FRP 対称積層板の強制振動解析*

細川 健治^{*1}, 河島 勝也^{*2}
矢田 貴嗣^{*3}, 坂田 敏行^{*1}

Forced Vibration Analysis of Symmetrically Laminated Plates

Kenji HOSOKAWA, Katsuya KAWASHIMA,
Takashi YADA and Toshiyuki SAKATA

A numerical approach is proposed for analyzing forced vibration problems of a symmetrically laminated FRP (fiber reinforced plastic) composite plate. The numerical results for the forced vibration problem of a clamped symmetrically laminated plate are compared with experimental ones. First, we attempted to estimate numerically the steady-state response of a square plate, and the convergence of the results is discussed. The effect of structural damping factors on the steady-state response of the plate is numerically investigated. Second, by applying an experimental modal analysis technique to the beams produced from a lamina, the structural damping factors of the lamina are measured. Using the measured structural damping factors, the acceleration of the clamped symmetrically laminated rectangular plate is computed. Finally, the acceleration of the plate is obtained experimentally. Good agreement was observed from a comparison of experimental and numerical accelerances.

Key Words: Vibration, Forced Vibration, Vibration of Continuous System, Composite Material, Symmetrically Laminated Plate, Clamped Rectangular Plate

1. 緒 言

構造部材として軽量, 高剛性を有する繊維強化プラスチック (FRP) はさまざまな分野に応用されている。また, FRP を積層した板は基本的な構造部材であり, その自由振動および強制振動の研究成果もかなり発表されている^{(1)~(5)}。著者らは各種形状を有する FRP 対称あるいは非対称積層板の自由振動問題を解析するため, 板の静的曲げ問題のグリーン関数を用いる方法を提案した⁽¹⁾⁽³⁾。また, 提案した方法により求められた固有振動数および振動モードの解析結果と実験結果とを比較した結果, よく一致することが明らかとなった⁽²⁾⁽³⁾。一方, 一ノ宮らはリッツ法を用いて, 周辺支持あるいは片持 FRP 対称積層板の定常応答を解析し, 駆動点インピーダンス (力/速度) に及ぼす積層角度, 積層形態, および FRP 材料の違い等の影響を明らかにした⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかしながら, 積層板の減衰特性を求めることが困難なため, これらの解析では, 仮定した構造

減衰を用いている。

本論文では, 対称積層板のラミナの構造減衰を考慮した強制振動問題の数値解析法を提案する。計算例では, 周辺固定された対称積層正方形板の強制振動問題を解析し, 得られる解の収束性を検討する。また, 構造減衰が駆動点インピーダンスに及ぼす影響を明らかにする。次に, CFRP 積層板に用いられているラミナと同時に製作されたラミナの構造減衰を実験的に求める。そして, 得られた構造減衰を用いて, 周辺固定された CFRP 対称積層長方形板の強制振動問題を解析し, アクセランス (加速度/力) を計算する。さらに, 実験により得られたアクセランスと数値計算により得られたアクセランスとを比較検討することにより, 提案する数値計算法の妥当性を明らかにする。

2. 数 値 計 算 法

2・1 強制振動問題の解 対称積層板の強制振動問題を解析する数値計算法の概要を説明する。古典的な積層理論を用いれば, 対称積層板の曲げ振動の微分方程式は次式で表される。

$$L^*(w^*) + \rho h \ddot{w}^* = q^* \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし, h は板厚, $q^*(x, y, t)$ は板に作用する外力, $w^*(x, y, t)$ は板のたわみ, $\ddot{w}^* = \partial^2 w^* / \partial t^2$, t は時間変

* 1991 年 11 月 13 日 第 4 回計算力学講演会および 1995 年 8 月 21 日 Dynamics and Design Conference 1995 において講演, 原稿受付 1995 年 12 月 22 日。

