はすば歯車系の振動解析*

(第1報, 起振力を考慮した多自由度シミュレーションの開発)

王 韶 峰^{*1}, 梅 澤 清 彦^{*2}
北 條 春 夫^{*2}, 松 村 茂 樹^{*2}

Investigation of Dynamic Behavior of Helical Gear System (1st Report, Simulation of Multi-DOF System Taking Mesh Excitation into Account)

Shaofeng WANG, Kiyohiko UMEZAWA,
Haruo HOUJOH and Shigeki MATSUMURA

A dynamic model of a helical gear pair has been developed taking the kinematic properties of the shafts and bearings as well as mesh excitation into account. The model can be used to describe transverse, rotational, tilting and axial vibration of gears, that is, the gears are assumed to be vibrating in six principal directions, three for translational motion and three for swing motion. To introduce mesh excitation into the equation of motion, the properties of the shafts and bearings are considered to be concentrated at the center of the gear bodies and are modeled in terms of a suspending spring and an additional mass based on Rayleigh's principle. Then the tooth mesh stiffness was modeled in terms of two parallel springs which varies temporally with a certain phase relationship due to the helix angle. The differential equations are numerically solved using the Runge-Kutta Gill method. The results are in good agreement with experimental results with respect to the major resonance frequencies and amplitudes.

Key Words: Gear, Helical Gear, Shaft, Bearing, Coupled Vibration, Simulation, Multi-DOF System, Mesh Excitation

1. 緒 論

高速回転の機械の増加に伴い、歯車の動的挙動のより精密な解析が重要となっている。はすば歯車は接触線が歯車軸に対してねじれていることから歯面の接触状態を三次元的に解析する必要がある。そのため平歯車に比べてかみあい状態の解析が困難であり、いまだはすば歯車の振動解析は十分な精度で行われているとはいえない。

はすば歯車の振動解析の基礎として、梅澤らが歯の曲げたわみの近似式を求めた⁽¹⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾。また、梅澤・石川・鈴木が歯面接触による近寄りの影響関数を求めた⁽²⁾⁽⁶⁾。これらの結果を用いて、鈴木・梅澤は歯車装置の軸、軸受が十分剛である場合について、歯をばねとし歯車本体を質量としたモデルにより誤差の影響を含めた動力伝達用はすば歯車の回転方向振動挙動の解析法を開発した⁽⁷⁾。しかし、現実には用いられている歯車装置では、軸と軸支持部の剛性が十分でないことが多い。このような歯車系では軸の曲げや軸支持部の弾性が振動に及ぼす影響が大きく、回転方向以外の振動成

分も無視できない。

そこで、本研究では軸、軸受の影響まで含めた系について歯車の回転方向、軸直角方向、傾き方向、軸方向の振動挙動を記述できるシミュレーションを開発し、歯車の低振動設計のため指針を得ることを目的とする。すでに軸や軸受を要素分割する手法が提案されているが⁽⁹⁾、この手法では、はすば歯車対のかみあいによるばねの変動で発生する振動を既知の起振力の波形として与えなければならず、歯面の誤差などによる振動挙動のちがいを検討するのは困難である。

清野らは軸の影響を含めてはすば歯車の振動挙動を解析しているが、歯車対のばね剛さを平均化した値を用いており、起振力を考慮にいれた振幅についての定量的な考察は行われていない⁽³⁾。そこで本論文では、はすば歯車装置の軸、軸受のばねを歯車の位置に集約した上でかみあいのばねの時間変化を起振源として取り込んだモデルを提案し、その解析方法を示す。

