一輪車の姿勢安定化に関する研究*

臼井 清一^{*1}, 鴨下 庄吾^{*2}, 永田 洋一^{*3}

Postural Stabilization of a Unicycle

Seiichi USUI, Syohgo KAMOSHITA and Yohichi NAGATA

We describe a postural stabilization of a unicycle which has a swinging arm to stabilize rolling motion. The equations of motion for a nonholonomic constraint system are derived, and the equations are linearized and separated into two subsystems which are associated with pitching and rolling motions. The control system is based on the digital optimal theory and the state variables are estimated with finite-time settling observers using the data obtained from the internal sensors. The deviations of the state variables and their estimation errors caused by the sensing errors are evaluated. Experimental results show that the proposed swinging arm system is useful for the postural stabilization of the unicycle, and the finite-time settling observers are effective for estimating the state variables.

Key Words: Digital Control, Optimal Control, Observer, Finite-Time Settling Observer, Unicycle, Postural Stabilization, Internal Sensor

1. ま え が き

一輪車は力学的に不安定な系であり、その姿勢を安定化し自在に乗りこなすには人間の場合でもかなりの習熟を必要とする。人間の場合は脚、腕、腰など全体を使って巧みにコントロールしていると考えられる。一輪車がほぼ直立状態にあるときはその運動が前後・ピッチおよびロール方向の二つの独立な運動モードに分離することができ、前後・ピッチ方向の安定化に関しては、同軸二輪車を対象として多くの研究⁽¹⁾がなされている。そして、一輪車の制御に関しては、ロール方向の安定化さらにヨー方向の制御が主要な課題であり、質量の左右への移動⁽²⁾、ジャイロ効果の利用⁽³⁾、本体の上方に取付けた上体あるいはロータのスピンドル⁽⁴⁾⁽⁵⁾などによる安定化の研究がなされている。

本研究は一輪車の姿勢安定化ならびに走行制御に関するものであり、ロール方向の安定化は車体の前後軸周りにアームを取付け、これを揺動することにより行う。これは、人間が左右に伸ばした腕を上下に振りな

がら安定化している動作に対応すると考えられる。また、前後・ピッチ方向の安定化は車輪の回転制御により行う。そして、システムを離散値系で表現し、制御系にはディジタル最適制御理論を適用する。また、フィードバック制御に必要な状態量の推定には、一輪車に搭載した内界センサのみを用いることとし、できるだけ速やかに推定誤差が零に収束することを主眼におき、有限整定オブザーバを構成する。そして、実験によりその制御特性の検討を行うとともに、観測誤差の影響についても検討する。

2. 制御系の設計

2.1 一輪車のモデルおよび運動方程式 一輪車は図1に示すように、車輪、車体、アームから構成され、車輪とアームの回転面は互いに直交しているとす。また、一輪車の運動は水平面上で行われ、車輪は床面との接点において転がり接触をしていると仮定する。このとき、一輪車の運動は、床面上の車輪接地点の位置(a, b)、車体のヨー角(α)、車体のロール角(β)、車輪の回転角(θ)、車体のピッチ角(φ)およびアームの回転角(ζ)の7個の変数で表される。ところで、車輪の転がり接触という仮定から、2個の非ホロノミックな拘束条件があり、この系の自由度は5となる。

* 原稿受付 1995年9月22日。

^{*1} 正員、東京都立科学技術大学(〒191 日野市旭が丘6-6)。^{*2} 正員、東京都立科学技術大学大学院[現：(財)鉄道総合技術研究所]。^{*3} 東京都立科学技術大学学生[現：シチズン時計(株)]。

