エレベータにおける可変パラメータ振動*

中尾成行*¹, 真鍋敬治*², 高野政晴*³

Parametric Vibration of Elevator

Shigeyuki NAKAO, Keiji MANABE and Masaharu TAKANO

This paper deals with parametric vibration of an elevator caused by variable stiffness of the guide rail. The guide rail is lined with rail brackets which are arranged at equal intervals. The rail is stiff on the brackets, but soft between the brackets. That is to say, the elevator cab vibrates because the stiffness of the rail varies periodically. The elevator cab vibrates in the transverse and rotational directions. We calculated the stable and unstable regions of this two-dimensional vibration, and confirmed the results by experiment. The elevator cab vibrates with large amplitude when the frequency of stiffness variation of the rail is twice the natural frequency of the elevator cab. The softer the rail is, the more the cab vibrates. If the stiffness of the rail is at least three times as high as the stiffness of the guide roller, the elevator cab will hardly vibrate. We also examine the effect of damper. If there is a little damper, we can sufficiently prevent this parametric vibration. According to these results, we indicate a design method for prevention of the parametric vibration of an elevator.

Key Words: Parametric Excitation, Damping, Vibration of Moving Body, Vibration of Mechanism, Transient Response

1. 緒 言

近年、多数の超高層ビルが計画、建設され、それに伴ってエレベータのいっそうの高速化が要求されてきた。一般に、エレベータの速度が高速化すると、のりかごに発生する振動も大きくなることが知られており⁽¹⁾、乗り心地に直接関係する振動が大きな問題となる。

エレベータの振動に関する従来の研究にはいくつかあり、ガイドレールの不整やガイドローラの偏心などが強制変位となって起こる横振動⁽²⁾⁽³⁾や、メイン・ロープの横振動が加振源となって引き起こされる振動⁽⁴⁾⁽⁵⁾について解析を行ったものなどが見られる。また、のりかごの乗り心地を高めるために、ローラガイドに減衰量が制御できるオイルダンパ⁽⁶⁾や磁気ダンパ⁽⁷⁾を適用することを検討したものや、制振アクチュエータを用いて積極的に振動を制御することを提案したもの⁽⁸⁾、さらに釣合いおもりや張車に制振ダンパを設けてのりかごの上下振動を低減したことを報告した

もの⁽⁹⁾など多数あげることができる。

のりかごに発生する振動の原因としては中でも、ガイドレールの不整や曲がりに依存する強制振動の影響は支配的であるとされている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、エレベータの高速化は、新たに、ガイドレールのたわみによるパラメータ励振の可能性を引き起こす。すなわち、ガイドレールのたわみ剛性がレールブラケットとブラケット間の中央部とで異なるために、エレベータの横方向のばね定数がのりかごの移動とともに変化し、それによって、のりかごのある速度で振動が発振する可能性がある。

そこで、本報ではエレベータの二次元モデルを用いて、ガイドレールのたわみに起因するパラメータ励振の可能性を計算によって予想し、ミニチュア模型を用いた実験によって確認する。また、ガイドレールやエレベータの諸元をどうすればパラメータ励振を避けることができるか、その設計指針を示す。

2. 理 論 解 析

パラメータ励振の例としてはブランコがよく知られている。ブランコは、乗る人が立ったり座ったりすることによって、特に外部から力を加えることなくその振幅を大きくしていく乗り物である。この発振現象は、

* 原稿受付 1995年12月20日。

*¹ 学生員、東京大学大学院 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。*² 東京大学大学院。*³ 正員、東京大学工学部。

