient is estimated experimentally. The calculated results are in good agreement with the experimental results.

Key Words: Piezoelement, Micromachine, Actuator, Damping, Transient Response, Step Response

1. 緒 言

積層形圧電素子は、基本的に単板圧電素子を多数枚重ねただけの単純な構造で、変位拡大率こそ小さいが、発生力、応答速度が高く、耐久性に富み、電気機械交換効率も高いという特徴をもっている。電界をかけるだけで微小変位が容易に得られるため、微小位置制御用アクチュエータとして、精密ステージやマイクロマニピュレータなどへの応用が検討されている。また、その応答性の高さを利用したインパクトドライブ方式⁽¹⁾など、マイクロマシンの移動用アクチュエータとしても注目を浴びている。圧電素子の理論解析は、低圧時(数V程度)の共振状態についての解析⁽²⁾がよく行われている。また、ヒステリシスなどの圧電素子の非線形性に対応するため、三角波応答について最小二乗法での三次関数近似などが行われている⁽³⁾。一方、積層形圧電素子を対象とした過渡応答解析では、クリープ制御のために最小二乗法によって対数関数で近似したものがあるが、電圧印加直後の急速な変位変化に

は対応できていない⁽⁴⁾。また、任意積層枚数の素子について波動解析を行ったものがあるが、実験値との比較では振動周期については近い値がでているが、波形そのものは必ずしも一致しているとはいえない⁽⁵⁾。

そこで、本論文では積層形圧電素子の過渡応答を把握することを目的とし、内部減衰を考慮した運動方程式を導き、変数分離法とデュアメルの方法により解析解を求めた。そして、ステップ応答実験により、実験値と解析解との比較を行った。

2. 理 論 解 析

2・1 解析モデル 図1に示すように、積層形圧

Fig. 1 Appearance of the analytical model

* 原稿受付 1995年8月15日。

*¹ 学生員、東京都立科学技術大学大学院 (〒191 日野市旭が丘6-6)。*² 正員、東京都立科学技術大学。

電素子の下端を固定、上端に質量 m_1 をつけたものをモデルとし、積層方向を z 座標、それと直角方向に x, y 座標をとる。また、 n 層の積層形圧電素子のモデル化に当たり、以下の仮定を導入する⁽⁶⁾。

(1) 圧電現象において温度変化および物性変化は生じない。

(2) 積層形圧電素子は、 n 層分の静電容量をもつ単一圧電素子として扱える。

この仮定に基づき、積層形圧電素子については長さ l 、断面積 A 、一様密度 ρ 、質量 $m_p (= \rho Al)$ の単体素子として以後の解析を進める。圧電素子の z 断面における z 方向変位は $u_3(t, z)$ で表す。

2・2 運動方程式 圧電素子の解析の基本となる圧電方程式は次式のように表される⁽²⁾。

$$\left. \begin{aligned} T_3 &= c_{33}^E S_3 - c_{33}^E E_3 \\ D_3 &= c_{33}^E S_3 + \epsilon_{33}^S E_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

$T_3(t, z)$: 応力

$S_3(t, z)$: ひずみ $\left(= \frac{\partial u_3}{\partial z} \right)$

$E_3(t, z)$: 電界

$D_3(t, z)$: 電気変位 $\left(\frac{\partial D_3}{\partial z} = 0 \right)$

c_{33}^E : 電極短絡時の縦弾性係数

c_{33}^E : 圧電応力定数

ϵ_{33}^S : 素子変位拘束時の誘電率

下部添字

3: z 方向

また、 $V(t)$ を素子両端に与える電位差とすると、

$$V(t) = \int_0^l E_3(t, z) dz \dots\dots\dots (2)$$

である。

なお、上記諸変数および定数の添字 3 は、以下の式展開においては省略する。

ところで、圧電素子にはひずみに比例する内部減衰(粘弾性的損失)が存在する。そこで、内部減衰を考慮した場合の圧電方程式は、内部減衰係数を γ として式(1)において S を $\{1 + \gamma(\partial/\partial t)\}S$ と置き換えたものになる⁽⁷⁾。このことから次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} T &= c^E \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial u}{\partial z} - c^E E \\ \frac{\partial E}{\partial z} &= - \frac{c}{\epsilon^S} \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 z 断面での微小部分の力の釣合いについて重力を考慮すると、圧電素子の運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial z} = \nu^2 \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \dots\dots (4)$$