*¹ 正員, 中部大学工学部 (〒487 春日井市松本町 1200)。

*² 学生員, 中部大学大学院。

*³ 正員, 中部大学大学院。

数, ρ は密度である。また, $L^*(\)$ は曲げ変形の微分演算子であり, 次式で与えられる。

$$L^*(\) = D_{11}^* \frac{\partial^4(\)}{\partial x^4} + 4D_{16}^* \frac{\partial^4(\)}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12}^* + 2D_{66}^*) \frac{\partial^4(\)}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26}^* \frac{\partial^4(\)}{\partial x \partial y^3} + D_{22}^* \frac{\partial^4(\)}{\partial y^4} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式に含まれる, 面外剛性(曲げ剛性) $D_{ij}^*(i, j=1, 2, 6)$ は, 次のように表される。

$$D_{ij}^* = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^R Q_{ij}^{*(r)} (z_r^3 - z_{r-1}^3) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし, 中立面から r 番めの層の底面への距離を z_{r-1} , 層の厚さを $z_r - z_{r-1}$ とする [文献(1)参照]。また, $Q_{ij}^{*(r)}$ は r 番めの層の繊維方向 [図 1(a) の 1 の方向] の複素弾性率 $E_1^* = E_1(1 + j\eta_1)$, 繊維に対して直角方向 [図 1(a) の 2 の方向] の複素弾性率 $E_2^* = E_2(1 + j\eta_2)$, 複素せん断弾性率 $G_{12}^* = G_{12}(1 + j\eta_{12})$, ポアソン比 ν_{12} , ν_{21} , および繊維配向角 θ_r より求められる(ただし, $j^2 = -1$)。ここで, η_1, η_2 , および η_{12} は積層板の構造減衰の大きさを表す損失係数である。式(1)の解は,

$$w^*(x, y, t) = \iint \{q^*(\lambda, \mu, t) - \rho h \ddot{w}^*(\lambda, \mu, t)\} \times G^*(x, y, \lambda, \mu) d\lambda d\mu \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし, 上式に含まれる関数 $G^*(x, y, \lambda, \mu)$ は板の境界条件および微分方程式,

$$L^*(G^*) = \delta(x - \lambda) \cdot \delta(y - \mu) \quad \dots\dots\dots (5)$$

を満足する。ここで, $\delta(\)$ は Dirac のデルタ関数である。式(4)を一般的に解くのは困難であるため, 図 1(b)に示すように板を分割する(分割数を N とする)。式(4)の被積分関数が分割領域内では一定と仮定して近似積分を行えば, 式(4)は次のように表される。

$$w^*(x, y, t) = \bar{w}^*(x, y, t) - \sum_{n=1}^N \rho h G^*(x, y, x_n, y_n) \ddot{w}^*(x_n, y_n, t) \Delta S_n \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, ΔS_n は分割された微小領域の面積, (x_n, y_n) は微小領域の代表点の座標である。また,

(a) r th layer (b) Dividing pattern

Fig. 1 Clamped laminated rectangular plate

$$\bar{w}^*(x, y, t) = \sum_{n=1}^N q^*(x_n, y_n, t) G^*(x, y, x_n, y_n) \Delta S_n \quad \dots\dots\dots (7)$$

強制振動の解を求めるために, 外力と変位を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} w^*(x, y, t) &= W^*(x, y) e^{j\omega t} \\ \bar{w}^*(x, y, t) &= \bar{W}^*(x, y) e^{j\omega t} \\ q^*(x, y, t) &= Q^*(x, y) e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)を式(6)に代入し, $x = x_m, y = y_m$ とすれば,

$$\begin{aligned} W^*(x_m, y_m) - \omega^2 \rho h \sum_{n=1}^N G^*(x_m, y_m, x_n, y_n) \\ \times \Delta S_n W^*(x_n, y_n) = \bar{W}^*(x_m, y_m) \\ m = 1, 2, 3, \dots\dots N \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

連立一次方程式(9)を解くことにより, たわみ $W^*(x_m, y_m)$ が求められる。

2.2 関数 G^* の計算 関数 G^* を式(10)のように仮定する。

$$G^*(x, y, \lambda, \mu) = \sum_{i=1}^l A_i^*(\lambda, \mu) \phi(x, y) x^i y^i \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし, $A_i^*(\lambda, \mu)$ は (λ, μ) により決まる定数, k と l は零または正整数であり, i により決められる。また, 関数 $\phi(x, y)$ は式(10)が板の境界条件を満足するための関数である。ガラーキン法に従って係数 $A_i^*(\lambda, \mu)$ を決める。すなわち,

$$\begin{aligned} \iint [L(G^*) - \delta(x - \lambda) \cdot \delta(y - \mu)] \phi(x, y) x^k y^l dx dy \\ = 0 \quad k, l = 0, 1, 2, \dots \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