直立状態近傍を考え、 $|\beta| \ll 1, |\phi| \ll 1$ とし、さらに各変数の時間による1階微分項(角速度)および2階微分項(角加速度)は微小であると仮定して、2次以上の微小項を省略する。そして、車輪、アーム駆動系の減速比をそれぞれ n_p, n_r 、アクチュエータの出力をそれぞれ u_p, u_r とすると、運動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} & (I_{wx} + I_{bz} + I_{ay} \sin^2 \zeta + I_{az} \cos^2 \zeta) \ddot{\alpha} \\ & + (I_{ay} - I_{az}) \ddot{\phi} \sin \zeta \cos \zeta = 0 \\ & (I_{by} + I_{ay} \cos^2 \zeta + I_{az} \sin^2 \zeta + N_2) \ddot{\phi} + N_1 r \ddot{\theta} \\ & + (I_{ay} - I_{az}) \ddot{\alpha} \sin \zeta \cos \zeta + d_p \dot{\phi} \\ & - d_p \dot{\theta} - N_1 g \phi = -n_p u_p \\ & N_1 r \ddot{\phi} + (I_{wy} + Mr^2) \ddot{\theta} - d_p \dot{\phi} + d_p \dot{\theta} = n_p u_p \\ & (I_{wx} + I_{bx} + I_{ax} + Mr^2 + 2N_1 r + N_2) \ddot{\beta} \\ & + I_{ax} \ddot{\zeta} - (Mr + N_1) g \beta = 0 \\ & I_{ax} \ddot{\beta} + I_{ax} \ddot{\zeta} + d_r \ddot{\zeta} = n_r u_r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 $N_2 = m_b l_1^2 + m_a l_2^2$ である。

式(13)の第1式はヨー運動に関するものであり、ここでは直立状態近傍での直進運動を対象にする。そして、 $(I_{ay} - I_{az})/[2(I_{by} + N_2) + I_{ay} + I_{az}]$ を微小とすると、残りの4式は線形化され、前後・ピッチ方向とロール方向の運動に関する独立な二つの系に分離される。そこで、ピッチおよびロール方向に関する状態量として、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_p &= (\phi \quad \theta \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta})^t \\ \mathbf{x}_r &= (\beta \quad \zeta \quad \dot{\beta} \quad \dot{\zeta})^t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

とおくと、次の状態方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_p &= \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{b}_p u_p \\ \dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{b}_r u_r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_p &= \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{K}_p & -\mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{D}_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{n}_p \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_p &= \begin{bmatrix} I_{by} + \frac{1}{2}(I_{ay} + I_{az}) + N_2 & N_1 r \\ N_1 r & I_{wy} + Mr^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_p &= \begin{bmatrix} -N_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} d_p & -d_p \\ -d_p & d_p \end{bmatrix}, \\ \mathbf{n}_p &= \begin{bmatrix} -n_p \\ n_p \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_r &= \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{K}_r & -\mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{D}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{n}_r \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_r &= \begin{bmatrix} I_{wx} + I_{bx} + I_{ax} + Mr^2 + 2N_1 r + N_2 & I_{ax} \\ & I_{ax} \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_r &= \begin{bmatrix} -(Mr + N_1)g & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d_r \end{bmatrix}, \\ \mathbf{n}_r &= \begin{bmatrix} 0 \\ n_r \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

2.3 デジタル制御系 サンプルング間隔を τ

として離散値系に変換すると状態方程式は式(15)より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_p(i+1) &= \mathbf{P}_p \mathbf{x}_p(i) + \mathbf{q}_p u_p(i) \\ \mathbf{x}_r(i+1) &= \mathbf{P}_r \mathbf{x}_r(i) + \mathbf{q}_r u_r(i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_p &= \exp(\mathbf{A}_p \tau), \quad \mathbf{q}_p = \int_0^\tau \exp(\mathbf{A}_p \eta) d\eta \mathbf{b}_p \\ \mathbf{P}_r &= \exp(\mathbf{A}_r \tau), \quad \mathbf{q}_r = \int_0^\tau \exp(\mathbf{A}_r \eta) d\eta \mathbf{b}_r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(18)の状態方程式で表される二つの系はともに可制御であり、次の状態フィードバックによって安定化が実現できる。

$$\left. \begin{aligned} u_p(i) &= -\mathbf{f}_p \mathbf{x}_p(i) \\ u_r(i) &= -\mathbf{f}_r \mathbf{x}_r(i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで、フィードバックゲイン $\mathbf{f}_p, \mathbf{f}_r$ は、極配置法あるいは最適制御理論により決定でき、定常最適制御の場合は、次のようになる。なお、ピッチ系とロール系で同様の議論が成り立つので、右下付き添字 p, r は省略する。

重み $\mathbf{Q} \geq 0, \rho > 0$ として、評価関数 J を

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}'(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \rho u^2(k)] \quad \dots\dots\dots (21)$$