2. 記 号

A : 軸の断面積

D : 減衰係数

F : 力

E : 縦弾性係数

* 原稿受付 1995年12月15日。

^{*1} 正員, 東京工業大学大学院 (〒226 横浜市緑区長津町4259)。

^{*2} 正員, 東京工業大学精密工学研究所。

- I : 断面二次モーメント
 J : 等価慣性モーメント
 J_G : 歯車の慣性モーメント
 J_s : 軸の慣性モーメント
 K_A, K_B : 軸受 A, B のばね剛さ
 K : 等価ばね
 L : 軸受間距離
 M : 曲げモーメント
 T : 伝達トルク
 b : 歯幅
 $k(t)$: 歯車の歯の作用線方向ばね
 m : 等価質量
 m_G : 歯車の質量
 m_s : 軸の質量
 r_g : 基礎円半径
 t : 時間
 t_e : 法線ピッチ
 u, v : 傾き方向変位 $u = r_g \theta_x, v = r_g \theta_y$
 w : 回転方向変位 $\omega = r_g \theta_z$
 θ : 各軸まわりの角変位
 α_s : 正面圧力角
 β_g : 基礎円筒上のねじれ角
 δ : 変位
 ϕ : 位相差
 ξ : 減衰比
 添字
 a, b : 歯車間でかみあいによるばねを2本に分割し

た各ばねを示す

i : 1=駆動側, 2=被動側

x, y, z : 各座標軸を示す

3. 解析モデル

本研究では軸、軸受を含むはすば歯車系の振動挙動を高精度で解析するために図1のように軸、軸受のばねを歯車位置における等価ばねとして取扱う多自由度振動モデルを提案する。歯車の振動挙動は x 軸、 y 軸、 z 軸と、 x 軸まわり θ_x 、 y 軸まわり θ_y 、 z 軸まわり θ_z の6方向について考慮することとし、駆動側と被動側の各方向の振動が歯のばねにより連成する12自由度の系として振動解析を行う。なお図中で示した円筒は図2で後に示すように歯車の歯幅を表しているものではない。

3.1 歯対のばねのモデル化 はすば歯車対のかみあいを図2のように作用平面上で考えると、接触線上の荷重分布の重心位置は、かみあいが進行していく過程で歯幅方向の端から反対の端へ移動していくため、歯のばねが x 軸まわりの振動の起振源や復元力として作用する。本論文ではその影響を考慮するために、歯車対のばねを歯幅方向に二分割して取扱う方法⁽⁹⁾に基づいて以下のモデル化を提案する。すなわち図2で歯幅方向に二等分して得られた二組の仮想的な歯車対それぞれについてピッチ円筒上で歯幅中央を通るように点AF間に仮定したばね $k_a(t)$ と点ED間に仮定したばね $k_b(t)$ を配置する。このとき、各ばねに生ず

Fig. 1 Vibration model

る力は仮想の点 A, F と E, D に作用する。

図2に示すようにある瞬間における同時接触線 CL₁, CL₂ を考える。上述のように歯車を半分ずつに分けて、それぞれのばねを考えると、接触線 CL₂ 上で左右の歯車の歯のかみあいの代表位置 P, Q で歯のばねに位相差が存在する。

歯車対の作用線方向ばねをフーリエ変換して

$$k(t) = k_0 + \sum_{j=1}^{\infty} A_j \sin(j\omega t + \phi_j) \quad (1)$$

と表すとき、図2のような2本のばね $k_a(t)$, $k_b(t)$ の位相差を考慮すると、作用線方向のそれぞれのばねは

$$k'_a(t) = \frac{k_0}{2} + \frac{1}{2 \cos(\phi/2)} \sum_{j=1}^{\infty} A_j \sin(j\omega t + \phi_j - \phi/2) \quad (2)$$

$$k'_b(t) = \frac{k_0}{2} + \frac{1}{2 \cos(\phi/2)} \sum_{j=1}^{\infty} A_j \sin(j\omega t + \phi_j + \phi/2) \quad (3)$$

