三次元乱流解析によるラビリンスシール内の流体力解析*

石井 英二^{*1}, 加藤 千幸^{*1}
菊地 勝昭^{*2}, 植山 淑治^{*2}Prediction of Rotordynamic Forces in Labyrinth Seal Based
on Three Dimensional Turbulent Flow ComputationEiji ISHII, Chisachi KATO,
Katsuaki KIKUCHI and Yoshiharu UEYAMA

A numerical method based on a finite volume approach has been proposed to estimate the rotordynamic forces on an eccentric labyrinth seal. The general orthogonal coordinate system is applied to the Reynolds averaged Navier-Stokes equations in order to accommodate the geometry of interest efficiently. The SIMPER algorithm and the low Reynolds number $k-\epsilon$ turbulence model are used to compute the complex turbulent flow field within a seal. To verify the validity of the proposed method, the turbulence in a three cavity labyrinth seal with an inlet swirl has been calculated. The results are compared with the experimental data in previous reports, and good agreement is found. It is shown that the details of the flow field near each labyrinth fin should be rigorously taken into account to estimate the rotordynamic forces accurately, and that the labyrinth fin has more effect on the tangential force component than on the radial one. The proposed method has been proven to be an effective tool for estimating rotordynamic forces.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Seal, Vibration Coupled with Fluid Motion, Rotor Dynamics, Labyrinth Seal

1. 緒 言

最近の流体機械の高出力化に伴い、作動流体が高速、高圧な条件下で、機械が運転される場合が増加しており、軸受やラビリンスシールのようなコンポーネントの信頼性向上に対する要求が強まりつつある。特にラビリンスシールでは、シール内部の流体力に起因する流体関連振動が問題となるが、これに関しては現在でも未解明な点が多く、詳細な流体解析に基づくロータダイナミクスの解析が強く望まれている。

従来、ラビリンスシールに関する研究は、実験に関しては、WachterとBenckert⁽¹⁾、Wright⁽²⁾、金光⁽³⁾によるものがある。Wachterら⁽¹⁾は、回転軸の静的な偏心により発生する流体力を測定しているのに対し、Wright⁽²⁾、金光⁽³⁾は、回転軸の振れ回りにより生じる動的な流体力の測定を行っている。一方、解析では、Alford⁽⁴⁾、岩壺⁽⁵⁾、Childs^{(6)~(8)}によるものがある。これら従来の解析方法では、ラビリンスシールの各キャビティを部屋とみなして、キャビティに出入りする運動

量やエネルギーをマクロ的に考えるため、流体力に対するシール形状の影響を正確に評価できなかった。最近では数値流体力学の発達に伴い、DietzenとNordmann⁽⁹⁾や斉藤⁽¹⁰⁾は、数値流体解析に摂動法を組合せる方法を用いて、シール形状を考慮に入れた計算を行っている。また、Rhodeら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾は、回転軸の偏心による影響を正確に評価するために、摂動法を使わず、ラビリンスシール内の流れを三次元で解析し、回転軸周りの圧力分布や回転軸に加わる流体力を計算し、Rajakumar⁽¹³⁾やLeong⁽¹⁴⁾の実験値による検証を行っている。

しかし、ラビリンスシール内の流れを三次元で解析した報告の多くは、実験に対して、圧力の分布や流体力の作用方向といった定性的なことを比較したのみで、定量的に圧力や流体力の大きさを比較したものは少ない。また、従来の実験方法に対し、圧力の測定位置や流体力の計算方法などについて、定量的な比較をもとに検証した例は少ない。そこで本研究では、まずラビリンスシール内の三次元乱流解析コードを開発した。さらに検証計算では、実機での使用状態を考慮して、入口に旋回流が存在するケースを扱った。また、計算結果を実験値と比較する際には、回転軸周りの圧力の測定位置やシール内部の流体力の計算方法を、実験

* 原稿受付 1995年12月5日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所(〒300 上浦市神立町502)。^{*2} 正員、(株)日立製作所上浦工場。

と同一条件で比較できる方法をとった。そして、従来の多くの実験報告が、シールのキャビティ部で測定した圧力から流体力を計算していたことに対し、フィン前後での圧力変化が流体力に及ぼす影響を調べるため、シール内の流体力の分布を詳細に求めた。