とおくと、これを最小にする最適な入力 $u^*(i)$ は、

$$u^*(i) = -(\mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{q} + \rho)^{-1} \mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{p} \mathbf{x}(i) \quad \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる。ただし、 $\mathbf{S}$ は次の定常リカッチ方程式の正定解である。

$$\mathbf{S} = \mathbf{Q} + \mathbf{P}' \mathbf{S} \mathbf{P} - \mathbf{P}' \mathbf{S} \mathbf{q} [\mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{q} + \rho]^{-1} \mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{P} \quad \dots\dots\dots (23)$$

これから、フィードバックゲインは

$$\mathbf{f} = (\mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{q} + \rho)^{-1} \mathbf{q}' \mathbf{S} \mathbf{P} \quad \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる。

3. 状態推定系

3.1 出力方程式および有限整定オブザーバ 出

力方程式は4章で述べるように次の式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_p(i) &= (\phi - \theta \quad \phi \quad \dot{\phi})' = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p(i) \\ \mathbf{y}_r(i) &= (\xi \quad \beta \quad \dot{\beta})' = \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r(i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ただし,

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (26)$$

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

式(18)の状態方程式および式(25)の出力方程式で表される二つの系はともに可観測であり, 状態量はオブザーバを用いて推定できる. 一輪車は力学的に不安定であり, できるだけ速やかに状態量の推定誤差が零に収束することが必要である. そこで, 次のように同次元の有限整定オブザーバを構成する. 状態量 $\mathbf{x}_p(i)$, $\mathbf{x}_r(i)$ の推定量をそれぞれ $\hat{\mathbf{x}}_p(i)$, $\hat{\mathbf{x}}_r(i)$ として

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_p(i+1) &= \mathbf{P}_p \hat{\mathbf{x}}_p(i) + \mathbf{q}_p u_p(i) \\ &\quad + \mathbf{L}_p [\mathbf{y}_p(i) - \mathbf{C}_p \hat{\mathbf{x}}_p(i)] \\ \hat{\mathbf{x}}_r(i+1) &= \mathbf{P}_r \hat{\mathbf{x}}_r(i) + \mathbf{q}_r u_r(i) \\ &\quad + \mathbf{L}_r [\mathbf{y}_r(i) - \mathbf{C}_r \hat{\mathbf{x}}_r(i)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

とする. ここで, 行列 $\mathbf{L}_p, \mathbf{L}_r$ は,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{p,o} &= \mathbf{P}_p - \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \\ \mathbf{P}_{r,o} &= \mathbf{P}_r - \mathbf{L}_r \mathbf{C}_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

の固有値がすべて零となるように定める⁽⁷⁾.

3.2 観測誤差の影響 ここでは, 状態量およびその推定値に及ぼす観測誤差の影響について検討する. 以下では, ピッチ系とロール系で同じ議論が成り立つので, 右下付き添字 p, r は省略する.

観測誤差 $\Delta \mathbf{y}$ があるとき, 観測される出力は

$$\bar{\mathbf{y}}(i) = \mathbf{y}(i) + \Delta \mathbf{y}(i) \dots\dots\dots (30)$$

となり, 式(28)のオブザーバにおいて, $\mathbf{y}(i)$ の代わりに $\bar{\mathbf{y}}(i)$ を用いなければならない. この場合, 状態量の推定誤差を $\mathbf{e}(i) = \hat{\mathbf{x}}(i) - \mathbf{x}(i)$ とすると, 式(18), (28)より

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(i+1) &= \mathbf{P} \hat{\mathbf{x}}(i) + \mathbf{q} u(i) + \mathbf{L} [\bar{\mathbf{y}}(i) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(i)] \\ &\quad - [\mathbf{P} \mathbf{x}(i) + \mathbf{q} u(i)] = \mathbf{P}_o \mathbf{e}(i) + \mathbf{L} \Delta \mathbf{y}(i) \dots (31) \end{aligned}$$

となる. これから, 推定誤差は

$$\mathbf{e}(i) = \mathbf{P}_o^i \mathbf{e}(0) + \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{P}_o^{i-1-j} \mathbf{L} \Delta \mathbf{y}(j) \dots\dots\dots (32)$$

と表される. ここで, 有限整定オブザーバの場合は,

$$\mathbf{P}_o^s = \mathbf{O} \quad (i \geq s, s: \text{可観測指数}) \dots\dots\dots (33)$$

が成立し, 本システムにおいては, ピッチ系, ロール系ともに $s=2$ になるので,

$$\mathbf{e}(i) = \mathbf{L} \Delta \mathbf{y}(i-1) + \mathbf{P}_o \mathbf{L} \Delta \mathbf{y}(i-2) \dots\dots\dots (34)$$

となる.