振り子の1周期中に2回長さが変化するために生ずるものである⁽⁹⁾(図1)。

さて、エレベータを支えるガイドレールは力を加えるとたわむため、ばねとみなすことができる。このガイドレールは一定間隔でレールブラケットの並ぶ連続梁のような構造をしているが、レールの場所によってそのたわみ剛性は変化する。例えば、たわみ剛性はブラケット部分では最大で、ほぼ無限大となり、ブラケット間の中央部では最小となる。つまり、のりかごが一定速度で走行するときには、ある一定周期でレールブラケットを通過することになり、レールのたわみ剛性は周期的に変化する。このようにして、レールのたわみに起因してパラメータ励振が発生することが予想される(実際にはガイドローラの側にも剛性が存在するため、のりかごを支えるのはこれらの合成ばね係数となる)(図2)。

非線形振動論の教えるところによれば⁽⁹⁾、一自由度系において、固有振動数の2倍の振動数(あるいはその整数分の1)でばね係数が変化すると、ダンピングが小さいときには変動分が小さくても発振する。エレベータの場合は多自由度系であり一自由度系とは異なるが、発振の特徴は類似のものと考えられる。

2・1 振動のモデルおよび運動方程式 エレベータの振動のモデルとして、図3に示すような並進方向 x_G の横振動と重心まわりの回転振動 θ の二自由度の

解析モデルを考える。

のりかごは一定速度 v で走行し、のりかごを支えるのは、ローラガイドの弾性 k_e (上部を k_{eu} 、下部を k_{el} とする)とレールのたわみ剛性 k_r である。 k_r はレールの場所により値をかえ、その変化は周期的である(この角速度を ω とする)。また、のりかごは上部と下部のそれぞれで支えられているため、上部におけるレールたわみ剛性と下部におけるそれとの間には位相差 φ が存在することになる。

m :エレベータの質量

I_G :エレベータの重心回りの慣性モーメント

k_{eu} :エレベータ上部についているばねのばね定数

k_{el} :エレベータ下部についているばねのばね定数

k_r :レールのたわみ剛性

k_{au} : k_{eu} と k_r の合成ばね定数 $= k_{eu}k_r/(k_{eu}+k_r)$

k_{al} : k_{el} と k_r の合成ばね定数 $= k_{el}k_r/(k_{el}+k_r)$

h_1 :重心から天井までの高さ

h_2 :床から重心までの高さ

h :エレベータの床から天井までの高さ

$= h_1 + h_2$

Fig. 1 Model of a swing to explain parametric vibration

Fig. 2 Model of guide rail

(a) Vibration model of elevator cab

(b) Vibration model of elevator cab

Fig. 3

L : レールブラケット間隔

v : のりかご走行速度

ω : のりかごがレールブラケットを通過する角速度
 $\omega = 2\pi v/L$

φ : のりかごの上部と下部の位相差 $\omega = 2\pi h/L$

このとき、のりかごの運動方程式は以下のような
 る、

$$\begin{cases} m\ddot{x}_G = -2(k_{au} + k_{al})x_G + 2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)\theta \\ I_G\ddot{\theta} = 2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)x_G - 2(k_{au}h_1^2 + k_{al}h_2^2)\theta \end{cases} \quad (1)$$

ここで、時間 t を $\tau = \omega t$ と変換して ($\tau = \omega t$ に関する微分を、' で表すことにする) 整理すると、

$$\begin{cases} x_G'' = -\frac{2(k_{au} + k_{al})}{m\omega^2}x_G + \frac{2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)}{m\omega^2}\theta \\ \theta'' = \frac{2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)}{I_G\omega^2}x_G - \frac{2(k_{au}h_1^2 + k_{al}h_2^2)}{I_G\omega^2}\theta \end{cases} \quad (2)$$

となる。これをさらに書き直して、

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{x} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2(k_{au} + k_{al})}{m\omega^2} & 0 & \frac{2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)}{m\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2(k_{au}h_1 - k_{al}h_2)}{I_G\omega^2} & 0 & -\frac{2(k_{au}h_1^2 + k_{al}h_2^2)}{I_G\omega^2} & 0 \end{bmatrix}$$