式(11)を変形すると $A_i^*(\lambda, \mu)$ に関する連立一次方程式が得られる。この連立一次方程式より求められる $A_i^*(\lambda, \mu)$ を式(10)に代入することにより, 関数 G^* が求められる。

3. 計算例

周辺固定された対称積層正方形板に 2 章で提案した解析法を適用する。板の境界条件は境界 $x=0$ および $x=a$ において,

$$w^* = \frac{\partial w^*}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

境界 $y=0$ および $y=a$ において,

$$w^* = \frac{\partial w^*}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

関数 G^* が板の境界条件, 式(12)および式(13), を満足するためには, 関数 G^* に含まれる $\phi(x, y)$ は次の関数であればよい。

$$\phi(x, y) = x^2(x-a)^2 y^2(y-a)^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

板の分割方法は図 1(b)に示すように x 方向, y 方向ともに等分割とした。また, 計算に用いたラミナ材

料定数を表1の(a), (b)に示す⁽⁶⁾。

3・1 数値解の収束性 2章で提案した数値計算法の収束性を検討するため、比較的異方性の度合いが強いグラファイト繊維強化エポキシ材からなる、積層構成 $[\theta/-\theta/\theta]$ 、繊維配向角 $\theta=30^\circ$ の3層の正方形板に本解析法を適用した(すなわち、 $\theta_1=30^\circ$, $\theta_2=-30^\circ$, $\theta_3=30^\circ$)。損失係数は $\eta_1=\eta_2=\eta_{12}=\eta$ とし、加振振動数は基本固有角振動数の0.5, 0.8, 1.5および3.0倍とした。固有角振動数はラミナの繊維方向の曲げ剛さ $D_0=E_1h^3/12(1-\nu_{12}\nu_{21})$ により無次元化した。板の中心点における駆動点インピーダンス $Z(0.5a, 0.5a)$ に及ぼす、ガラーキン法に用いられる試行関数の項数 I

Table 1 Mechanical properties of lamina
(filamentary composite materials)

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
(a)E-Glass/Epoxy	60.7	24.8	11.99	0.23
(b)Graphite/Epoxy	138	8.96	7.1	0.30
(c)CFRP	97.62	6.26	5.18	0.33

Table 2 Convergence of driving point impedances $|Z(0.5a, 0.5a) \times 10^2 / j\omega\phi a^2|$ of a clamped three layered $[30^\circ/-30^\circ/30^\circ]$ square plate, Graphite/Epoxy, $\eta=0.01$, $N=15 \times 15$

Number of terms I	$ Z(0.5a, 0.5a) \times 10^2 / j\omega\phi a^2 $			
	$\omega=0.5\omega_1$	$\omega=0.8\omega_1$	$\omega=1.5\omega_1$	$\omega=3.0\omega_1$
3	62.46	14.34	7.739	14.32
6	44.79	8.935	10.18	7.789
10	44.79	8.935	10.18	7.789
15	41.46	8.286	12.57	15.91
21	41.46	8.286	12.57	15.91
28	40.50	8.165	14.05	39.06
36	40.50	8.165	14.05	39.06
45	39.87	8.082	14.70	23.93
55	39.87	8.082	14.70	23.93

Note : $\omega_1 / \sqrt{D_0 / \rho h a^4} = 21.441$

Table 3 Convergence of driving point impedances $|Z(0.5a, 0.5a) \times 10^2 / j\omega\phi a^2|$ of a clamped three layered $[30^\circ/-30^\circ/30^\circ]$ square plate, Graphite/Epoxy, $\eta=0.01$, $I=55$

Division number N	$ Z(0.5a, 0.5a) \times 10^2 / j\omega\phi a^2 $			
	$\omega=0.5\omega_1$	$\omega=0.8\omega_1$	$\omega=1.5\omega_1$	$\omega=3.0\omega_1$
3×3	39.46	7.734	20.08	8.734
5×5	39.87	8.075	15.02	7.012
7×7	39.87	8.081	14.75	20.21
9×9	39.87	8.081	14.71	22.84
11×11	39.87	8.082	14.70	23.58
13×13	39.87	8.082	14.70	23.83
15×15	39.87	8.082	14.70	23.93
17×17	39.87	8.082	14.70	23.97

Note : $\omega_1 / \sqrt{D_0 / \rho h a^4} = 21.441$

の影響を表2に、板の分割数 N の影響を表3に示す。表2および表3より、ガラーキン法に用いる項数 I は55項、板の分割数は $N=15 \times 15$ とした。