計算は、作動流体を空気として、有限体積法を用いて行った。一般に、ラビリンスシールには10段以上のものがあり、EWSによる実用的な計算を考えると、1段当たり約1~2万節点で三次元解析をしようとする、メッシュの半径方向と周方向の長さの比が1:100から1:1000に達してしまう。そのため、通常の解析方法では、解が発散してしまい、計算は不可能である。また、このような流れ場において、流体力を求めるために、圧力場を精度良く予測することは非常に困難である。そこで本解析では、Rhodeら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾にならい、解の収束性の良いSIMPLER法を採用するとともに、直交曲線座標により流れの方程式を定式化することで、回転軸の偏心による微少な境界形状の変化に対応できるようにした。さらに、初期条件の計算方法や、出口境界の設定を工夫し、解の収束の安定性や予測精度の向上を図った。また、シール内の乱流場を解析するにあたっては、キャビティ部での低レイノルズ数効果を考慮して、Hoffmann⁽¹⁵⁾による低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルを採用した。

使用記号

- C_{e1} : モデル定数 = 1.44
- C_{e2} : モデル定数 = 1.92
- C_{μ} : モデル定数 = 0.09
- F_y : 回転軸に生じる y 方向力
- F_z : 回転軸に生じる z 方向力
- k : 乱流エネルギー
- P : 乱流エネルギー k の生産項

Fig. 1 Model seal geometry

- p : 圧力
- U_i : カートesian座標での速度成分
- $U(i)$: 直交曲線座標での速度成分
- x_i : カートesian座標系
- ϵ : 乱流エネルギー k のエネルギー散逸率
- θ : 最大すきま部から反時計回りに測った角度
- μ : 粘性係数
- μ_{eff} : 実質粘性係数
- ν : 動粘度
- ρ : 密度
- σ_k : モデル定数 = 1.0
- σ_{ϵ} : モデル定数 = 1.3
- τ_{ij} : レイノルズ応力

2. 解析方法

2.1 基礎方程式の導出 本解析では、図1に示すように、直通形ラビリンスシールを計算対象とする。また回転軸は図2に示すように、ステータ中心に対して偏心状態で角速度 ω で回転する。

カートesian座標系では、乱流場における時間平均した連続の式と Navier-Stokes の方程式は定常流れを仮定すると次式で表される。

$$\frac{\partial(\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2)$$

上式のレイノルズ応力 τ_{ij} は $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて求める。乱流エネルギー k とエネルギー散逸率 ϵ の輸送方程式は次式となる。

$$\frac{\partial(U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P - \rho \epsilon \quad (3)$$

Fig. 2 Sign convention of peripheral angle and fluid forces

$$\frac{\partial(\rho U_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} f_1 P - C_{\varepsilon 2} f_2 \rho \varepsilon) \quad (4)$$

上式のレイノルズ応力 τ_{ij} 、乱流エネルギー k の生産項 P および実質粘性係数 μ_{eff} は次式で表される。

$$\tau_{ij} = -\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_{\text{eff}} \frac{\partial U_m}{\partial x_m} \right) \delta_{ij} \quad (5)$$

$$P = - \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \tau_{ij} \quad (6)$$

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{C_\mu f_\mu \rho k^2}{\varepsilon} + \mu \quad (7)$$

減衰関数 f_1, f_2, f_μ は以下の値を使用した。

$$f_1 = 1.0 \quad (8)$$

$$f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_t^2) \quad (9)$$

$$f_\mu = \exp \left(\frac{-1.75}{1 + R_t/50} \right) \quad (10)$$

ただし、 R_t は乱流レイノルズ数であり

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \varepsilon} \quad (11)$$

で定められる。

当初 Rodhe⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ と同様に、Launder と Spalding⁽¹⁶⁾ による標準形の $k-\varepsilon$ モデルで解析をしたところ、実験値に対して良い一致が得られなかった。これは、ラビリンスシールのフィンの部分では乱流が発達するが、キャビティの部分では乱流が減衰して、低レイノルズ数効果が生じるためと考えられる。そこで減衰関数 f_1, f_2, f_μ についてのみ Hoffmann⁽¹⁵⁾ による低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルを使用した。