となる。ここで、2本のばねの位相差 ϕ は図2から幾何学的に

$$\phi = \frac{l_\phi}{l_e} \times 2\pi \quad (4)$$

と決定される。ここで $l_\phi = 0.5b \times \tan \beta_g$ である。このとき歯直角方向ばねはおのの、

$$k_a(t) = \frac{k'_a(t)}{\cos^2 \beta_g} \quad (5)$$

$$k_b(t) = \frac{k'_b(t)}{\cos^2 \beta_g} \quad (6)$$

となる。

また図1, 2 のモデルにおけるばね $k_a(t)$, $k_b(t)$ の着

Fig. 2 Layout of meshing spring

力点 F, D, A, E の位置をそれぞれ a_l , a_r , b_l , b_r とすれば、歯車の基礎円半径をそれぞれ r_{g1} , r_{g2} , 正面圧力角 α_s , 歯幅を b として、

$$a_l = r_{g2} \tan \alpha_s \tan \beta_g - \frac{b}{4} \quad (7)$$

$$a_r = r_{g2} \tan \alpha_s \tan \beta_g + \frac{b}{4} \quad (8)$$

$$b_l = r_{g1} \tan \alpha_s \tan \beta_g + \frac{b}{4} \quad (9)$$

$$b_r = r_{g1} \tan \alpha_s \tan \beta_g - \frac{b}{4} \quad (10)$$

となる。

3.2 軸および軸受の等価ばね剛さ 軸、軸受のたわみが歯車の振動に与える影響を考慮して解析するために、図1の K_x , K_y , K_z , $K_{\theta x}$, $K_{\theta y}$, $K_{\theta z}$ で示される各方向の等価ばねと、それに対応する等価質量を正確に決定する必要がある。なお、軸と軸受の間はモーメントを受けない単純支持として取扱う。

3.2.1 軸直角方向の等価ばねと等価質量 歯車軸方向 (z 軸) に対し垂直な x , y 方向の等価ばねと等価質量について検討する。軸、軸受を考慮した x 方向の振動モデルを図3(a)に示す。 x 方向の軸受ばね剛さをそれぞれ K_{Ax} , K_{Bx} とすると、外力 F_x , M_y が作用している歯車の位置の変位 x は

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{F_x}{2K_{Ax}} + \frac{F_x}{2K_{Bx}} \right) + \frac{F_x L^3}{48EI} + \frac{M_y}{L} \left(\frac{1}{K_{Bx}} - \frac{1}{K_{Ax}} \right) \quad (11)$$

と表される。なお、本研究では K_{Ax} と K_{Bx} の差は小さいと考えて、 M_y による変位は省略する。これを図3(b)のように単純化すると、等価ばね剛さ K_x は

$$K_x = \frac{F_x}{x} = \frac{48EI K_{Ax} K_{Bx}}{12EI(K_{Ax} + K_{Bx}) + L^3 K_{Ax} K_{Bx}} \quad (12)$$

と求められる。ここで、歯車の質量を m_G とし軸の質量 m_s とすると、等価質量 m_x はレーリーの方法によって、

$$m_x = m_G + 0.5m_s \quad (13)$$

と表す。

ここで x 軸方向について示したが、 y 軸方向について

Fig. 3 Modeling of gear system in transverse direction

ても同様に取扱うことができる。

3・2・2 傾き方向の等価ばねと等価質量 x 軸, y 軸回りの傾き, すなわち θ_x, θ_y 方向の等価ばねと等価質量について考察する。図4(a)のように, x 軸まわりのモーメント M_x が作用する歯車位置において歯車系の x 軸まわりの傾き振動を図4(b)のような等価系に置き換える。

歯車位置の傾き角 θ_x は曲げモーメント M_x , 外力 F_y による軸変形および軸受ばねによる変位の和として,

$$\theta_x = \frac{F_y}{2L} \left(\frac{1}{K_{By}} - \frac{1}{K_{Ay}} \right) + M_x \left(\frac{L}{12EI} + \frac{1}{L^2 K_{Ay}} + \frac{1}{L^2 K_{By}} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

と表せる。なお, 3・2・1 項の軸直角方向の等価ばねと同様に考えて, F_y による変位は省略する。よって等価傾きばね $K_{\theta x}$ は

$$K_{\theta x} = \frac{M_x}{\theta_x} = \left(\frac{L}{12EI} + \frac{1}{L^2 K_{Ay}} + \frac{1}{L^2 K_{By}} \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。