3・2 構造減衰の影響 損失係数 η_1, η_2 および η_{12} が、周辺固定された対称積層正方形板の駆動点インピーダンス $Z(0.1a, 0.3a)$ に及ぼす影響を図2に示す。積層構成は $[\theta/-\theta/\theta]$ 、繊維配向角は $\theta=30^\circ$ である。図中の実線はグラファイト繊維強化エポキシ材 (G/E) を、破線は E ガラス繊維強化エポキシ材 (E/E) を示

(a) $\eta_1=0.01, \eta_2=\eta_{12}=0.001$

(b) $\eta_1=0.001, \eta_2=0.01, \eta_{12}=0.001$

(c) $\eta_1=\eta_2=0.001, \eta_{12}=0.01$

Fig. 2 Effect of the structural damping factors on the driving point impedance of clamped three layered square plates; $[30^\circ/-30^\circ/30^\circ]$, Graphite/Epoxy (G/E), E-Glass/Epoxy (E/E)

す。図2より、弾性係数の大きい方向の減衰比が駆動点インピーダンスに大きい影響を与えることが明らかになった。また、ここでは示していないが、長方形板についても同様の傾向が得られた。

4. 実験的検討

試験片はプリプレグシート8層をオートクレーブ成形した対称積層板である(板厚 $h=1.55 \times 10^{-3}$ m)。各2層を一組として積層されているので、積層構成は $[\theta/-\theta/-\theta/\theta]$ 、繊維配向角は $\theta=30^\circ$ である。また、ラミナ材料定数の実測値は表1(c)に示されている値であり、密度 ρ は 1535 kg/m^3 である。CFRP 積層板に用いられているラミナと同時に製作されたラミナよりはりを作製し、ラミナの構造減衰を実験的モデル解析法により求める。得られた構造減衰を用いて周辺固定されたCFRP 対称積層正方形板および長方形板のアクセラランスを計算する。強制振動実験により得られたアクセラランスと数値計算により得られたアクセラランスを比較し、本論文で提案した数値計算法の妥当性を検討する。

4.1 ラミナの減衰比の測定

4.1.1 減衰比に関する基礎式 自由曲げ振動をしている対称積層はりの減衰比 ζ は、Adams らの研究⁽⁷⁾⁽⁸⁾ および減衰能と減衰比の関係から、式(15)のように定義される。

$$\zeta = \frac{\Delta U}{U} \times \frac{1}{4\pi} \quad (15)$$

ここで、 ΔU は消散エネルギー、 U は最大ひずみエネルギーである。はりの中立面から r 番めの層の消散エネルギーは次式のように定義される。

$$\Delta U = \Delta U_x + \Delta U_y + \Delta U_{xy} \quad (16)$$

ただし、 $\Delta U_x, \Delta U_y, \Delta U_{xy}$ は、それぞれ直応力 σ_x, σ_y 、およびせん断応力 σ_{xy} に関する消散エネルギーである。式(16)を式(15)に代入すれば、全減衰比 ζ は式(17)で与えられる。

$$\zeta = \zeta_x + \zeta_y + \zeta_{xy} \quad (17)$$

ここで、

$$\zeta_r = \frac{\Delta U_r}{U} \times \frac{1}{4\pi} \quad (18)$$

ただし、 r は x, y 、または xy である。また、それぞれの減衰比は次のように表される。

$$\zeta_x = \frac{8\zeta_1}{C_{11}P^3} \sum_{r=1}^{P/2} m^2 (Q_{11}^r C_{11} + Q_{12}^r C_{12} + Q_{16}^r C_{16}) \times (m^2 C_{11} + mn C_{16}) H_r \quad (19)$$

$$\zeta_y = \frac{8\zeta_2}{C_{11}P^3} \sum_{r=1}^{P/2} n^2 (Q_{11}^r C_{11} + Q_{12}^r C_{12} + Q_{16}^r C_{16}) \times (n^2 C_{11} - mn C_{16}) H_r \quad (20)$$

$$\zeta_{xy} = \frac{8\zeta_{12}}{C_{11}P^3} \sum_{r=1}^{P/2} mn (Q_{11}^r C_{11} + Q_{12}^r C_{12} + Q_{16}^r C_{16}) \times \{2mn C_{11} - (m^2 - n^2) C_{16}\} H_r \quad (21)$$

