円弧補間の最適化による平面曲線輪郭補間データの減少効果*

丘

華^{*1}Reducing Effect on Amount of Interpolation Data for Curve Contour
Using Optimum Circular Interpolation

Hua QIU

We compared the results of the optimum circular interpolation with those of the clothoid interpolation and the automatical circular interpolation function in the Maple NC automatic programming system, for three types of contour: an ellipse, an involute and a parallel index cam profile. The amount of interpolation data obtained by the optimum circular interpolation is less than that obtained by the Maple system. In particular, the reducing effect becomes obvious for a contour curve with a steep change in radius of curvature. Although the optimum circular interpolation is slightly more disadvantageous than the clothoid interpolation in terms of the amount of interpolation data, it is very practical and useful because the interpolation data can be directly applied in a general NC machine tool and the interpolation data for any offset curve can be direct obtained from those for the original curve.

Key Words: CAD/CAM, NC Contour Manufacturing, Tool Path Generation, Circular Interpolation, Biarc Interpolation, Clothoid Interpolation, NC Automatical Programming System, Parallel Index Cam

1. 緒 言

マシニングセンタなどを使用して平面カムのような曲線輪郭を精密に加工する場合、工具経路を生成するにはNC工作機械の直線補間または円弧補間機能を利用するのが一般的であるが、高い補間精度を要求するとき、補間データの量が非常に多くなることがある。そのため、最近では、Bスプライン関数^{(1)・(2)}やクロソイド曲線^{(3)・(4)}などを用いる工具経路の補間方法が研究されている。しかし、これらの方法は補間データの量を減少することができるが、補間データを生成するために特別な関数発生装置が必要である。また、補間輪郭のオフセット曲線(例えば、使用工具の径を変える場合や最終仕上げより先に行った加工における工具経路生成の場合など)について、工具経路を別々に補間計算する必要がある。

そこで、著者らは、指定した補間精度を保証するとともに補間円弧の数が最も少なく、NC工作機械の円弧補間機能をそのまま利用可能で、補間精度を変えずに輪郭曲線の補間データを簡単にそのオフセット曲線

の補間データに変換することができる最適円弧補間法を提案した⁽⁵⁾。しかし、実用上重要な補間データの減少効果については検討していない。したがって、本報告では、楕円輪郭、インボリュート輪郭及びパラレルインデックスカム輪郭を例として取り上げ、最適円弧補間法による補間結果をクロソイド曲線補間法及び市販されているMAPLE NC自動プログラミングシステム(以下Mシステムと略す)による補間結果と比較検討することによって、円弧補間の最適化による補間データ減少の効果を明らかにする。また、Mシステムの自動円弧補間機能の問題点についても検討を加える。

2. 補間円弧データの生成

2.1 最適円弧補間法の場合 与えられた輪郭曲線について、円弧補間データは次のプロセスによって生成する。

(1) オフセット曲線法⁽⁶⁾を用いて、曲率半径の値を数値的に調べ、輪郭曲線曲率半径の単調区間を定める。輪郭曲線が複数の関数によって定義される場合、プログラムの定式化を簡単にするために、定義関数ごとに曲率半径の単調区間を決める。

(2) 最適円弧補間法⁽⁵⁾を用いて、指定した補間精度

* 原稿受付 1996年1月16日。

*1 正員、九州産業大学工学部(〒813 福岡市東区松香台2-3-1)。

を保証しながら円弧の数を最小にするように、曲率半径の単調区間ごとに補間円弧のパラメータを求める。

上記のプロセスはすでにプログラム化されている。したがって、カム機構設計用などのCADシステムにこのプログラムを組み込めば、輪郭形状データは補間円弧データとして得られる。これによって、輪郭形状データが少なくなるだけでなく、輪郭加工用NCプログラムの製作も簡単となる。