また、上記の式はカーテシアン座標系に対する表記であるが、ラビリンスシール内では回転軸の中心はステータの中心から偏心しているため、Wood⁽¹⁷⁾ による二極座標を用いる。すなわち、図2において、回転軸とフィンの先までの同心円部は円筒座標とし、フィン先からステータまでの二つの偏心した円筒の間に二極座標を用いる。

上述した2種類の座標系は、直交曲線座標として同一の座標上で扱うことが可能である。そこで Pope⁽¹⁸⁾ による直交曲線座標系での流れの定式化を使用する。

次の演算子、

$$\nabla(i) = \frac{h_i}{|h|} \frac{\partial}{\partial x(i)} \frac{|h|}{h_i} \quad (12)$$

$$H_j(j) = \frac{1}{h_j h_j} \frac{\partial h_i}{\partial x_j} \quad (13)$$

ただし、

$$h_i^2 = \sum_m \frac{\partial x^m}{\partial x^i} \frac{\partial x^m}{\partial x^i} \quad (14)$$

$$|h| = h_1 h_2 h_3 \quad (15)$$

x^i : 直交曲線座標系

x^i : カーテシアン座標系

を用いて、式(1)～(6)は以下のような直交曲線座標系の表現で表される。

$$\nabla(i)[\rho U(i)] = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \nabla(i)[\rho U(i)U(j) + \tau^*(ij)] = & -\frac{\partial p^*}{\partial x(j)} \\ & + H_i(j)[\rho U(i)U(i) + \tau^*(ii)] \\ & - H_j(i)[\rho U(i)U(j) + \tau^*(ij)] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\nabla(i) \left[\rho U(i) \phi - \frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x(i)} \right] = S_\phi \quad (18)$$

ただし、

$$p^* = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_{\text{eff}} \nabla(i)U(i) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \tau^*(ij) = & -\mu_{\text{eff}} \left[\frac{\partial U(i)}{\partial x(j)} + \frac{\partial U(j)}{\partial x(i)} \right. \\ & \left. - U(i)H_i(j) - U(j)H_j(i) + 2U(m)H_i(m)\delta_{ij} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

式(18)における ϕ は k および ε に対応する。また、 k の生産項は次式で表される。

$$\begin{aligned} P = & -\tau^*(ij) \left[\frac{\partial U(i)}{\partial x(j)} - U(j)H_j(i) \right. \\ & \left. + U(m)H_i(m)\delta_{ij} \right] \\ & - \frac{2}{3} [\rho k + \mu_{\text{eff}} \nabla(i)U(i)] \nabla(m)U(m) \end{aligned} \quad (21)$$

また、各式の密度 ρ に関しては、圧力の変化による密度変化がシールの圧力降下に影響を与えるため、

$$p = \rho R T \quad (22)$$

より求めた。 p は圧力、 R は気体定数であり、温度変化は小さいと仮定して、温度 T を一定とした。

2.2 基礎式の離散化 式(16)～(18)をコントロール・ボリューム法により離散化し、速度成分をスタッガード格子に配置した。また、不等分割メッシュに対応するため、Fornberg⁽¹⁹⁾ が提案した方法を用いた。

一般に、ラビリンスシールは、10段以上ある多段の場合も多く、EWS等での実用的な計算を考えると、1キャビティ当たり約1～2万節点の計算格子を使用するなら、半径方向と周方向のメッシュの長さ比のアスペクト比は1:100から1:1000に達してしまう。そのため、通常の解析方法では解が発散してしまい、計算は不可能である。またこのような流れ場で、流体力を求めるために、圧力場を精度良く予測することは非常に困難である。そこで本解析では、Rhodeら⁽¹¹⁾⁽¹²⁾と同様に、解の収束性の良いSIMPLER法⁽²⁰⁾を用いて

解析した。さらに、各離散化式は当初 ADI 法⁽²¹⁾により解くことを試みたが、TDMA⁽²¹⁾を用いる際に、格子点列を選ぶ方向(走査方向)を、半径方向や回転軸方向(特に半径方向)に選ぶと、解が発散して計算ができないことがわかった。そこで、計算の安定性を検討した結果、周方向に対してのみ TDMA⁽²¹⁾の走査を行って計算した。また、多段のラビリンスシールを一度に計算しようとする、シールのすきまに対して回転軸方向の長さが長くなり、圧力の収束が悪くなる傾向がある。そこで、初期条件を作成する際は、ラビリンスシール内の流れに放物形流れの性質を仮定して、上流から1段ずつ計算して初期条件を求めた。この際、各段の流入条件は、前段の流出条件を用い、流出条件に関しては速度こう配零とした。初期条件作成後は、全段を一括して計算した。