4章で述べるように, 出力のうちピッチ角, ロール

角はレートジャイロで検出した角速度を数値積分して得ている. この場合は, ドリフトが問題になるが, これは角速度データに微小ではあるが定常的な誤差が含まれていると考えることができる. そこで以下では, レートジャイロによって検出されるピッチあるいはロールに関する角速度データに含まれる定常誤差を $\dot{\epsilon}_0$ とし, その影響を検討する. このとき出力方程式(25)より観測誤差は

$$\Delta \mathbf{y}(i) = \begin{bmatrix} 0 \\ i\tau \dot{\epsilon}_0 \\ \dot{\epsilon}_0 \end{bmatrix} = \dot{\epsilon}_0 \begin{bmatrix} 0 \\ i\tau \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (35)$$

と表される. そして式(34)より推定誤差は

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(i) &= \dot{\epsilon}_0 \mathbf{L} \begin{bmatrix} 0 \\ (i-1)\tau \\ 1 \end{bmatrix} + \dot{\epsilon}_0 \mathbf{P}_o \mathbf{L} \begin{bmatrix} 0 \\ (i-2)\tau \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= i\tau \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

となる. ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= \dot{\epsilon}_0 (\mathbf{I} + \mathbf{P}_o) \mathbf{L} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}' \\ \mathbf{e}_2 &= \dot{\epsilon}_0 (\mathbf{I} + \mathbf{P}_o) \mathbf{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}' \\ &\quad - \dot{\epsilon}_0 (\mathbf{I} + 2\mathbf{P}_o) \mathbf{L} \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \end{bmatrix}' \end{aligned}$$

これから, 状態量の推定誤差 $\mathbf{e}(i)$ は経過時間 $i\tau$ に比例する偏差(第1項)と定常偏差(第2項)よりなり, ともに定常誤差 $\dot{\epsilon}_0$ に比例することがわかる.

次に, フィードバック制御において, 状態量 $\mathbf{x}(i)$ を直接観測できないためオブザーバの推定値 $\hat{\mathbf{x}}(i)$ を用いる必要がある. 制御則は式(20)の代わりに

$$\mathbf{u}(i) = -\mathbf{f} \hat{\mathbf{x}}(i) \dots\dots\dots (37)$$

となる. このとき, 状態方程式(18)より

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i+1) &= \mathbf{P} \mathbf{x}(i) + \mathbf{q} \mathbf{u}(i) = \mathbf{P} \mathbf{x}(i) - \mathbf{q} \mathbf{f} \hat{\mathbf{x}}(i) \\ &= \mathbf{P}_f \mathbf{x}(i) - \mathbf{q} \mathbf{f} \mathbf{e}(i) \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

となる. ただし, $\mathbf{P}_f = \mathbf{P} - \mathbf{q} \mathbf{f}$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i) &= \mathbf{x}_0(i) - [i\tau \mathbf{I} - \tau(\mathbf{I} - \mathbf{P}_f)^{-1}](\mathbf{I} - \mathbf{P}_f)^{-1} \mathbf{q} \mathbf{f} \mathbf{e}_1 \\ &\quad - (\mathbf{I} - \mathbf{P}_f)^{-1} \mathbf{q} \mathbf{f} \mathbf{e}_2 \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

とおくと,

$$\mathbf{x}_0(i+1) = \mathbf{P}_f \mathbf{x}_0(i) \dots\dots\dots (40)$$

が成立し, $\mathbf{P}_f$ は安定行列であるから,

$$\mathbf{x}_0(i) \xrightarrow{i \rightarrow \infty} 0 \dots\dots\dots (41)$$

となる. そして, フィードバックゲインを

$$\mathbf{f} = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4] \dots\dots\dots (42)$$

とおくと, 付録の式(51)より,

$$(\mathbf{I} - \mathbf{P}_f)^{-1} \mathbf{q} \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{f}} \dots\dots\dots (43)$$

と表される. ただし, $\bar{\mathbf{f}} = \mathbf{f}/f_2$ である.