2.2 Mシステムの場合 Mシステムは、楕円やインボリュートのような比較的簡単な曲線について自動円弧補間の機能を備えているが⁽⁷⁾、この機能に補間精度を直接指定することはできない。そのかわりに、補間粗さと呼ばれるパラメータの値を小さく指定することにより、補間円弧の数を増やし、補間誤差を制限する。ただし、補間粗さの値と補間誤差との関係は明らかにされていない。また、補間円弧のパラメータを曲線長さ等分割方式の双円弧補間法⁽⁸⁾によって決める。そのため、本報告では、指定した補間精度について、種々の補間粗さの値を与え、Mシステムによる補間円弧のパラメータを用いて補間誤差を計算する。その結果の中で、指定した補間精度を満足し、かつ補間円弧の数が最も少ないデータをMシステムの補間データとして取り扱う。

3. 平面曲線輪郭の補間結果及びその検討

3.1 楕円輪郭の場合 次式によって定義した楕円輪郭について、最適円弧補間法、Mシステム及びクロソイド曲線補間法による補間結果⁽³⁾を表1に示す。

$$\begin{cases} X=50\cos\theta & (\text{mm}) \\ Y=30\sin\theta & (\text{mm}) \\ 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases}$$

最適円弧補間法の結果をクロソイド曲線補間法の結果と比較すると、前者の曲線分割数（補間円弧または補間クロソイド曲線の個数）は後者の1.75～2.3倍になる。ただし、円弧補間は1円弧当たり3データ（円弧の半径と中心座標）に対して、クロソイド曲線補間は1クロソイド曲線当たり4データ（クロソイド曲線を表すパラメータの個数）であるので^{*2}、両者のデータ量の比は約1.3～1.7倍となる。

最適円弧補間法の結果をMシステムの結果と比較すると、前者の曲線分割数は後者の7/12～2/3に少なくなる。図1は指定補間精度 $2\mu\text{m}$ の場合に両者の補間誤差を示す。図において、×マークは補間円弧の端点を示し、補間誤差は輪郭曲線の法線方向で定義され、正誤差の場合補間円弧上の点に対応する楕円上の点の外

*2 データ量の比較法は文献(3)、(4)の方法を採用した。

Table 1 Interpolation results of ellipse contour

Specified interpolation accuracy (μm)	No. of divisions/Interpolation error (μm)		
	I	II	III
100	4/53.0	6/99.8	2/57.6
40	5/24.2	8/39.0	
20	6/13.0	10/19.6	3/14.0
10	7/7.80	12/9.59	4/7.0
4	9/3.43	14/4.00	
2	11/1.80	18/1.94	6/1.5
1	14/0.84	22/0.90	
0.4	18/0.38		
0.2	23/0.18	38/0.19	10/0.2

I: By optimum circular interpolation;

II: By Maple system;

III: By clothoid interpolation.

Fig.1 Interpolation error of ellipse contour with a specified accuracy $2\mu\text{m}$

側（原点までの距離は円弧上の点の方が大きい）に、負誤差の場合は内側にあることを意味する。この図から、最適円弧補間法の場合各補間円弧の補間誤差が均一であるのに対して、Mシステムの場合はバラツキが現れることがわかる。

3.2 インボリュート輪郭の場合 次式によって定義したインボリュート曲線輪郭について、最適円弧補間法、Mシステム及びクロソイド曲線補間法による補間結果⁽³⁾を表2に示す。

$$\begin{cases} X=20(\cos\theta + \theta\sin\theta) & (\text{mm}) \\ Y=20(\sin\theta - \theta\cos\theta) & (\text{mm}) \\ 0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ \end{cases}$$

最適円弧補間法の結果をクロソイド曲線補間法の結果と比較すると、前者の曲線分割数は後者の約1.3～2.1倍になり、データ量の比は1～1.6倍になる。

最適円弧補間法の結果をMシステムの結果と比較すると、前者の曲線分割数は後者の約1/34～1/4に少なくなる。図2は指定補間精度 $4\mu\text{m}$ の場合に両者の補間誤差を示す。この図からわかるように、最適円弧補間

Table 2 Interpolation results of involute contour

Specified interpolation accuracy (μm)	No. of divisions / Interpolation error (μm)		
	I	II	III
100	4/77.3	16/99.9	3/50.0
40	5/35.4	28/38.6	
20	6/19.0	44/19.0	4/17.0
10	8/7.36	68/9.93	5/6.5
4	10/3.58	122/3.90	6/3.5
2	13/1.56	200/1.95	
1	15/0.99	326/0.92	10/0.5
0.4	21/0.35		
0.2	26/0.18	878/0.20	
0.1	32/0.10		15/0.1

I : By optimum circular interpolation;
 II : By Maple system;
 III : By clothoid interpolation.