ここで、 g は重力加速度、 $\nu^2 = c^D/\rho$ である。 c^D は電極解放時の縦弾性係数であり、 $c^D = c^E + (c^2/\epsilon^S)$ である。また、図1より明らかなように、圧電素子上端面においては質量 m_1 に作用する力の釣合いから、一方、下端面においては圧電素子が固定されていることから境界条件が求まり、

$$\left. \begin{aligned} AT(t, l) &= -m_1 \left[\frac{\partial^2 u(t, l)}{\partial t^2} + g \right] \\ u(t, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。

まず、重力の影響について考える。電氣的負荷がない場合の平衡状態を $u_0(z)$ とすると、式(2)~(5)より、

$$\begin{aligned} u_0(z) &= \frac{m_p g}{2c^D A l} z^2 \\ &\quad - \frac{1}{2c^E A} \left[2m_1 g + \left(1 + \frac{c^E}{c^D} \right) m_p g \right] z \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここで、 $u_0(l)$ は上部質量 m_1 および自重による素子の初期縮みに相当する。そこで、

$$u(t, z) = u_1(t, z) + u_0(z) \dots\dots\dots (7)$$

とおくと、 $u_1(t, z)$ に関して、運動方程式は

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \nu^2 \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \quad (t \geq 0, 0 \leq z \leq l) \dots\dots\dots (8)$$

境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{l} V(t) &= \left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \left\{ \frac{m_1 \nu^2}{A} \frac{\partial^2 u_1(t, l)}{\partial z^2} \right. \\ &\quad \left. + c^D \frac{\partial u_1(t, l)}{\partial z} - \frac{c^2}{l \epsilon^S} [u_1(t, l) - u_1(t, 0)] \right\} \\ u_1(t, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

となる。また、初期条件は、

$$u_1(0, z) = 0, \quad \frac{\partial u_1(0, z)}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

とする。

ここで、入力電圧 $V(t) = 0$ のとき、 $u_1(t, z) = 0$ となるのは明らかであるから、以下、 $V(t) \neq 0$ の場合について解く。 $u_1(t, z)$ について変数分離法を用いて、

$$u_1(t, z) = H(t) \cdot Y(z) \dots\dots\dots (11)$$

とおくと式(8)より、

$$\frac{d^2 H(t)}{dt^2} Y(z) = \nu^2 \left[H(t) + \gamma \frac{dH(t)}{dt} \right] \frac{d^2 Y(z)}{dz^2} \dots\dots\dots (12)$$

なる関係を得る。そこで、

$$\frac{\frac{d^2 H(t)}{dt^2}}{H(t) + \gamma \frac{dH(t)}{dt}} = \frac{\nu^2 \frac{d^2 Y(z)}{dz^2}}{Y(z)} = -\omega^2 \dots\dots (13)$$

とおけば、規準関数 $Y(z)$ についての微分方程式および $Y(z)$ の満たすべき条件は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 Y(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{\nu^2} Y(z) &= 0 \\ Y(0) &= 0 \\ c^D \frac{dY(l)}{dz} - \left[\frac{e^2}{l\epsilon^S} + \frac{m_1 \omega^2}{A} \right] Y(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