歯車の傾き慣性モーメントを J_{Gx} とし, 軸の慣性モーメントを J_{sx} とすると, 等価系の慣性モーメント J_x はレーリーの的方法より

$$J_x = J_{Gx} + 0.5 J_{sx} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。

y 軸まわりの等価ばねおよび等価質量についても添字 x を y に置き換えることで同様に取扱うことができる。

3・2・3 軸方向の等価ばねと等価質量 軸方向の等価ばねについて検討する。図5(a)のように歯車取付位置に軸方向の力 F_z が作用するとき, 軸受部の軸方向のばね K_{Az}, K_{Bz} の反力 F_{Az}, F_{Bz} とし, 軸の断面積を A とすれば,

$$z = \frac{F_{Az}}{K_{Az}} + \frac{LF_{Az}}{2EA} = \frac{F_{Bz}}{K_{Bz}} + \frac{LF_{Bz}}{2EA} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$F_z = F_{Az} + F_{Bz} \quad \dots\dots\dots (18)$$

が成り立つ。よって, 図5(b)の等価系の軸方向の等価ばね K_z は

$$K_z = \frac{F_z}{z} = \frac{4EA \{ (K_{Az} + K_{Bz})EA + K_{Az}K_{Bz}L \}}{(K_{Az}L + 2EA)(K_{Bz}L + 2EA)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

と求められる。

Fig. 4 Modeling of gear system in tilting direction

Fig. 5 Modeling of gear system in axial direction

等価質量 m_z はレーリーの的方法により

$$m_z = m_G + k_z m_s \quad \text{ただし, } k_z < 1.0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

と表されるが, z 軸方向の軸のばね剛さは軸受部のばね剛さに対して十分大きいので $k_z = 1$ とする。

3・2・4 回転方向の等価ばねと等価質量 回転方向ばねはカップリングと軸のねじり方向ばねの合成と考えることができるが, 歯車対のかみあいによる歯のばねに比べて十分小さいから無視する。回転方向慣性質量は軸と歯車の回転方向慣性質量の和である。

3・3 運動方程式 図1で o_1, x_1, y_1, z_1 は空間に固定されている駆動歯車の直交座標系であり, 原点 o_1 は負荷トルクが零のときの駆動歯車の中心と一致する。 o_2, x_2, y_2, z_2 は空間に固定されている被動歯車の直交座標系である。 x_1, x_2 軸は両歯車の中心を結ぶ線上に設定する。回転角度は軸方向から見て時計まわり方向を正とする。本研究では歯のかみあいによる連成を簡潔に取扱うために, 回転方向の角変位 θ_z は作用線方向の変位 $w = r_g \theta_z$ に変換して取扱う。傾き方向も同じように角変位 θ_x, θ_y を変位 $u = r_g \theta_x, v = r_g \theta_y$ に変換する。これにより運動方程式は

$$[m]\{\ddot{\delta}\} + [D]\{\dot{\delta}\} + [k]\{\delta\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

となる。ここで, $\{\delta\}$ はそれぞれの歯車の変位を表すベクトルで,

$$\{\delta\} = \{x_1, y_1, z_1, u_1, v_1, w_1, x_2, y_2, z_2, u_2, v_2, w_2\}^T \quad \dots\dots\dots (22)$$

と表される。

質量マトリックス $[m]$, 減衰マトリックス $[D]$, 剛性マトリックス $[k]$ は対角行列として

$$[m] = \text{diag}(m_{x1}, m_{y1}, m_{z1}, m_{u1}, m_{v1}, m_{w1}, m_{x2}, m_{y2}, m_{z2}, m_{u2}, m_{v2}, m_{w2}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$[D] = \text{diag}(D_{x1}, D_{y1}, D_{z1}, D_{u1}, D_{v1}, D_{w1}, D_{x2}, D_{y2}, D_{z2}, D_{u2}, D_{v2}, D_{w2}) \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$[k] = \text{diag}(K_{x1}, K_{y1}, K_{z1}, K_{u1}, K_{v1}, K_{w1}, K_{x2}, K_{y2}, K_{z2}, K_{u2}, K_{v2}, K_{w2}) \quad \dots\dots\dots (25)$$