Fig. 2 Interpolation error of involute contour with a specified accuracy $4 \mu\text{m}$

法の場合、各補間円弧に対するインボリュート曲線の伸開角 θ の範囲がほぼ等分割で補間誤差も均一であるのに対して、Mシステムの場合は、 θ の増加につれてその範囲が狭くなり補間誤差が小さくなる。Mシステムでは、補間曲線の長さを等分割することによって偶数番目の分割点の位置を決め、それらの間に双円弧補間法によって2個ずつ補間円弧のパラメータを決める。したがって、 θ の小さい部分において1個の補間円弧に対するインボリュート曲線の曲率半径の変化が大きく、それに対応する補間誤差は θ の大きい部分の補間誤差より大きくなる。その結果、Mシステムの補間誤差がほとんど1番目補間円弧の補間誤差によって決まってしまう、補間円弧の数を多くしても補間誤差を減少させる効果は少ない。図3は図2の例における各補間円弧に対するインボリュート曲線の長さを示す。この図から、最適円弧補間法の場合、両端の補間円弧以外に各補間円弧に対するインボリュート曲線の長さは伸開角 θ の増加（補間円弧番号の増加）につれてほぼ直線的に増加することがわかる。

Fig. 3 Length of contour curve corresponding to one interpolation circular arc

以上の結果と前節の結果を併せて考えると、Mシステムに使用する曲線長さ等分割方式の双円弧補間法は、曲率半径の変化が緩やかな輪郭曲線に対して得られる補間誤差の形が比較的均一であり、補間データも比較的少ないが、曲率半径の変化が激しい輪郭曲線に対して得られる補間誤差に局部的に誤差値が大きい部分が存在するので、その値を抑えて要求される高い補間精度を保証する場合、補間データは非常に多くなる可能性があることがわかる。

3.3 パラレルインデックスカム輪郭の場合 図4に示すパラレルインデックスカム（以下単にカムと略す）のエンドミルによる輪郭加工の工具経路生成について最適円弧補間法を適用する。カムの諸元を表3に示す⁽⁴⁾。カムの輪郭曲線とエンドミル中心の経路はともにカムピッチ線（カムに固定した座標系 $o-x-y$ におけるローラ中心の軌跡）のオフセット曲線となるので⁽⁶⁾、カムピッチ線について得られた補間円弧の半径にオフセット距離さえ補正すれば、カム輪郭または工具経路に対する補間円弧のパラメータが得られる。この場合、補間誤差の値もまったく同じである⁽⁵⁾。したがって、本報告では、カムピッチ線について最適円弧補間法を適用する。なお、カムピッチ線の計算はオ

Fig. 4 Parallel index cam profile

Table 3 Specification of parallel index cam

Specification	Data of cam in example
Roller multiple number	4
Number of stops	2
Roller pitch radius	40.0 mm
Center distance	100.0 mm
Follower roller diameter	26.0 mm
Index angle	180°
Cam curve	Modified constant velocity
Radius of arc A	78.766 mm
Radius of arc B	82.629 mm

Table 4 Interpolation results of parallel index cam profile

Specified interpolation accuracy (μm)	No. of divisions	
	Interpolation error (μm)	
	I	III
50	48/46.4	—
40	50/31.8	—
20	55/19.3	—
10	58/9.15	22/10.0
4	67/3.93	—
2	82/1.59	—
1	92/0.97	38/1.0
0.5	113/0.48	48/0.49
0.2	140/0.20	—
0.1	171/0.10	66/0.1

I: By optimum circular interpolation;
 III: By clothoid interpolation.