とおくと、

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{x} \quad (4)$$

となる。 $\mathbf{A}(\tau)$ は、 $T = L/v$ を周期とする周期関数である。この式についてパラメータ励振の可能性を論じる。

2.2 ガイドレールのたわみ剛性 エレベータが等速で走行中には、ガイドレールのたわみ剛性はのりかごの位置によって変化し、 k_{au} , k_{al} は周期関数となる。今、ガイドレールの1スパンについて、両端固定の真直はりともみなすと、たわみ剛性 k_r のレールの場所による変化は、

$$k_r = \frac{Ebh^3}{4L^3s^3(1-s)^3} \quad (5)$$

E : レールのヤング率

b : レール厚み

h : レール幅

L : ブラケット間長さ

s : レールの全長を1としたときの相対位置であり、押しつけばね k_e との合成ばね係数 k_a は、

$$k_a = \frac{k_r \cdot k_e}{k_r + k_e} \quad (6)$$

と表される。

例として、 $\min(k_r)/k_e = r$ とし [ただしブラケット間中央部における k_r の値を $\min(k_r)$ とする]、 $r=1 \sim 10$ の場合のレール1スパンの剛性の変化を見ると、図4のようになる (x 軸を r , y 軸を s , z 軸を k_a の正規化した値で示す)。このとき、 k_a は、近似的に

$$k_a = k_\delta + k_\epsilon \cos(2\pi s) \quad (7)$$

と表せる。したがって、のりかごが速度 v で走行しているならば、 $s = vt/L$ となるから、のりかごの上部と下部の合成ばね係数はそれぞれ、

$$k_{au} = k_\delta + k_\epsilon \cos(\tau) \quad (8)$$

$$k_{al} = k_\delta + k_\epsilon \cos(\tau - \varphi) \quad (9)$$

と表すことができる。また図3から、 r の値が大きくなるほど、すなわちレールが硬くなるほど k_δ は小さくなることもわかる。

2.3 解析法 ここで、斉次線形常微分方程式系で、すべての係数がある共通の周期をもつ式(4)に対して、その微分方程式の解が発散するかどうかを数値計算でシミュレートする方法を示す。今、式(4)を一一般化して、 n 次元の線形常微分方程式を考える。

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{x} \quad (10)$$

$\mathbf{A}(\tau)$: 周期行列 (周期 T とする)

この式(10)の解行列 $\mathbf{X}(\tau)$ のうち、 $\mathbf{X}(0) = \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ は単位行列) となるものを $\mathbf{X}_0(\tau)$ とする。このとき、 $\mathbf{X}_0(\tau + T)$ も式(10)の解となる。

$$\begin{cases} \because \mathbf{X}_0'(\tau + T) = \mathbf{A}(\tau + T)\mathbf{X}_0(\tau + T) \\ \quad \quad \quad = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{X}_0(\tau + T) \\ \quad \quad \quad (\because \mathbf{A}(\tau + T) = \mathbf{A}(\tau)) \end{cases} \quad (11)$$

したがって、ある行列 $\mathbf{C}(\det \mathbf{C} \neq 0)$ を用いて、

$$\mathbf{X}_0(\tau + T) = \mathbf{X}_0(\tau)\mathbf{C} \quad (\equiv \mathbf{X}_1(\tau)) \quad (12)$$

と書ける。このとき $\tau=0$ を代入すると、 $\mathbf{X}_0(T) = \mathbf{C}$ であることがわかる。また、任意の初期条件を $\mathbf{p}$ とおくと、 $\mathbf{X}_0(\tau)\mathbf{p}$ は初期条件 $\mathbf{p}$ を満たす式(10)の解である。

Fig. 4 Change of stiffness (k_a) of series connection of guide rail stiffness and cab supporting spring

$$\left(\because \frac{d}{dt}(X_0(\tau)\mathbf{p}) = X_0'(\tau)\mathbf{p} \right. \\ \left. = (\mathbf{A}(\tau)X_0(\tau))\mathbf{p} = \mathbf{A}(\tau)(X_0(\tau)\mathbf{p}) \right) \cdots \cdots (13)$$