2・3 境界条件 低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルでは、壁面上で k および ϵ の境界条件を与える方法が一般的である。しかし、多段のラビリンスシールを解析対象と考える場合、壁面上まで細かなメッシュを切ることは、計算上大きな負担となる。そこで、今回は、壁法則を低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルと併用する方法をとった。これによる解への影響については、平行平板間乱流で評価した結果を後で示す。

k および ϵ については、一般に壁法則より、壁面にいちばん近い格子点を境界点と定めて

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad \dots\dots\dots (23)$$

Table 1 Comparisons of pressure gradient with the experiment

Re	Prediction	Experiment
100	0.119	0.12
27400	4.28E-3	4.33E-3
65000	3.49E-3	3.54E-3

Table 2 Calculated conditions

Labyrinth cavity number	3
Labyrinth fin pitch	12.7 mm
Labyrinth fin thickness	3.18 mm
Labyrinth fin height	7.94 mm
Mean clearance width	0.949 mm
Eccentricity ratio	0.43
Rotor radius	93.66 mm
Rotating speed	-2025 rpm
Inlet pressure	0.1077 MPa
Outlet pressure	0.1033 MPa
Inlet swirl velocity	-49.8 m/s

$$\epsilon = \frac{u_\tau^3}{xy_p} \quad \dots\dots\dots (24)$$

から値を求める。 u_τ は壁面摩擦速度、 x はカルマン定数を表し、 y_p は第一格子点までの距離を表す。速度に関しては対数則から壁面せん断応力が $y^+ \geq 11.63$ のとき

$$-\tau_w = \rho u_\tau^2 = \rho U x C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} / \ln[Ey^+] \quad \dots\dots\dots (25)$$

上式で

$$y^+ = y_p \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\nu} \quad \dots\dots\dots (26)$$

から求め、壁面境界において式(17)のせん断応力を τ_w で置き換えた。ただし、粘性低層内では $y^+ < 11.63$ のとき

$$\tau_w = -\mu \frac{\partial U}{\partial y_p} \quad \dots\dots\dots (27)$$

よりせん断応力を求めた。式(24)～(27)において添字 p は壁面から一つ離れた格子点であることを示す。

また、最終段出口境界では、速度成分に対してこう配零を仮定したが、これだけでは出口での周方向圧力変化がかなり大きくなってしまいう傾向がある。そのため、この影響により、最終段のキャビティでは実験値(特に入口に旋回速度成分がある場合)の100倍近い流体力を予測してしまう。これは、高アスペクト比のメッシュの影響と考えられ、同様な傾向は Rhode^ら(11)(12)の計算結果にも見られる。この問題に対処するには、出口にかなり大きなバッファ領域をとる必要があるが、これは計算の負担が増えるので問題がある。そこで、本解析では、出口にダミーのキャビティを1段設け、そこでの計算値は無視することとした。

3. 計算結果

3・1 平行平板間流れによる検証 本解析では、計算の負担を減らすために、低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルと壁法則を併用して使用している。これによる影響を評価するために、本解析コードを3種類のレイノルズ数 ($Re=100, 27400, 65000$) からなる平行平板間流れに適用した。表1は Hussain と Reynolds⁽²²⁾ の実験値 ($Re=100$ の値は厳密解である) に対し圧力こう配を比較したものである。圧力こう配は平板間距離を代表長さ、圧力を ρU_m^2 で無次元化した値である。 U_m は平板間での平均速度である。表1からわかるように実験値に比べ全体的に小さい値であるが、許容範囲にあると思われる。これより、解析コード適用の妥当性が示された。

3・2 ラビリンスシールへの適用 Rajakumar と Sisto⁽¹³⁾ による、3段のラビリンスシールの実験を

Fig. 3 Pressure contour

Fig. 4 Pressure distributions

Fig. 5 Pressure distributions

用いて検証計算を行った。計算条件を表2に示す。表2の軸回転速度と入口旋回速度の符号は方向を表し、半時計回りを正とする。図2の ω の矢印は軸回転方向を表す。

計算対象領域は図1のように設定した。図中のa点、b点、c点は、実験で圧力を測定した位置に対応する。実際の実験装置は、実質的には入口前にもう一段キャビティがあるような構造となっており、その影響を考慮に入れるため、1段めのキャビティの前に仮のキャビティ(0段めに対応する)を1段設けて計算し、a点での周方向圧力の平均値が実験値と一致するように、1段め入口の流速分布を与えた。