と表される。

歯車に加わる各方向の力 $\{F\}$ は、外部からの伝達トルクとかみあいによって歯車間に作用する力によって、

$$\{F\} = \left\{ \begin{array}{l} (F_a + F_b) \cos \beta_g \sin \alpha_s \\ -(F_a + F_b) \cos \beta_g \cos \alpha_s \\ -(F_a + F_b) \sin \beta_g \\ -\frac{F_a b_l + F_b b_r}{r_{g1}} \cos \beta_g \cos \alpha_s + (F_a + F_b) \sin \beta_g \sin \alpha_s \\ -\frac{F_a b_l + F_b b_r}{r_{g1}} \cos \beta_g \sin \alpha_s - (F_a + F_b) \sin \beta_g \cos \alpha_s \\ \frac{T_1}{r_{g1}} + (F_a + F_b) \cos \beta_g \\ -(F_a + F_b) \cos \beta_g \sin \alpha_s \\ (F_a + F_b) \cos \beta_g \cos \alpha_s \\ (F_a + F_b) \sin \beta_g \\ -\frac{F_a a_l + F_b a_r}{r_{g2}} \cos \beta_g \cos \alpha_s + (F_a + F_b) \sin \beta_g \sin \alpha_s \\ -\frac{F_a a_l + F_b a_r}{r_{g2}} \cos \beta_g \sin \alpha_s - (F_a + F_b) \sin \beta_g \cos \alpha_s \\ \frac{T_2}{r_{g2}} + (F_a + F_b) \cos \beta_g \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

のように表現できる。

ここで、歯のばね k_a, k_b の時間とともに変化する変位を各々 $\Delta N_a, \Delta N_b$ とすると、かみあいによって歯車間に作用する力 F_a, F_b は、弾性項に加えて粘性減衰項を仮定して、

$$F_a = \Delta N_a k_a(t) + \frac{d}{dt} (\Delta N_a) D \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$F_b = \Delta N_b k_b(t) + \frac{d}{dt} (\Delta N_b) D \quad \dots\dots\dots (28)$$

と表される。 $\Delta N_a, \Delta N_b$ は以下のような関係にある。

$$\Delta N_a = \cos \beta_g (\cos \alpha_s \Delta N_{ay} - \sin \alpha_s \Delta N_{ax}) + \sin \beta_g \Delta N_{az} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\Delta N_b = \cos \beta_g (\cos \alpha_s \Delta N_{by} - \sin \alpha_s \Delta N_{bx}) + \sin \beta_g \Delta N_{bz} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\Delta N_{ax} = -\frac{b_l}{r_{g1}} v_1 - \frac{a_l}{r_{g2}} v_2 + w_1 \sin \alpha_s + w_2 \sin \alpha_s + x_1 - x_2 \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\Delta N_{ay} = \frac{b_l}{r_{g1}} u_1 + \frac{a_l}{r_{g2}} u_2 - w_1 \cos \alpha_s - w_2 \cos \alpha_s + y_1 - y_2 \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\Delta N_{az} = (v_1 + v_2) \cos \alpha_s - (u_1 + u_2) \sin \alpha_s + z_1 - z_2 \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\Delta N_{bx} = -\frac{b_r}{r_{g1}} v_1 - \frac{a_r}{r_{g2}} v_2 + w_1 \sin \alpha_s + w_2 \sin \alpha_s + x_1 - x_2 \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\Delta N_{by} = \frac{b_r}{r_{g1}} u_1 + \frac{a_r}{r_{g2}} u_2 - w_1 \cos \alpha_s - w_2 \cos \alpha_s + y_1 - y_2 \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\Delta N_{bz} = (v_1 + v_2) \cos \alpha_s - (u_1 + u_2) \sin \alpha_s + z_1 - z_2 \quad \dots\dots\dots (36)$$

4. 数値解析法

本研究では3章で示した振動モデルをもとに、軸、軸受のばねを考慮したはすば歯車の12自由度の振動シミュレーションを開発した。そのフローチャートを図6に示す。

最初に、梅澤ら⁽⁴⁾⁽⁷⁾の方法により、歯のばね剛さの時間変動を求める。この方法では荷重が十分大きく歯面全面がかみあいに参加する条件で、歯面誤差の影響をも考慮することが可能である。