以上より、式(10)のある初期条件 $\mathbf{p}$ を満たす解 $[X_p(\tau)]$ とおく]の時刻 $\tau = mT$ (m は自然数)における状態は

$$\begin{aligned} X_p(T) &= X_0(T)\mathbf{p} = \mathbf{C}\mathbf{p} \\ X_p(2T) &= X_0(2T)\mathbf{p} = X_0(T + T)\mathbf{p} \\ &= X_1(T)\mathbf{p} = X_0(T)\mathbf{C}\mathbf{p} = \mathbf{C}^2\mathbf{p} \\ &\vdots \\ X_p(mT) &= \mathbf{C}^m\mathbf{p} \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

となる。今、 $\mathbf{C}$ の固有値を、その絶対値が大きい順番に、 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ と置き、対応する固有ベクトルをそれぞれ $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$ とする。このとき、初期条件 $\mathbf{p}$ はある定数 $p_1, p_2, \dots, p_n$ を用いて、

$$\mathbf{p} = p_1\mathbf{r}_1 + p_2\mathbf{r}_2 + \cdots + p_n\mathbf{r}_n \cdots \cdots (15)$$

と書いて、この式(15)を式(14)に代入すると、

$$\begin{aligned} X_p(mT) &= \mathbf{C}^m\mathbf{p} = \mathbf{C}^m(p_1\mathbf{r}_1 + p_2\mathbf{r}_2 + \cdots + p_n\mathbf{r}_n) \\ &= p_1\mathbf{C}^m\mathbf{r}_1 + p_2\mathbf{C}^m\mathbf{r}_2 + \cdots + p_n\mathbf{C}^m\mathbf{r}_n \\ &= p_1\mathbf{C}^{m-1}(\mathbf{C}\mathbf{r}_1) + p_2\mathbf{C}^{m-1}(\mathbf{C}\mathbf{r}_2) + \cdots \\ &\quad + p_n\mathbf{C}^{m-1}(\mathbf{C}\mathbf{r}_n) \\ &= p_1\lambda_1\mathbf{C}^{m-1}\mathbf{r}_1 + p_2\lambda_2\mathbf{C}^{m-1}\mathbf{r}_2 + \cdots \\ &\quad + p_n\lambda_n\mathbf{C}^{m-1}\mathbf{r}_n \\ &\vdots \\ &= p_1\lambda_1^m\mathbf{r}_1 + p_2\lambda_2^m\mathbf{r}_2 + \cdots + p_n\lambda_n^m\mathbf{r}_n \\ &= \lambda_1^m \left(p_1\mathbf{r}_1 + p_2\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^m\mathbf{r}_2 + \cdots + p_n\left(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\right)^m\mathbf{r}_n \right) \cdots \cdots (16) \end{aligned}$$

となる。ゆえに、 $\mathbf{C}$ の固有値の中に、その絶対値が 1 より大きいものがあると(すなわち、 $|\lambda_i| > 1$ ならば)、

$$|X_p(mT)| = |\mathbf{C}^m\mathbf{p}| \longrightarrow \infty \quad (m \longrightarrow \infty)$$

(ただし、 $|\cdot|$ はベクトルの大きさを表す)

となり、解は発散する。 m が十分に大きいときには、

$$\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1}\right)^m \longrightarrow 0 \quad (m \longrightarrow \infty)$$

($i=2, 3, \dots, n$ に対して)

であるから、式(16)より、

$$|X_p(\tau + T)| = |\lambda_1||X_p(\tau)| \cdots \cdots (17)$$

となる。ゆえに、その発散する速さは λ_1 である(すなわち、1 周期 T 後に振幅は $|\lambda_1|$ 倍になる)。以上より、 $X_0(T) = \mathbf{C}$ を計算して、その固有値を求めればよいことがわかり、さらに、 $|\lambda_i|$ がその系の不安定もしくは安定な度合いを表すといえる[式(17)より、1 を境として、 $|\lambda_i|$ が大きいほど、より不安定であり、また、 $|\lambda_i|$ が小さいほど安定である]今後、この $|\lambda_i|$ を α と書き、不安定度と呼ぶことにする。