さらに、 $(I - P_f)^{-1}$ の第2列は

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{nf_4+d}{nf_2\tau} & 0 & -1/\tau \end{bmatrix}^t \dots\dots\dots (44)$$

と表される。ただし、 d は摩擦係数、 n は減速比である。したがって、状態量は

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(i) &\xrightarrow{i \rightarrow \infty} -[i\tau I - \tau(I - P_f)^{-1}](I - P_f)^{-1} \mathbf{q} \mathbf{f} \mathbf{e}_1 \\ &\quad - (I - P_f)^{-1} \mathbf{q} \mathbf{f} \mathbf{e}_2 \\ &= -i\tau \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \tau(I - P_f)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= -i\tau \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (nf_4+d)/(nf_2) \cdot \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_1 - \bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_2 \\ 0 \\ -\bar{\mathbf{f}} \mathbf{e}_1 \end{bmatrix} \\ &\dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

となる。これから、状態量 $\mathbf{x}(i)$ も経過時間に比例する偏差と定常偏差を生じるが、時間に比例する偏差が生じるのは第2成分(車輪あるいはアームの回転角)であり、定常偏差が生じるのは第2および第4成分(車輪あるいはアーム回転角およびそれらの角速度)である。すなわち、第1成分および第3成分(ピッチ角あるいはロール角およびそれらの角速度)には偏差が生じないことがわかる。

したがって、角速度データに含まれる定常誤差により、状態量の推定誤差および状態量の一部に、時間に比例する偏差(ドリフト)および定常偏差を生じ、静止直立状態を維持することはできないが、車体の直立状態の保持という制御目的は達成可能であることがわかる。

4. 制 御 実 験

4.1 実験装置および実験方法 一輪車は、車体、車輪および先端におもりを付けた回転アームから構成される。その概略を図2に示す。

Fig. 2 Appearance of the unicycle

車輪および回転アームはそれぞれ車体に取り付けた直流サーボモータ(10 W)から減速ギヤを介して駆動される。センサとしては、2個のサーボモータの回転角をそれぞれロータリエンコーダ(100 pulse/rev)で検出する。また、圧電素子を用いた振動式レートジャイロ(分解能: 0.1 deg/s)を車体に2個搭載し、ピッチおよびロール角速度を検出するとともに、数値的に積分して角度を算出する。これらの内界センサから得られる値をもとに減速比を考慮して観測値とすると、出力方程式は式(25)~(27)で表される。

また、車体に取り付けた2個のポテンシオメータの回転軸にレバーを取付けその先端を床面に接触させることにより、車体のピッチ角およびロール角を検出するが、これらはモニタ用であり、オブザーバによる状態量の推定および制御には使用しない。

エンコーダからの出力はカウンタボードを介して、また、レートジャイロおよびポテンシオメータの出力はAD変換ボードを介してパーソナルコンピュータ(CPU: i486DX2 66 MHz)に取込む。パーソナルコンピュータで式(28)の有限整定オブザーバによる状態量の推定値さらに式(37)の操作量を計算し、DA変換ボードを介して直流サーボモータの制御用サーボアンプに出力し、一輪車の制御を行う。

ここで、本実験装置の主要な諸元を以下に示す。

$$m_w = 0.122 \text{ kg}, m_b = 1.255 \text{ kg},$$

$$m_a = 0.678 \text{ kg},$$

$$I_{bx} = 10. \times 10^{-3} \text{ kgm}^2, I_{by} = 9.3 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2,$$

$$I_{wx} = I_{wz} = 0.045 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2,$$

Fig. 3 Responses of postural stabilization

Fig. 4 Responses of postural stabilization (with considerable stationary sensing errors)

$$\begin{aligned}
 I_{wy} &= 0.058 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2, \\
 I_{ax} &= 12.4 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2, I_{ay} = 3.1 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2, \\
 I_{az} &= 15.1 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2, \\
 d_p &= 2.0 \times 10^{-4} \text{ Nm/(rad/s)}, \\
 d_r &= 1.0 \times 10^{-4} \text{ Nm/(rad/s)}, r = 0.034 \text{ m}, \\
 l_1 &= 0.124 \text{ m}, \\
 l_2 &= 0.235 \text{ m}, n_p = 8.333, n_r = 6.0
 \end{aligned}$$