と表される。式(14)より、 $Y(z) = B \sin(\omega/\nu)z$ となる。ここで B は未定定数であるが $B=1$ においても一般性は失われない。

$$Y(z) = \sin \frac{\omega}{\nu} z \dots\dots\dots (15)$$

とする。また、振動数方程式は、

$$\tan \frac{\omega l}{\nu} = \frac{c^D \frac{\omega}{\nu}}{\frac{e^2}{l\epsilon^S} + \frac{m_1 \omega^2}{A}} = - \frac{\frac{\omega l}{\nu}}{1 - \frac{c^E}{c^D} + \frac{m_1}{m_p} \left(\frac{\omega l}{\nu} \right)^2} \dots\dots\dots (16)$$

で表される。式(16)を満たす ω は無限個存在し、 i 次の固有角振動数 ω_i に対応する規準関数を $Y_i(z)$ 、時間関数を $H_i(t)$ とすれば、 $u_1(t, z)$ はこの二つの関数の積 $H_i(t) Y_i(z)$ の重ね合せで表され、

$$u_1(t, z) = \sum_{i=1}^{\infty} H_i(t) Y_i(z) \dots\dots\dots (17)$$

となる。また、規準関数の直交性は、

$$\int_0^l Y_i(z) Y_j(z) dz + \frac{m_1 l}{m_p} Y_i(l) Y_j(l) = \delta_{ij} k_i \quad (i, j \geq 1) \dots\dots\dots (18)$$

で表される。ただし、 δ_{ij} はクロネッカのデルタである。また、時間関数 $H_i(t)$ については、式(13)から、

$$\frac{d^2 H_i(t)}{dt^2} + \gamma \omega_i^2 \frac{dH_i(t)}{dt} + \omega_i^2 H_i(t) = 0 \dots\dots (19)$$

が導けて、

$$H_i(t) = a_i e^{s_{i1} t} + b_i e^{s_{i2} t} \dots\dots\dots (20)$$

と表せる。ここで、 a_i, b_i は定数、 s_{i1}, s_{i2} は、 $s^2 + \gamma \omega_i^2 s + \omega_i^2 = 0$ の解であり、

$$s_{i1}, s_{i2} = \frac{-\gamma \omega_i^2 \pm \omega_i \sqrt{\gamma^2 \omega_i^2 - 4}}{2} \dots\dots\dots (21)$$

と与えられる。そして、

$\gamma^2 \omega_i^2 - 4 \geq 0$ のとき s_{i1}, s_{i2} は負根

$\gamma^2 \omega_i^2 - 4 < 0$ のとき s_{i1}, s_{i2} は実部が負の共役複素根となる。

ところで、この系においては境界条件の式(9)が入力電圧 $V(t)$ を含むので、 $V(t)$ の変化に伴って境界条件も逐一変化する。そこで、デュアメルの方法を用いて解を求める⁽⁸⁾。

$$\left(1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[\frac{m_1 \nu^2}{A} \frac{\partial^2 U(t-\tau, l)}{\partial z^2} + c^D \frac{\partial U(t-\tau, l)}{\partial z} - \frac{e^2}{l\epsilon^S} U(t-\tau, l) \right] = \begin{cases} 0 & (t < \tau) \\ 1 & (t > \tau) \end{cases} \dots\dots\dots (22)$$

なる境界条件を満たす解を $U(t-\tau, z)$ とすると、 $t=\tau$ と $t=\tau+\Delta\tau$ の間だけ境界値 1 になる解は、

$$U(t-\tau, z) - U(t-\tau-\Delta\tau, z) = \frac{\partial U(t-\tau, z)}{\partial t} \Delta\tau \quad (\Delta\tau \rightarrow 0) \dots\dots\dots (23)$$