3. 安定判別

2 章で説明した方法でエレベータの振動特性を表す式(4)をシミュレーションした結果得られた、二次元のパラメータ振動の安定・不安定の判別図を以下に示す。

3・1 位相差 $\varphi=0$ の場合 $h_1: h_2=1:1$, $\varphi=0$ のときは、二次元のパラメータ励振は、回転振動と横振動が独立の式で表されるので、一次元のパラメータ励振の特性をそのまま適用できる。しかし、重心位置が中心からずれたり、位相差 φ が現れたりすると、独立の二つの式で表すことができず、式(4)の計算結果から α を求めなければならない。

図5は、回転の固有振動数 f_l : 横の固有振動数 $f_M = 2:1$, $h_1: h_2=1:1$, $\varphi=0$ のときの安定・不安定の判別図であり、図6は、 $f_l: f_M=2:1$, $h_1: h_2=2:1$, $\varphi=0$ のときの安定・不安定の判別図である。

判別図では、振動の安定・不安定の度合いを、前述の不安定度 α の等高線を用いることにより表した(等高線は、 $\alpha=1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ の4本である)。すなわち、 $\alpha > 1$ なる領域は不安定領域であり、 α の値が大きくなるほど振動が発散しやすいということになる。また、各図における $k_s/m\omega^2$ 軸上の点、A, B, C, D, E, F は、

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2\omega_l}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} & B &= \left(\frac{1}{2\omega_M}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} \\ C &= \left(\frac{2}{2\omega_l}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} & D &= \left(\frac{3}{2\omega_l}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} \\ E &= \left(\frac{2}{2\omega_M}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} & F &= \left(\frac{4}{2\omega_l}\right)^2 \cdot \frac{k_e}{m} \end{aligned}$$

(ただし、 $\omega_l \equiv 2\pi f_l$, $\omega_M \equiv 2\pi f_M$)

である。

エレベータの場合は、 k_a は可変でも負になることはあり得ないので、 $k_s > k_e$ における領域が問題となる。したがって、図5, 6より、 ω の値が大きいとき、不安定領域に入りやすいと考えられる。パラメータ励振における安定・不安定は、 k_s と k_e の値により決定するが、これは $\min(k_r)$ と k_e との比 r に左右される(図4)。

図5~8中には、 $r=1\sim3$ での k_s と k_e の比より求められる直線を書き添えた。これらの直線上における安定・不安定が問題となるが、相対的に見てレールが硬くなるほど(r が大きくなるほど)安定領域を通過することがわかる。例えば、図5のEの付近は $r=1$ なら不安定だが、 $r=3$ なら安定である。また、特に $k_s/m\omega^2=0.07$ の付近では不安定領域も広く、振動が発散しやすい。これを満たす ω とエレベータの横方向の

Fig. 5 Stable and unstable region of parametric vibration of 2 dimensions
 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 1 : 1, \varphi = 0$

Fig. 6 Stable and unstable region of parametric vibration of 2 dimensions
 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 2 : 1, \varphi = 0$

Fig. 7 Stable and unstable region of parametric vibration of 2 dimensions
 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 1 : 1, \varphi = \pi$

Fig. 8 Stable and unstable region of parametric vibration of 2 dimensions
 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 2 : 1, \varphi = \pi$

固有角振動数 ω_M との間には $\omega \cong 2\omega_M$ の関係が成り立っている。このように、一自由度におけるパラメータ励振と同様の特徴が二自由度の場合においてもみられる。