次に、歯車の装置各部の寸法、ばね剛さなどから、3章で提案した各振動方向の等価ばね、等価質量を求める。

最後に、歯車系全体の運動方程式(21)をRunge Kutta-Gill法により解いて、はすば歯車系の振動挙動を求める。これより12自由度各成分の振動加速度をオーバーオールおよびかみあい次数成分のrms値として出力する。

5. 歯車系のばねおよび減衰比の同定

はすば歯車の動的負荷かみあい試験に先立ち、試験歯車装置各部位のばね剛さ、減衰比などの諸元を実験的に同定した。

図7に示すように歯車の位置で軸直角方向に荷重 P をかけ、歯車軸上のC、D、E、F、Gの5箇所で電気マイクロメータにより水平(x)、垂直(y)方向の静的

Fig. 6 Flow chart

な変位を測定した。CとD、FとGの測定結果より、軸受のばねを求めた。さらに軸方向の荷重試験も行い、軸受部の軸方向のばね剛さを測定した。測定した軸受の各方向のばね剛さを表1に示す。また各方向の減衰は粘性減衰で、 $D=2\sqrt{KM}$ のように取扱う。その減衰比は衝撃加振に対する振動応答を加速度ピックアップ

Table 1 Stiffnesses of bearings

	$K_A [N/m]$	$K_B [N/m]$
Horizontal (x)	4.5×10^8	4.5×10^8
Vertical (y)	4.0×10^8	4.0×10^8
Axial (z)	1.5×10^6	1.5×10^8

Table 2 Damping factors

Direction	x, y	θ_x, θ_y	z
Value	0.05	0.03	0.03

Table 3 Gear data

Gear pair		1:1
Number of teeth	Z	52
Helix angle	$\beta_0 (^{\circ})$	30
Normal pressure angle	$\alpha_c (^{\circ})$	20
Normal module	$m_n (mm)$	2.0
Facewidth	$b (mm)$	20

Fig. 7 Measurement of stiffness in transverse direction

Fig. 8 Equivalent transverse spring at the middle of a shaft in horizontal direction

で計測し、時間波形から歯車系の各方向の減衰比を同定し、その結果を表2に示す。また、歯の減衰比は平歯車の研究により求められている0.07を用いた。

なお提案した等価ばね剛さの考え方の検証のため、表1に示す軸受部のばね剛さの実測値を式(12)に代入して求めた等価ばね剛さによる変位と、図7の歯車位置Eで測定した水平方向変位の比較を図8で行った。双方よく一致しており、提案した等価ばね剛さの考え方が妥当なものであることが確認された。

6. 実験的検証

提案したシミュレーションを検証するために表3に

Fig. 9 Experimental data of 1st order component

Fig. 10 Simulation of 1st order component ($\phi=0^{\circ}$)

示すような歯車諸元を用いて実験を行った。

歯車間のばね $k_a(t)$, $k_b(t)$ の位相差 ϕ は式(4)より 286° である。ここではこの値の妥当性の検証のために $\phi=0^\circ$, 286° の両方について、伝達トルク $150 \text{ N}\cdot\text{m}$ で解析値と実験値の比較・考察を行う。

かみあい一次成分の実験結果を図9に、 $\phi=0^\circ$ とした解析結果を図10に、 $\phi=286^\circ$ の解析結果を図11に示す。横軸はかみあい周波数で縦軸は加速度のrms値で表す。左側が駆動歯車で、右側が被動歯車の振動である。実験と対比するために、一段めは z 軸に垂直な平面内での振動を加速度ピックアップで計測する場合の大きさに換算して、軸直角方向(Transverse)振動と