である。よって境界条件の式(9)を満たす解 $u_1(t, z)$ は、

$$u_1(t, z) = \int_0^t d\tau \frac{\partial U(t-\tau, z)}{\partial t} \left[\frac{e}{l} V(\tau) \right] = \frac{e}{l} \int_0^t \frac{\partial U(t-\tau, z)}{\partial t} V(\tau) d\tau \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる。ところで、 $U(t, z)$ を式(17)のように $H_i(t) Y_i(z)$ の重ね合せで表しただけでは、境界条件の式(22)の左辺は常に零になり、 $t > \tau$ 以降の境界条件を満たすことができない。そこで、境界条件の式(22)を満たす式(8)の解 $(1/c^E)z$ を新たに $U(t-\tau, z)$ に加え、

$$U(t-\tau, z) = \sum_{i=1}^{\infty} H_i(t-\tau) Y_i(z) + \frac{1}{c^E} z = \sum_{i=1}^{\infty} [a_i e^{s_{i1}(t-\tau)} + b_i e^{s_{i2}(t-\tau)}] \sin \frac{\omega_i}{\nu} z + \frac{1}{c^E} z \quad (t > \tau) \dots\dots\dots (25)$$

とおく。これは式(8)、(22)を満たしている。よって初期条件(10)を満たすように a_i, b_i を定めると、直交性の式(18)を用いて、

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{s_{i2}}{\rho \omega_i^2 (s_{i1} - s_{i2}) k_i} \sin \frac{\omega_i}{\nu} l \\ b_i &= - \frac{s_{i1}}{\rho \omega_i^2 (s_{i1} - s_{i2}) k_i} \sin \frac{\omega_i}{\nu} l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

と求められる。したがって、過渡応答の解は式(24)より、

$$\begin{aligned} u_1(t, z) &= \frac{e}{l} \int_0^t \sum_{i=1}^{\infty} [a_i s_{i1} e^{s_{i1}(t-\tau)} + b_i s_{i2} e^{s_{i2}(t-\tau)}] \sin \frac{\omega_i}{\nu} z V(\tau) d\tau \\ &= \frac{e}{\rho l} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\omega_i}{\nu} l \cdot \sin \frac{\omega_i}{\nu} z}{k_i} \int_0^t \frac{e^{s_{i1}(t-\tau)} - e^{s_{i2}(t-\tau)}}{(s_{i1} - s_{i2})} V(\tau) d\tau \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

となる。

ここで、本論文における実験システムでは、3・1節に示すように、圧電素子への入力電圧指令値に対して実際に圧電素子にかかる電圧はRC回路と同じ一次遅れ系で表される。また、積層形圧電素子の積層数を n とするとその電気的構造は n 個のコンデンサの並列回路と同等であるから、印加電圧指令値をステップ入力 V_0 とすると、実際に圧電素子にかかる電圧 $V(t)$ は、一次遅れ系の時定数を T_c として、

$$V(t) = n V_0 (1 - e^{-t/T_c}) \dots\dots\dots (28)$$

となる。よって式(27)は、

$$u_1(t, z) = \frac{en V_0}{\rho l} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\omega_i}{\nu} l \cdot \sin \frac{\omega_i}{\nu} z}{k_i} \left[\frac{s_{i1}(1 - e^{s_{i2}t}) - s_{i2}(1 - e^{s_{i1}t})}{s_{i1}s_{i2}(s_{i1} - s_{i2})} - \frac{(s_{i1} + 1/T_c)(e^{-t/T_c} - e^{s_{i2}t}) - (s_{i2} + 1/T_c)(e^{-t/T_c} - e^{s_{i1}t})}{(s_{i1} + 1/T_c)(s_{i2} + 1/T_c)(s_{i1} - s_{i2})} \right] \dots\dots\dots (29)$$

となる。圧電素子全体の伸び量を $\delta_1(t)$ とすると、

$$\delta_1(t) = u_1(t, l) - u_1(t, 0) = u_1(t, l) \dots\dots\dots (30)$$

となる。

次に式(29)、(30)は複雑かつ無限級数形で表されているので、近似式を考える。一般に、積層形圧電素子の共振周波数は高く、3章の実験で用いた積層形圧電素子の自己共振周波数も75 kHz程度(公称値)である。そこで、今、次の条件式が成立すると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \gamma^2 \omega_i^2 &\gg 4 \\ \gamma \omega_i^2 &\gg \frac{1}{T_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