参考までに、横揺れの固有振動数が 1.5 Hz で、 $L = 4$ m のとき $k_s/m\omega^2 = 0.07$ となるのは、 $v \cong 720$ m/min のときである。つまり、 $v < 720$ m/min なら、パラメータ励振は発散しない。

図 5, 6 においてエレベータが実際に走行する範囲 ($r=1 \sim 3$ の直線上) での安定度を見た場合、重心が中心にあるほうがより安定領域を通過することがわかる。図 6 は、図 5 に比べ、B, C, D の近傍において、振動が発散する可能性が高くなることを示すものである。

3・2 位相差 $\varphi = \pi$ がある場合 位相差 φ の影響をみるために、 $\varphi = \pi$ とした場合の計算結果を以下に示す。図 7 は、 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 1 : 1, \varphi = \pi$ での安定判別図、図 8 は、 $f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 2 : 1, \varphi = \pi$ での安定判別図である。

$\varphi = \pi$ での安定判別図である。

図 5 と 7 で、 $r=1 \sim 3$ の直線上における安定度を比較すると、以下の点が明らかである。

位相差が存在すると、

- (1) エレベータが通過する不安定領域は増加する。
- (2) A, B の各不安定領域において、その不安定度 α は減少する。

また、図 6 と 8 の比較においても、位相差によって不安定領域が増加することが確認できる。

3・3 減衰による影響 パラメータ励振は、わずかの減衰量でも大幅に安定領域が広がることが知られている。

そこで、上下のガイドローラ部にそれぞれ減衰量 c のダンパをいれることを考慮してみる(ただし、ガイドレールの構造減衰は考えないこととする)。このとき、エレベータの運動は以下の三階微分方程式で表される。

Fig. 9 Stable and unstable region of damped parametric vibration

$$f_1 : f_M = 2 : 1, h_1 : h_2 = 2 : 1, \varphi = 0, c/m\omega = 0.1$$

$$\begin{aligned} & c^2 m h \ddot{x}_G + c m (k_{au} h_2 + k_{at} h_1) \\ & - c I_G (k_{au} - k_{at}) \ddot{\theta} + 2 c^2 h (k_{ru} + k_{rt}) \dot{x}_G \\ & - 2 c^2 h (k_{ru} h_1 - k_{rt} h_2) \dot{\theta} \\ & + 2 c h (k_{ru} k_{eu} - k_{rt} k_{et}) x_G \\ & - 2 c h (k_{ru} k_{eu} h_1 - k_{rt} k_{et} h_2) \theta = 0 \\ & c^2 h I_G \ddot{\theta} - c m h_1 h_2 (k_{au} - k_{at}) \ddot{x}_G \\ & + c I_G (k_{au} h_1 + k_{at} h_2) \ddot{\theta} \\ & - 2 c^2 h (k_{ru} h_1 - k_{rt} h_2) \dot{x}_G \\ & + 2 c^2 h (k_{ru} h_1^2 + k_{rt} h_2^2) \dot{\theta} \\ & - 2 c h (k_{ru} k_{eu} h_1 - k_{rt} k_{et} h_2) x_G \\ & + 2 c h (k_{ru} k_{eu} h_1^2 + k_{rt} k_{et} h_2^2) \theta = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (18)$$

この式(18)についても、前述の解析法を用いて数値計算を行った。図9は、 $f_1 : f_M = 2 : 1$ 、 $h_1 : h_2 = 2 : 1$ 、 $\varphi = 0$ の条件下(すなわち図6の条件下)で、 $c/m\omega = 0.1$ の減衰量を付加したときの安定判別図である。図6に比べ、はるかに安定領域が増していることがわかる。

参考までに、 $m = 1000 \text{ kg}$ 、 $L = 4 \text{ m}$ で、 $v \leq 600 \text{ m/min}$ で走行しているとき、 $c/m\omega = 0.1$ となる減衰量 c は、 $c = 1.57 \times 10^3 \text{ Ns/m}$ である。