して示している。二段めは回転方向(Rotational)振動を示す。三段めは、軸直角方向振動と同じ考え方に基づいて、 z 軸に対する歯車軸の傾きを生じさせる振動の大きさを傾き方向(Tilting)振動と呼んで、基礎円(周)上で測定した場合に対応させるように換算して示している。四段めは軸方向(Axial)振動を示す。計測は歯車本体に取付けた加速度ピックアップで行われるために、軸直角方向振動および傾き方向振動は回転により変調を受ける、そのため、かみあい一次成分は、これを中心として回転周波数だけ上下にずれた一対の成分として観測される⁽⁸⁾。そこでそれらの成分を歯数を Z として回転の $Z\pm 1$ 次として図に示している。

Fig. 11 Simulation of 1st order component ($\phi=286^\circ$)

Fig. 13 Simulation of 2nd order component ($\phi=0^\circ$)

Fig. 12 Experimental data of 2nd order component

Fig. 14 Simulation of 2nd order component ($\phi=286^\circ$)

Fig. 15 Vibration mode at about 2500 Hz

定量的にみて $\phi=0^\circ, 286^\circ$ の両方とも実験結果と一致が認められ、特に図 11 の $\phi=286^\circ$ では傾きの実験結果で観測される $Z+1$ と $Z-1$ の挙動の差が表現されており、実験結果とよく一致しているといえる。

振動加速度のかみあい二次成分についての結果を図 12, 13, 14 に示している。解析結果において、図 13 の歯のばねの位相差が $\phi=0^\circ$ のときと図 14 の位相差 $\phi=286^\circ$ のときでは振動挙動が特に振幅の点から大きく異なり、図 14 の $\phi=286^\circ$ の場合のほうが図 12 の実験結果とよく一致している。よって式(4)で提案した歯のばねの位相差の取扱いは妥当なものであると考えられる。

また図 9, 10, 11 に縦線で示している 2500 Hz 付近の最も顕著なピークの振動モードを図 15 に示す。図 15 では各部位の変位の大きさを相対的に矢線の長さで表現した。左側は駆動歯車で、右側は被動歯車を示す。 $\phi=0^\circ$ の解析結果では x 軸まわりの振動がないのに対し、 $\phi=286^\circ$ の解析結果では実験結果より若干小さいが同じ位相で x 軸まわりの傾き方向振動 u_1, u_2 が発生しており、より厳密な振動挙動の記述ができることがわかる。

$\phi=286^\circ$ の解析結果と実験結果の振動加速度の Over

Fig. 16 Response of gear ratio 1: 1

All 値を図 16 に示すが全体的に良く一致している。

7. 結 論

軸、軸受を含めたはすば歯車の振動解析法について以下の成果を得た。

(1) 歯車系の各方向について、軸のたわみと軸受のばねの影響を考慮し、その影響を歯車の位置で集約する等価振動モデルを構築した。

(2) 提案したモデルにより歯のかみあいによるばねの変動を起振源として取り込んだはすば歯車の 12 自由度振動シミュレーションを開発し、これを実験により検証した。

(3) はすば歯車対のばねを 2 本に分け、そのばねの位相差を考慮する必要があることを明らかにした。

文 献

- (1) 梅澤清彦, 機論, 38, 308(1972), 896-904.
- (2) 梅澤清彦・石川 二郎, 機論, 38, 315(1972), 2979-2987.
- (3) 清野慧・会田俊夫・藤井康治, 機論, 43, 373, (1977), 3556-3566.
- (4) 梅澤清彦・鈴木登志夫・佐藤 一, 機論, 51, 469, C(1985), 2316-2323.
- (5) 小田哲・小出隆夫・池田敏彦・梅澤清彦, 機論, 52, 473, C(1986), 88-96.
- (6) 鈴木登志夫・梅澤清彦, 機論, 52, 481, C(1987), 2449-2455.
- (7) 鈴木登志夫・梅澤清彦, 機論, 52, 490, C(1987), 1249-1252.
- (8) 篠原竜太郎・北條春夫・梅澤清彦・王韶峰・谷治和文・松村茂樹, 機論, 61, 582, C(1995), 702-709.
- (9) Houjoh, H., Umezawa, K. and Matsumura, S., Vibration Analysis for a Pair of Helical Gears Mounted on Elastic Shafts, 1996, 7th Int. Power Transmission and gearing Conf., ASME, San Diego, USA. to be presented.