このとき、式(21)より、 s_{i1}, s_{i2} は、

$$\left. \begin{aligned} s_{i1} &= \frac{-\gamma \omega_i^2 + \omega_i \sqrt{\gamma^2 \omega_i^2 - 4}}{2} = \frac{-2\omega_i}{\gamma \omega_i + \sqrt{\gamma^2 \omega_i^2 - 4}} \approx -\frac{1}{\gamma} \\ s_{i2} &= \frac{-\gamma \omega_i^2 - \omega_i \sqrt{\gamma^2 \omega_i^2 - 4}}{2} \approx -\gamma \omega_i^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)'$$

と近似できる。よって、

$$\begin{aligned} &\frac{1}{(s_{i1} - s_{i2})} \left[\frac{s_{i1}(1 - e^{s_{i2}t}) - s_{i2}(1 - e^{s_{i1}t})}{s_{i1}s_{i2}} - \frac{(s_{i1} + 1/T_c)(e^{-t/T_c} - e^{s_{i2}t}) - (s_{i2} + 1/T_c)(e^{-t/T_c} - e^{s_{i1}t})}{(s_{i1} + 1/T_c)(s_{i2} + 1/T_c)} \right] \\ &\approx \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{\gamma(1 - e^{-t/\gamma}) - T_c(1 - e^{-t/T_c})}{\gamma - T_c} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

となる。また、式(25)と初期条件の式(10)より、

$$\sum_{i=1}^{\infty} [a_i + b_i] \sin \frac{\omega_i}{\nu} z + \frac{1}{c^E} z = 0 \dots\dots\dots (33)$$

ここで式(26)より、

$$a_i + b_i = -\frac{\sin \frac{\omega_i}{\nu} l}{\rho \omega_i^2 k_i} \dots\dots\dots (34)$$

であるから、これを式(33)に代入すると、

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\omega_i}{\nu} l \cdot \sin \frac{\omega_i}{\nu} z}{\omega_i^2 k_i} = \frac{\rho}{c^E} z \dots\dots\dots (35)$$

なる関係式が導ける。ゆえに、式(32)、(35)より、式(29)の近似式は、

$$\begin{aligned} u_1(t, z) &\approx \frac{en V_0}{\rho l} \cdot \frac{\gamma(1 - e^{-t/\gamma}) - T_c(1 - e^{-t/T_c})}{\gamma - T_c} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\omega_i}{\nu} l \cdot \sin \frac{\omega_i}{\nu} z}{k_i \omega_i^2} \\ &= \frac{en V_0 z}{c^E l} \cdot \frac{\gamma(1 - e^{-t/\gamma}) - T_c(1 - e^{-t/T_c})}{\gamma - T_c} \dots\dots\dots (29)' \end{aligned}$$

となる。

さらに、式(30)の近似式は、

Table 1 Specification of coefficients

Parameter	Symbol	Value
Size	$a \times b \times l$ ($A = a \times b$)	$5 \times 5.1 \times 18.00$ (mm)
Displacement	δ	$15.0 \pm 10\%$ ($\mu\text{m}/100\text{V}$)
Capacitance	C_0	$1600 \pm 20\%$ (nF)
Relative dielectric constant	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$ ($\epsilon_{33}^T = \epsilon_{33}^S + c_{33}^E d_{33}^2$)	5440
Young's modulus	$Y_{33}^E (= c_{33}^E)$	5.5×10^{10} (N/m)
Piezoelectric strain constant	d_{33} ($= e_{33} / c_{33}^E$)	635×10^{-12} (m/V)
Number of layers	n	144
Density	ρ	8.0×10^3 (kg/m ³)
Outputting force	F	$87.0 \pm 20\%$ (kg/100V)
Resonance frequency	f_r	$75 \pm 20\%$ (kHz)