4. 実験

本章では、理論計算の結果を確認するためにエレベータを模した実験装置を用いて実験を行う。

実験装置ではレールを円盤形状にした。のりかごを一定箇所においたまま、レール円盤を回転させることによって、建物の上昇・下降を模擬したものである。また、上下のレール円盤をずらすことによって、位相差をあたえることができる。ばねはのりかごの側面に配置し、L字形のアームを通して垂直方向に予圧を変換する構造となっている(図10)。実験装置はのりかごの

Fig. 10 General view of experiment

横振動について実機エレベータと対応させることとした。

実際にエレベータを走行させる際に注意しなければならないのは振動の安定領域と、振動が発散するまでにかかる時間であると思われる。つまり、パラメータ励振が実際に発生するとしても、その過程がゆっくりとしたものならば、実用上問題にならない可能性もある。これについては、3章における計算結果(不安定度 a)を実験結果と比較し、評価を行う。

実験方法としては、レールを設定した回転数で回転させた後、のりかごに発生する振動を加速度センサで検出した。このレール回転数は、静止状態から最高速状態まで128段階に設定しており、この数だけ測定を繰り返したことになる。

4・1 レールのたわみ剛性による影響 3章において、レールの剛性が高いほどパラメータ励振は起きにくくなることを明らかにした。ここでは、それを実験により確認する。実験条件は以下のとおりであるが、これは安定判別図の図5と対応するものである。

$$m = 5.5 \text{ kg}, I = 0.026 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$\varphi = 0, h_1 : h_2 = 1 : 1$$

$$(1) \quad k_s = 0.6 \text{ kgf/cm}, k_e = 0.09 \text{ kgf/cm}$$

$$\left(r = \min \frac{k_r}{k_e} \approx 3 \text{ に相当} \right)$$

$$(2) \quad k_s = 1.39 \text{ kgf/cm}, k_e = 0.43 \text{ kgf/cm}$$

$$\left(r = \min \frac{k_r}{k_e} \approx 1 \text{ に相当} \right)$$

図11(a)、(b)は(1)の、図12(a)、(b)は(2)の実験結果である。図11(a)と図12(a)は、 x 軸をのりかごに発生する振動、 y 軸を $\omega/2\pi \equiv f$ 、 z 軸を周波数強度として、三次元的に表示したものであり、これら

Fig. 11 Experimental results of vibration amplitude and frequency with change of rail speed

Fig. 12 Experimental results of vibration amplitude and frequency with change of rail speed

を二次元表示したものが図11(b)と図12(b)である(y 軸 f をのりかごの横固有振動数 f_M で割り、正規化した)。

なお、のりかごの固有振動数は、のりかごに強制的に外力を加えて、発生する振動を測定した。固有振動数を図の下に記載し、参考として括弧内に理論値も併記する。

系の固有振動数を $f_0 (=f_I, f_M)$ とすると、 $f=2f_0/n$ (n : 自然数)の領域の近傍で振動が発散することが、パラメータ励振の特徴であった。図11, 12の両者ともに $f \cong 2f_0$ の領域で振動が発散しており、エレベータ

におけるパラメータ励振を確認できた。

また、 $f \cong 2f_0$ の領域以外における振動の発散は、パラメータ励振であると同時に、レールの曲がりに含まれる高調波成分がのりかごと共振した強制振動であると推定される(図11, 12で、傾き1, 2, ...の直線上に振動のピークが現れている)。

両図から、レールの剛性が高いほど(すなわち k_δ が大きく、また k_c が小さいほど)安定となることは明らかであり、数値計算の予想を裏付けるものである。

4.2 位相差による影響 位相差 φ の影響を確認するために実験を行った(図13)。実験条件は以下のと

Fig. 13 Experimental results of vibration amplitude and frequency with change of rail speed