フセット曲線法⁽⁶⁾を用いる。

最適円弧補間法及びクロソイド曲線補間法による補間結果⁽⁴⁾を表4に示す。両者を比較すると、前者の曲線分割数は後者の約2.4～2.6倍になり、データ量は約1.8～2.0倍になる。楕円輪郭とインポリュート輪郭の場合に比べて、カムの方はこの倍率が若干高くなる。これは、円弧部を除いてカムピッチ線（カム輪郭と工具経路も同じ）の曲率半径の単調区間の数が多い（23個）からである。最適円弧補間法では、単調区間の連結点で前後の補間円弧を連続させるために1つの単調区間に少なくとも2個の補間円弧が必要である⁽⁵⁾。

4. 結 言

(1) 本報告で取り上げた楕円とインポリュート曲線輪郭の例について、最適円弧補間法による補間結果とMシステムの自動円弧補間機能による補間結果とを同

じ補間精度を保証する条件のもとで比較した。その結果によれば、前者による補間円弧の数は後者のそれよりかなり小さい。場合によっては数十分の一になることもある。なお、輪郭曲線の曲率半径の変化が激しいほど、要求される補間精度が高いほど、円弧補間の最適化による補間データ減少の効果は大きい。

(2) Mシステムの自動円弧補間に使用する曲線長さ等分割方式の双円弧補間法は、曲率半径の変化が緩やかな輪郭曲線では補間データが比較的少ないが、曲率半径の変化が激しい輪郭曲線では局部的に大きな補間誤差が現れるため、高い補間精度が要求される場合には補間データが非常に多くなる可能性がある。また、その補間データによる補間誤差の値を知るためには別途計算する必要がある。

(3) 本報告で取り上げた曲線輪郭の場合、最適円弧補間法では、クロソイド曲線補間法に比べて曲線分割数と補間データ量が多少多くなるが、NC工作機械の円弧補間機能をそのまま利用でき、輪郭曲線の補間データから直接そのオフセット曲線の補間データを得ることができるなどの利点がある。したがって、最適円弧補間法は平面曲線輪郭の精密NC加工における工具経路補間法として十分実用性を持っているといえる。また、CADシステムにこの方法を利用すれば、設計段階で補間円弧データとして輪郭形状データを得ることができる。

最後に、クロソイド曲線補間法による補間結果及びパラレルインデックスカムの形状について御教示していただいた山梨大学工学部牧野洋教授、同大学院邢英杰氏に心から謝意を表します。

文 献

- (1) S. Bedi, I. Ali and N. Quan, Advanced Interpolation Techniques for N.C. Machines, Trans. ASME, J. Eng. Ind., 115, (1993), 329-336.
- (2) 鈴木裕・他3名, 金型型面実時間加工システムの開発, 機論, 60-577, C(1994), 2900-2905.
- (3) 邢英杰・牧野洋・他1名, クロソイド曲線を用いた平面曲線の記録と加工に関する研究(第1報, クロソイド補間による楕円とインポリュート曲線の近似誤差), 精密工学会誌, 61-8, (1995), 1092-1096.
- (4) 邢英杰・牧野洋・他2名, クロソイド曲線を用いた平面曲線の記録と加工に関する研究(第2報, クロソイド補間によるカム輪郭の記録), 精密工学会誌, 61-10, (1995), 1475-1479.
- (5) 丘華・他2名, 平面曲線輪郭の精密NC加工のための最適円弧補間法, 機論, 62-593, C(1996), 338-345.
- (6) 丘華・他5名, オフセット曲線による平面カムの輪郭・加工・誤差影響解析, 機論, 57-541, C(1991), 2978-2984.
- (7) BOLC ELECTRONICS CO. LTD., MAPLE NC自動プログラミングシステムランゲージリファレンスマニュアル, 第7版, ヨシカワメイプル(株), (1993), 75-78.
- (8) K. M. Bolton, Biarc Curves, Comput. Aided Des., 7-2, (1975), 89-92.