図3はシール最小すきま部(図2で $\theta=180$ 度の位置)の断面内圧力分布を示したものである。図3から、圧力はフィン入口で急変することがわかる。また、半

径方向には、圧力はあまり変化していない。これにより、流体力の算出では、実験と等しい条件で比較をするために、圧力の半径方向変化が小さいことを考慮して、実験と同様にステータ側の圧力を使用した。

図4は低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルと標準形 $k-\varepsilon$ モデルを使用した場合の、図1のa点、b点、c点での周方向圧力変化を示したものである。図4の横軸は、図2に示すように、最大すきまから反時計回りの角度を表し、縦軸は入口と出口の圧力差で無次元化した無次元圧力を表す。図4より、低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルでは、各段間の圧力降下は、Rajakumarら⁽¹³⁾の実験値とほぼ一致している。周方向の圧力変化に関しても、最低圧と最高圧の大きさおよび位置は実験値と良く合っている。一方、標準形 $k-\varepsilon$ モデルでは、周方向の圧力変化が低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルよりも

大きく予測され、特に1段めでは周方向圧力変化が実験値の2倍以上になっている。

図5は、図4の低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルのキャビティ中心(図1の a, b, c 点)での周方向圧力分布に、フィン前後の周方向圧力分布を加えたものである。フィン後部では、周方向圧力分布はキャビティ中心とあまり変わらないが、フィン前部では、流路断面積の急激な減少によるくさび効果により、圧力の変化が非常に大きくなっている。

図6と図7は、低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ モデルの計算結果に対し、図1における軸方向の任意の位置 x で、実験と同様にステータ側の圧力(ロータ側の圧力とほぼ同じ値)を軸の周方向に積分して、回転軸単位長さに加わる力 f_y と f_z (図2参照)を求めたものである。図中のマークは、図1の a, b, c 点で、実験の圧力値から求めた f_y と f_z を表す。図6と図7の点線はフィン両端の位置を示し、フィン中央の位置は、横軸の 0.0, 1.0, 2.0, 3.0 の値に対応する。 f_y と f_z は図2に示す方向を正とすると、 f_y は回転軸の偏心をもとに戻す力を表し、 f_z は回転軸がステータ中心に対して振れ回り運動を起こすのを減衰する力を表す。図6と図7の f_y と f_z は負の値を示し、従来の知見どおり、シール入口に旋回流が存在すると不安定な力が生じることがわかる。圧力に比べて f_y と f_z の予測が悪いのは、圧力の少しの誤差が、圧力を積分した流体力には大きく影響する

からである。従来、ラビリンスシール内の流体力を実験から求める際は、図1の a, b, c 点の圧力を各キャビティの代表値として計算していたが、図6と図7より、実際には流体力はフィン前後で急変することがわかる。また、フィン部での流体力は、フィン部の面積が小さいことから無視されることが多かったが、 f_y に関しては確かにフィン部では絶対値が小さく無視できるが、 f_z はフィン部で絶対値が大きな値を持っているため無視できない。特に、軸の自励振動に影響するのは f_y ではなく f_z であるため、フィン部の影響を考慮に入れた流体力の計算が必要である。

表3は、図6と図7を使って、ラビリンスシール全に加わる全流体力 F_y, F_z (方向は f_y, f_z と同じ)に対する、フィン部とキャビティ部の流体力の寄与分を示したものである。()内の数値はそれぞれの寄与分をパーセントで表した値である。表3から、フィン部の流体力は、 F_y では全体の9.7%と寄与は小さいが、軸の自励振動に影響を及ぼす F_z は36.5%と寄与は無視できないほど大きい。