Fig. 14 Transient response of parametric vibration of transverse direction
 $\alpha = 1.05$, $f_M \cong 5.7$ Hz, $f \cong 10.88$ Hz Fig. 15 Transverse vibration of cab at stable region
 $f_M \cong 5.7$ Hz, $f \cong 3.864$ Hz

おりである(安定判別図の図7に対応する)。

$$(3) \quad m = 5.5 \text{ kg}, I = 0.026 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$\varphi = \pi, h_1 : h_2 = 1 : 1$$

$$k_s = 1.39 \text{ kgf/cm}, k_b = 0.43 \text{ kgf/cm}$$

[$\varphi = \pi$ 以外は4・1節における条件(2)と同様]

図13を図12と比較すると、 $f \cong 2f_0$ の領域において振動が著しく減少している。かわりに f の領域が、特に $f_0 < f < 2f_0$ において、振動のピークがなだらかにつながっている。この実験結果は、位相差が存在すると、不安定度 α が減少し、発散領域は増加することを表すものであり、数値計算による予想を裏付けた。

4・3 発散時における振動の過渡応答 ここでは実験により確認できたパラメータ励振の過渡応答を検証する。図12におけるパラメータ励振($f = 12$ Hz付近の振動)の振動波形を図14に示す。

このとき、1周期後の振幅の増加率は1.05と測定さ

れ、図5の数値計算による結果1.0~1.1とほぼ一致する。

例えば、のりかごの固有振動数が1.5 Hz、レールブラケット間隔が4 mであれば、パラメータ励振が発生するのりかごの速度は12 m/sとなるが、この速度で200 m走行するならば、この場合に発生する振動は、停止直前には初期状態の3.4倍になる。

図12の条件はレールが非常に柔らかいと想定したときのものだが、その場合にはパラメータ励振が比較的短時間で発散することを確認できた。

また、参考として、図15に安定領域における振動波形の測定値も示す。不安定領域での振動の大きさは、両者の比較においても明らかである。

5. 結 言

以下に結論を要約する。

(1) レール剛性の変化に起因して、エレベータにパラメータ励振が発生することを理論的に予想し、実験により確認した。特に理論計算においては、エレベータをモデル化することによって二次元のパラメータ励振について、解の安定・不安定を求めた。

(2) 振動は、のりかごがレール支柱を通過する周波数 f と、のりかごの固有振動数 f_0 との間に、 $f \cong 2f_0$ の関係が成り立つ領域で顕著に発生する。

(3) のりかごの上部と下部で、レールブラケットを通過する位相差が存在すると、不安定領域はより複雑な様相を呈する。

(4) のりかごガイド部に対して、相対的にレールが硬いほど振動は安定となる。ブラケット間中央部のレールの剛性が、ガイド部の剛性の3~4倍程度であれば、実機エレベータにおけるパラメータ励振の影響は無視できる程度に軽減する。

(5) 振動の低減策としてダンパの有効性を示し

た。

謝 辞

本研究は、日立製作所水戸工場エレベータ技術部から示唆と援助をいただき行ったものであり、ここに、長谷川邦夫氏、簗河原準氏、中島功氏に感謝いたします。

文 献

- (1) 光井範彦・奈良俊彦, 日立評論, **52** 12(1970), 17-21.
- (2) 遠藤和男・ほか3名, 東芝レビュー, **29** 8(1974), 685-690.
- (3) 岡田浩二・ほか3名, 機講論, No. 910 3(1991), 48-51.
- (4) 曄道佳明・ほか3名, 機論, **58** 545, C(1992), 17-24.
- (5) 重田政之・ほか1名, 機講論, No. 750 3(1975), 129-131.
- (6) 渡辺英紀・ほか4名, 三菱電機技報, **67** 7(1993), 189-693.
- (7) 重田政之・ほか3名, 日立評論, **75** 7(1993), 437-442.
- (8) 山崎芳明・ほか3名, 機論, **60**-579, C(1994), 190-195.
- (9) 榎本義一, 非線形振動論, (1951), 65-89, 共立出版.