また、車輪の幅は 10 mm で、踏面には半径が約 11 mm の丸みをつけるとともに、滑り防止のためゴムを貼っている。

そして、定常最適制御における評価関数の重みは、ピッチ系については、 $Q_p = \text{diag}[1.0 \times 10^{-7}, 2.5 \times 10^{-6}, 0, 0]$ 、 $\rho_p = 1$ 、またロール系については、 $Q_r = \text{diag}[1.0 \times 10^{-5}, 2.0 \times 10^{-4}, 0, 0]$ 、 $\rho_r = 1$ とし、制御のサンプリング間隔は $\tau = 5 \text{ ms}$ として実験を行った。

これらの値を用いて、3 章で述べた角速度データに含まれる定常誤差 $\dot{\epsilon}_0$ によって生じる式(36)の推定誤差および式(45)の状態量の偏差に関する要素を計算すると、ピッチ系では、

$$\left. \begin{aligned}
 e_1 &= \dot{\epsilon}_0 \cdot [1.00 \quad 0.986 \quad 0.551 \quad -3.92]^t \\
 e_2 &= \dot{\epsilon}_0 \\
 &\times [-4.59 \times 10^{-6} \quad 70.0 \times 10^{-6} \quad 0.999 \quad 1.02]^t \\
 \bar{f}e_1 &= 133 \dot{\epsilon}_0 \\
 (nf_4 + d)/(nf_2) \cdot \bar{f}e_1 - \bar{f}e_2 &= 99.0 \dot{\epsilon}_0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

Fig. 5 Responses of running control

ロール系では

$$\left. \begin{aligned}
 e_1 &= \dot{\epsilon}_0 \cdot [1.00 \quad -1.04 \times 10^{-3} \quad 0.208 \quad -0.312]^t \\
 e_2 &= \dot{\epsilon}_0 \cdot [-1.73 \times 10^{-6} \quad 5.21 \times 10^{-6} \\
 &\quad 0.999 \quad 1.26 \times 10^{-3}]^t \\
 \bar{f}e_1 &= 164 \dot{\epsilon}_0 \\
 (nf_4 + d)/(nf_2) \cdot \bar{f}e_1 - \bar{f}e_2 &= 115 \dot{\epsilon}_0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

となる。

4.2 実験結果 図3に姿勢安定化実験の結果を示す。各姿勢角ともにモニタ用のポテンシオメータおよびロータリエンコーダで検出した結果と内界センサ(レートジャイロおよびロータリエンコーダ)のみを用いた有限整定オブザーバによる推定結果とを示す。ロール角の推定値にわずかながらドリフトが見られる

が、両者はかなりよい一致を示している。そして、各姿勢角にはやや周期的な変動が見られるが、ほぼ静止直立状態が保持されていることがわかる。なお、周期的な変動はパラメータ誤差、摩擦、減速ギヤにおけるバックラッシュなどの影響によるものと考えられる。

図4に角速度データに比較的大きな定常誤差が含まれた場合の姿勢安定化実験の結果を示す。一輪車の後方への移動(車輪の回転)およびアームの回転が生じているが、3章で述べたように、車体の姿勢はほぼ垂直に保たれており直立状態の保持という制御目的は達成されていることがわかる。

また、角速度データの定常誤差の影響に関しては、ある程度時間が経過したときは、推定誤差および状態量の偏差とともに、定常偏差項に比較して時間に比例するドリフト項が支配的になると考えられる。そこで、ドリフト項についてみると、式(36)および(46)、(47)におけるベクトル e_1 の第1成分と第2成分との比較から、ピッチ角の推定誤差は車輪回転角の推定誤差とほぼ同程度になり、またアーム回転角の推定誤差は、ロール角の推定誤差の1000分の1程度になる。図4(b)の実験結果はこれに一致している。さらに、状態量のドリフトに関して、式(36)、(45)および(46)、(47)におけるベクトル e_1 の第1成分と $\bar{f}e_1$ との比較から、車輪回転角はピッチ角の推定誤差の-133倍、またアーム回転角はロール角の推定誤差の-164倍のドリフトを生じるという計算結果が得られる。図4の実験結果には非定常的な誤差も含まれるが、ドリフト項はオーダ的に計算結果とほぼ一致している。