ただし、 Q_{ij}^r は積層はりの剛性行列成分、 C_{ij} は積層はりの曲げコンプライアンス行列成分、 p は積層数、 $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$, および $H_r = r^3 - (r-1)^3$ である。また、損失係数 η と減衰比 ζ の関係は次式で表される。

$$\eta_1 = 2\zeta_1, \eta_2 = 2\zeta_2, \eta_{12} = 2\zeta_{12} \quad (22)$$

4.1.2 減衰比の測定 ラミナの減衰比を測定するために、試験片として繊維配向角の異なる4種類のはりをプリプレグシート2層からなるCFRP 対称積層板から作製した(すなわち、 $P=2$)。なお試験片の長さ方向に対する繊維配向角は $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ 、および 90° である。試験片の寸法は、長さ 0.2 m 、幅 0.02 m 、板厚 $0.39 \times 10^{-3} \text{ m}$ である。構造減衰の測定は、実用上十分な自由支持が得られるように、試験片を天井より十分に長い糸をつり下げて支持した。インパルスハンマで試験片を打撃し、試験片の中央に取付けた質量 0.5 g の加速度センサにより振動を測定した。また、室温による測定誤差を少なくするため、実験室の温度はほぼ一定の 20°C 程度とした。実験により得られた入力と応答の信号から伝達関数を算出し、これらのデータに対して実験的モデル解析法を適用して最適な伝達関数を求めた。以上の過程により得られた理論的伝達関数から試験片の減衰比 ζ を求めた。次に、 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_{12}$ を求める。まず、 $\theta=0^\circ$ の場合の全減衰比 ζ を ζ_x とし、式(19)から ζ_1 を、 $\theta=90^\circ$ の場合の全減衰比 ζ を

Fig. 3 Variation of damping ratio with fiber orientation angle

ζ_y として、式(20)から ζ_2 を算出した。続いて ζ_{12} を求めるために、式(19)、式(20)から $\theta=30^\circ$ 、 $\theta=60^\circ$ の ζ_x 、 ζ_y をそれぞれ算出し、式(17)を用いておのおのの ζ_{xy} を求めた。最後に、式(21)にそれぞれの ζ_{xy} を代入して ζ_{12} を得た。図3は減衰比 ζ 、 ζ_x 、 ζ_y 、および ζ_{xy} と繊維配向角との関係を示すが、この結果は文献(9)の実験結果と同様の傾向が見られた。以上の結果より、 $\zeta_1=2.28 \times 10^{-2}$ 、 $\zeta_2=7.85 \times 10^{-2}$ 、および $\zeta_{12}=4.27 \times 10^{-2}$ が得られた。

4.2 実験結果と計算結果の比較 実験装置の概略を図4に示す。周辺固定の境界条件を満足させるため、頑強なアルミニウムの周辺固定用ジグで積層板を挟み、ボルトで締付けた。締付けはトルクレンチで均一に締め、締付力による固有振動数の収束性をも検討した。実験には $a=b=0.2$ mの正方形板と、 $a=0.24$ m、 $b=0.16$ mの長方形板を用いた。振動の検出には加速度センサを使用し、位置 $x=0.75a$ 、 $y=0.75b$ に接着した。積層板に加振力を加えるために、加振器に長さ0.092 m、直径0.005 mのアルミニウムの駆動棒を取付け、板の中心 $(0.5a, 0.5b)$ に駆動棒を押付けた。加振