Fig. 2 Experimental system

$$\delta_i(t) = u_i(t, l) \approx \frac{enV_0}{c^E} \times \frac{\gamma(1 - e^{-\gamma t}) - T_c(1 - e^{-t/T_c})}{\gamma - T_c} \quad (30)$$

となる。これにより、圧電素子の応答に対する簡潔な近似式が得られる。

3. 実験

3.1 実験装置 積層形圧電素子には TOKIN 製 NLA 5×5×18 を用いた。表 1 にその公称値を示す。

Fig. 3 Estimation of material damping coefficient γ

次に実験装置の概略を図 2 に示す。パーソナルコンピュータから D/A ボードを介して圧電素子駆動用電源を制御し、圧電素子にステップ状電圧を印加する。なお、駆動用電源と素子の間には過電流防止用に抵抗 R_1 を挿入している。このため、抵抗 R_1 と圧電素子の静電容量 C_0 により、実際に圧電素子にかかる電圧は、時定数 $T_c = R_1 \times C_0$ の RC 回路と同じ一次遅れ系となる。また、素子にかかる電圧と素子上端の変位を A/D ボードを介してパーソナルコンピュータに取込む。素子の変位計測には渦電流式変位計を用いている。なお、素子上端質量 $m_1 = 1.6 \text{ g}$ とする。

3.2 係数の調整 圧電素子に関する諸係数の公称値の中には、単位電界に対する値であるものが含まれている。後述の圧電素子の静的な変位の式 (36) にそれらの係数をそのまま用いた場合、駆動電圧の上昇につれて圧電性の電界に対する非線形性から、計算値と実際の変位との差が目立つようになってくる。例えば、公称値の圧電定数を用いて式 (36) から変位を計算すると 100 V で変位 $9 \mu\text{m}$ 程度という結果になるが、実際に実験用圧電素子に 100 V の電圧をかけると約 $15 \mu\text{m}$ (公称値) の変位が得られる。そこで、高電界駆動時の数値計算においては、計算値が実際の変位に合うように、圧電応力定数と縦弾性係数の調整を行った。係数調整には、表 1 の単位電界での公称値の圧電応力定数と縦弾性係数を使って計算した 100 V 駆動時の変位および発生力の計算値と、表 1 に示した変位および発生力の公称値との比を利用し、圧電応力定数 e は発生力比、縦弾性係数 c^E は発生力比と変位の比をとって、それぞれ調整を行った。なお、発生力と諸係数の関係は以下のようにになっている。

Fig. 4 Comparison of step response
(variation of inputted voltage V_0)

Fig. 5 Comparison of step response
(variation of time constant T_c)

無負荷の圧電素子に一定電圧 V_0 をかけて十分時間がたったときの圧電素子の伸び量を δ_1 とすると、

$$\delta_1 = \frac{c}{\epsilon} n V_0 \quad \dots\dots\dots (36)$$

である。一方、初期縮みの式(6)において負荷質量 m_l に代わって素子上端に力 F を作用させたときの圧電素子の縮み量を δ_2 とすると、

$$\delta_2 = u_0(0, l) = -\frac{Fl}{\epsilon^E A} - \frac{m_l g l}{2\epsilon^E A} \quad \dots\dots\dots (37)$$

となる。通常、圧電素子の自重による縮みは無視できるほど小さいので、式(37)の右辺第2項を省略すると、素子上端に力 F を作用させた一定電圧負荷時の素子の伸び δ は、

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{1}{\epsilon^E} \left(cn V_0 - \frac{Fl}{A} \right) \quad \dots\dots\dots (38)$$