4. 結 言

ラビリンスシールにおいて流体関連振動の原因となるシール内流体力を予測するため、有限体積法による三次元乱流解析コードを開発した。本解析コードでは、高アスペクト比のメッシュに対応するために、解の収束性の良いSIMPER法を採用するとともに、直交曲線座標により流れの方程式を定式化して、回転軸の偏心による微妙な境界形状の変化に対応できるようにした。さらに、初期条件と出口境界条件を工夫することで、解の収束性と解の予測精度の向上を図った。また、キャビティ部での低レイノルズ数効果を考慮するため、低レイノルズ数形 $k-\epsilon$ 乱流モデルを採用した。開発した解析コードの検証は、Rajakumar と Sisto⁽¹⁰⁾

Table 3 Fluid force distributions

	F_y	F_z
Fin+Cavity	-3.08 N	-4.73 N
Fin	-0.30 N (9.7%)	-1.73 N (36.5%)
Cavity	-2.78 N (90.3%)	-3.00 N (63.5%)

Fig. 6 Distribution of f_y

Fig. 7 Distribution of f_z

による3段の空気用ラビリンスシールの実験値と比較した。

計算の結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 実験値に対して周方向圧力分布を比較したところ、低レイノルズ数形 $k-\varepsilon$ モデルは良好な一致を示したが、標準形 $k-\varepsilon$ モデルは周方向圧力変化が大きくなり、良い予測結果が得られなかった。

(2) ラビリンスシール内の流体力の分布を計算したところ、回転軸に加わる y 方向力と z 方向力はフィン入口において大きく変化している。

(3) ラビリンスシール内の全流体力に対して、フィン部とキャビティ部の流体力の寄与を調べたところ、シール入口に回転速度がある場合は、 y 方向力に関してはフィン部の影響は小さいが、 z 方向力に関しては大きな影響を及ぼすことがわかった。これにより、従来の多くの実験のように、キャビティ部の流体力から全流体力を求める方法には問題があることがわかった。

今後は、多段のラビリンスシールに対して本解析コードを適用していくとともに、回転軸が振れ回りをしている場合についても解析を行っていく予定である。

文 献

- (1) Wachter, J. U. and Benckert, H., *Atomkernenergie*, **32** (1978), 239-246.
- (2) Wright, D. V., *ASME Applied Mechanics, Bioengineering, and Fluid Engineering Conference*, (1983), 19-31.
- (3) 金光陽一・大沢将・久慈信行, 機論, **51**-472, C (1985), 3407-3412.
- (4) Alford, J. S., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **87** (1965), 333-344.
- (5) 岩壺卓三・富田邦洋・本岡直人・川井良次, 機論, **49**-443, C (1983), 1128-1136.
- (6) Childs, D. W. and Scharrer, J. K., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbin. Power*, **108** (1986), 325-331.
- (7) Childs, D. W. and Scharrer, J. K., *ASME Biennial Conference on Mechanical Vibrations and Noise*, (1987), 411-426.
- (8) Childs, D. W. and Scharrer, J. K., *ASME Biennial Conference on Mechanical Vibrations and Noise*, (1987), 427-434.
- (9) Dietzen, F. J. and Nordmann, R., *Proceedings of Rotor-dynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery*, NASA CP 2443 (1986), 77-98.
- (10) 斉藤忍, 機論, **59**-568, C (1993), 3676-3681.
- (11) Rhode, D. L., Hensel, S. J. and Guidry, M. J., *Trans. ASME, J. Tribology*, **114** (1992), 683-689.
- (12) Rhode, D. L., Hensel, S. J. and Guidry, M. J., *Tribology Trans.*, **36** (1993), 461-469.
- (13) Rajakumar, C. and Sisto, F., *11th ASME Biennial Conference on Mechanical Vibrations and Noise*, (1987), 263-272.
- (14) Leong, Y. M. M. S., *Ph. D. Dissertation*, (1983), 187-210, Heriot Watt University.
- (15) Hoffmann, G. H., *Phys. Fluids*, **18** (1975), 309-312.
- (16) Launder, B. E. and Spalding, D. B., *J. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **3** (1974), 269-289.
- (17) Wood, W. W., *J. Fluid Mech.*, **3** (1959), 159-175.
- (18) Pope, S. B., *J. Comput. Phys.*, **26** (1978), 197-217.
- (19) Fornberg, B., *Mathematics Comput.*, **51** (1988), 699-706.
- (20) スハス V. バタンカー, コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, (1983), 136-138.
- (21) 日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, **4** (1988), 35-36, コロナ社.
- (22) Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, (1975), 568-580.