Fig. 4 Block diagram of experimental apparatus

Fig. 5 Accelerance of symmetrically laminated CFRP square plate

はFFTのホワイトノイズを用いて行った。図5および6はそれぞれ正方形板と長方形板のアクセラランス $A(0.75a, 0.75b, 0.5a, 0.5b)$ の計算値と実験値との比較を示す。図中の実線は計算値を、破線は実験値を表す。数値計算では加速度センサの質量2.7 g、駆動棒の質量4.7 gおよび力検出部先端質量20.8 gを集中質量として考慮した。さらに、損失係数は前節で得られたラミナの1次の減衰比を用いて式(22)より求めた $\eta_1=4.56 \times 10^{-2}$ 、 $\eta_2=1.57 \times 10^{-1}$ 、および $\eta_{12}=8.54 \times 10^{-2}$ を用いた。ただし、板の固定境界における減衰およびラミナ間の接着面における減衰は無視している。図より明らかなように、300 Hz以下の加振振動数では実験結果と計算結果は比較的良好に一致している。しかしながら、加振振動数が高くなるにつれて実験結果と計算結果の差が大きくなっている。この原因は、ラミナの損失係数を一定値としているためだと思われる。現在、はりの2次以降の損失係数が精度よく測定できていない。また、実験に用いたCFRP対称積層板を宙づり法を用いてはりと同様に減衰比を測定したところ高次になるにつれて減衰比が小さくなる傾向が見られた。さらに、等方性板ではあるが、高次になるほど減衰比を小さく取扱っている報告例もある⁽¹⁰⁾。そこで、測定されたラミナの1次のそれぞれの損失係数を基準に、加振振動数により損失係数を変化させてアクセラランス $A(0.75a, 0.75b, 0.5a, 0.5b)$ の計算を行った。図7および8はそれぞれ正方形板と長方形板の計算値と実験値との比較を示す。正方形板の計算に用いた損失係数は、0~350 Hzでは1次の損失係数の1倍、351~650 Hzでは0.5倍、651~1000 Hzでは0.2倍とし、また長方形板では、0~350 Hzでは1倍、351~1000 Hzでは0.35倍として計算を行った。図よ

Fig. 6 Accelerance of symmetrically laminated CFRP rectangular plate

Fig. 7 Accelerance of symmetrically laminated CFRP square plate

Fig. 8 Accelerance of symmetrically laminated CFRP rectangular plate

り、実験結果と計算結果は、反共振点を除き、比較的良好に一致している。したがって、加振振動数に応じた損失係数を考慮することにより、実験結果と計算結果はよりよい一致を見るものと考えられる。

5. 結 論

対称積層板の強制振動問題の解析法を提案した。計算例として周辺固定された対称積層正方形板の駆動点

インピーダンスを求めた。その結果、低次加振振動数に関しては、十分収束した値が得られた。また、対称積層板の強制振動問題では、弾性係数の大きい方向の損失係数が重要であることが明らかになった。次に、CFRP ラミナの損失係数を測定し、周辺固定された CFRP 対称積層正方形板および長方形板のアクセラランスを計算した。数値計算結果と実験結果を比較した結果、両者は比較的良好に一致し、数値計算法の妥当性が明らかになった。また、従来より考慮されてきたラミナの弾性係数や繊維配向角に加え、ラミナの減衰特性を考慮することにより、対称積層板の強制振動問題をより精度よく推測することが可能になると考えられる。

最後に、本研究を行うにあたり、試験片をご提供いただいた(株)有沢製作所に感謝する。

文 献

- (1) 細川健治・矢田貴嗣・坂田敏行, FRP 対称積層板の自由振動, 機論, 57-543, C (1991), 3413-3416.
- (2) 細川健治・矢田貴嗣・坂田敏行, 周辺固定された対称積層板の自由振動解析(数値解析結果と実験結果の比較), 機論, 58-555, C (1992), 3184-3188.
- (3) 細川健治・山田康孝・坂田敏行, FRP 非対称積層板の自由振動解析, 機論, 60-574, C (1994), 1904-1908.
- (4) 一ノ宮修・成田吉弘・丸山晃一, FRP 積層長方形板の定常応答, 機論, 55-511, C (1989), 549-555.
- (5) 一ノ宮修・成田吉弘・丸山晃一, FRP 積層された片持長方形板の定常応答, 機論, 55-516, C (1989), 1897-1902.
- (6) Vinson, J. R. and Sierakowski, R. L., *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, (1986), 303, Martinus Nijhoff Pub.
- (7) Adams, R. D. and Bacon, D. G. C., Effect of Fibre Orientation and Laminate Geometry on the Dynamic Properties of CFRP, *J. Compos. Mater.*, 7 (1973), 402-428.
- (8) Ni, R. G. and Adams, R. D., The Damping and Dynamic Moduli of Symmetric Laminated Composite Beams: Theoretical and Experimental Results, *J. Compos. Mater.*, 18 (1984), 104-121.
- (9) 邊吾一・青木義男・蓮見薫, CF/PEEK 積層材の振動特性, 機講論, No. 900-44 (1990-7), 170-172.
- (10) 長松昭男・中尾章裕, 縮小インピーダンス合成法による強制振動の解析 (第3報, 減衰振動), 機論, 48-432, C (1982), 1120-1128.