と表される。圧電素子の発生力は $\delta = 0$ になるときの

F で与えられ、

$$F = A e^{-\frac{n V_0}{l}} \quad \dots\dots\dots (39)$$

となる。

3.3 実験結果 まず、内部減衰係数 γ の同定を行った。図3に、抵抗 $R_l = 190 \Omega$ 、印加電圧 $V_0 = 100 \text{ V}$ 時のステップ応答の実験値と γ をパラメータとする計算値とを示す。この結果から $\gamma = 3.3 \times 10^{-4}$ とし、以下の計算においてはこの値を用いることにする。なお、 ω の最小値 ω_1 は約 1.4×10^5 であり、式(31)の仮定が成立する。図3における計算値は、式(30)において第50項まで計算した値であるが、近似式(30)'の値は、ほとんどこれに一致する。

次に、印加電圧の違いによるステップ応答波形の変化について、実験値と計算値とを比較した結果を図4に示す。抵抗 $R_l = 190 \Omega$ で、印加電圧 V_0 が 100, 50, 10 V の三種についての結果である。それぞれ実験値は10回の試行の平均値をプロットした。また、実験に使用した圧電素子では 100 V 印加時で $14 \mu\text{m}$ の変位が実際に得られたので、高電圧印加時(100 V, 50 V)の計算値においては、これをもとに3.2節で示した係数調整を行っている。図4より、印加電圧の値によらず、ステップ応答波形が実験値と計算値とでよく一致していることがわかる。

次に、抵抗 R_l の値を変えることにより、時定数 T_c の異なる場合についての実験値と計算値の比較を図5に示す。どちらも印加電圧 $V_0 = 100 \text{ V}$ 、抵抗 R_l は 190Ω , 335Ω の二種で、それぞれ時定数 T_c は 3.04×10^{-4} , 5.36×10^{-4} となる。電圧印加直後の急な立ち上がりから定常値に近づき変位変化率がゆるやかになる部分で、実験値よりも計算値のほうがやや大きめの値となっており、時定数が高くなるとその差が強調される傾向にあることがわかるが、ステップ応答波形全体としてみれば計算値と実験値とでおおむねよく一致している。

以上の実験から、内部減衰係数 γ を同定すれば、印加電圧や駆動系の時定数の変化によらず圧電素子のステップ応答波形を数値計算より求められることが確かめられた。

4. 結 言

積層形圧電素子の過渡応答について検討を行い、以下の結果を得た。

(1) 圧電素子の内部減衰(粘弾性的損失)を考慮した運動方程式を導き、変数分離法およびデュアメルの方法を適用して解析解を求めた。

(2) さらに、圧電素子の変位と内部減衰係数 γ との関係より明確に表した簡潔な近似解を求め、(1) で求めた厳密解にほとんど一致することを確認した。

(3) 圧電素子の印加電圧を変えた場合と時定数を変えた場合についての実験を行い、内部減衰係数を同定することにより、素子のステップ応答波形が実験値と計算値とでよく一致することを示した。

(4) 高電圧印加時においても、圧電応力係数、縦弾性係数の簡単な係数調整で理論式がそのまま適用できることを示した。

文 献

- (1) 樋口俊郎・ほか2名, 圧電素子の急速変形を利用した超精

密位置決め機構, 精密工学会誌, **54** 11(1988), 2107-2112.

- (2) 尾上守夫・ほか3名, 電気電子のための固体振動論の基礎, (1982), 117-211, オーム社.
- (3) 江鐘偉・ほか3名, 非線形圧電アクチュエータの線形駆動, 機論, **60** 580, C(1994), 189-196.
- (4) 三沢源人・ほか2名, 駆動用圧電素子の開ループ精密制御, 計測自動制御学会論文集, **31** 2(1995), 269-270.
- (5) 塚田光芳・ほか1名, 積層型圧電素子の縦振動, 機論, **58** 556, C(1992), 63-68.
- (6) 小木曾敏夫・ほか2名, 斜交型圧電モータステータの動力学モデル, 日本ロボット学会誌, **10** 3(1992), 367-377.
- (7) 小川智哉・結晶物理学, (1976), 105-127, 裳華房.
- (8) 田辺行人・中村宏樹, 偏微分方程式と境界値問題, (1981), 129-134, 東京大学出版会.