さらに、図5に走行制御を行ったときの実験結果を示す。ピッチ系の制御則を

$$u_p(i) = -f_p[\hat{x}_p(i) - x_d(i)] \quad (48)$$

とし、目標値 $x_d(i)$ を連続的に変化させることにより走行制御を行ったものである。走行開始指令は任意の時点でキーボードからの入力により与え、前進、後退ともに一輪車を指定の時間(4秒間)に指定の距離(50 cm: 車輪回転角約 843° に相当)移動するように目標値 $x_d(i)$ を変化させている。この場合も、車体の直立姿勢を保持しつつ、指定された前進、後退の走行制御が行われていることがわかる。

5. ま と め

一輪車の姿勢安定化および走行制御について、理論的解析および実験を行い以下の結論を得た。

(1) 一輪車のロール方向の安定化について、車体に取付けたアームを回転する方式を提案し、デジタル最適制御によるフィードバック制御則を導いた。そ

して制御実験により、提案したアーム回転方式が有効であることを示した。

(2) また、内界センサのみを用いて有限整定オブザーバを構成し、状態量の推定に有効であることを確認した。さらに、角速度に定常誤差が混入した場合、状態量の一部および推定値にはドリフトを生じるが、その場合でも車体の直立安定化という制御目的が達成可能であることを示した。

(3) 走行実験も併せて行い、指定された目標位置まで車体の直立姿勢を保持しながら走行可能であることを示した。

付 録

$(I - P_f)^{-1}bf$ および $(I - P_f)^{-1}$ の第2列の計算

ピッチ系とロール系で同様の議論が成り立つので、行下付き添字 p, r は省略する。

式(16)、(17)より、ピッチ系、ロール系ともに行列 A の第2列の成分はすべて零になる。したがって、 $\det A = 0$ であることに注意して、

$$\begin{aligned} R &= \int_0^\tau \exp(A\eta) d\eta \\ &= I\tau + \frac{A\tau^2}{2!} + \frac{A^2\tau^3}{3!} + \frac{A^3\tau^4}{4!} + \dots \quad (49) \end{aligned}$$

とおくと、式(19)より

$$P = \exp(A\tau) = I + RA$$

$$q = Rb$$

と表される。これから、

$$P_f = P - qf = I + R(A - bf)$$

$$(I - P_f)^{-1} = [-R(A - bf)]^{-1} = -(A - bf)^{-1}R^{-1} \quad (50)$$

となる。さらに、式(15)、(16)より、

$$(I - P_f)^{-1}qf = -(A - bf)^{-1}bf = \frac{1}{f_2} \begin{bmatrix} 0 \\ f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{f}{f_2} \quad (51)$$

と表される。

次に、 $(I - P_f)^{-1}$ の第2列を計算するため、行列 A 、 R などの第2列に着目する。行列 A の第2列の成分はすべて零であるので、 $A^2, A^3, \dots$ の第2列の成分もすべて零であり、式(49)より、 R の第2列は $[0 \quad \tau \quad 0 \quad 0]^T$ となる。したがって、 R^{-1} の第2列は $[0 \quad 1/\tau \quad 0 \quad 0]^T$ となる。また、 $(A - bf)^{-1}$ の第2列は式(15)、(16)より、ピッチ、ロール系ともに

$$\begin{bmatrix} 0 & -nf_4 + d & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

となる。したがって、式(50)より、 $(I - P_f)^{-1}$ の第2列

は

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{nf_1+d}{nf_2\tau} & 0 & -1/\tau \end{bmatrix}' \dots\dots\dots (52)$$

と表される。

文 献

- (1) 例えば, 松本 治・梶田秀司・谷 和男, 移動ロボットの
内界センサのみによる姿勢検出とその制御, 日本ロボッ
ト学会誌, 8 5 (1990), 37-46.

- (2) 尾坂 力・ほか 3 名, 二輪車の安定化制御, システムと制
御, 25 3 (1981), 159-166.
(3) 本間 大・ほか 4 名, 二輪不整地走行ロボットとその制御
法の研究, 日本ロボット学会誌, 2 4 (1984), 366-371.
(4) 川路茂保・ほか 3 名, スピン動作による二輪車の安定化制
御, 電学論 D, 107 1 (1987), 21-28.
(5) 盛 再権, 山藤和男, 二輪車の姿勢安定と運動制御に関す
る研究(第 2 報, 二輪車ロボットの設計と実験結果), 機
論, 61 583, C(1995), 1042-1049.
(6) 山内恭彦, 一般力学, (1959), 173, 岩波書店.
(7) 美多 勉, デジタル制御理論, (1984), 114, 昭晃堂.