伝達時間遅れを有するマスタ・スレーブシステムの解析と制御*

吉 川 恒 夫^{*1}, 上 田 淳^{*2}

Analysis and Control of Master-Slave Systems with Time Delay

Tsuneo YOSHIKAWA and Jun UEDA

Time delay usually makes a master-slave system unstable, even if the system is stable in the absence of time delay. In this paper, we propose a control scheme for a master-slave system with time delay which maintains stability as defined by scattering theory. We define 4 types of realization of the ideal response and describe control schemes which realize the ideal response. Based on these schemes, we propose a practical control scheme and its stability is proven. We also discuss the stability of conventional schemes, and show that they cannot maintain stability. Finally, some experimental results are presented.

Key Words: Stability, Master-Slave System, Time Delay

1. はじめに

近年, 人間の立ち入れない, 原子力発電所内や深海, 宇宙空間において作業を行うために, マスタ・スレーブシステムの研究が盛んに行われている. このようにマスタとスレーブ間の距離が非常に大きくなると, 今まで無視してきた信号の伝達時間の遅れが無視できなくなり, システムの操作性や安定性が損なわれるという問題がある.

Vertut⁽¹⁾らは, 時間遅れのある場合に従来法の対称型と呼ばれる相互の位置制御を適用した場合, 粘性抵抗が大きくなって操作性が低下することを示した. Anderson⁽²⁾らは散乱行列を用いて, システムの受動性に基づいて安定性を議論し, 伝達時間遅れを有する場合の理想応答を定義した. さらに力帰還型を改良した制御則を提案したが, この方法は実際にシステムに適用した場合の安定性を保証していない. Otsuka⁽³⁾らは双方向に力信号を送信するシステムを提案して, 小ゲイン定理によってシステムの安定性が保証される制御則を導出した. しかし, 安定性の証明にはオペレータ, 対象物共にパラメータが必要である. 榊, 館⁽⁴⁾は, 対象物のパラメータが分かっているとき, 対象物の運動を直接オペレータに伝送する制御則を時間遅れに適用している. しかしこの方法は, 本来未知であるスレーブ側の環境をいかに正確にモデル化するかという問題がある. これら従来からのセンサーベース型の制御則では,

操作性, 安定性ともに満足のできる制御則は提案されていない.

本研究では, 理想応答にアームのダイナミクスを残すことで, 実際にシステムに適用するときにでも安定性が保証されるようなマスタ・スレーブシステムの制御則を提案することを目的とする. まず, Anderson⁽²⁾らの定義した伝達時間遅れのある場合の理想応答について, 実現方法を4通り定義する. 次に理想応答を厳密に実現する制御則を考える. このうちの一つについてオペレータの操作性を考えた, 実用性を考慮しかつ安定な制御則を提案する. また, 提案した制御則について安定性の解析を行い, 安定性の条件を明らかにし, 安定性が保証されることを示す. 同様の方法で従来から用いられてきた制御則に対しても安定性の解析を行い, 安定性が保証されない原因を指摘する. 最後に実験により有効性を確認する.

2. 安定性の定義

2.1 システムの運動方程式と受動性 ここでは, マスタ・スレーブシステムの安定性について議論する. マスタ・スレーブシステムの安定性に関する議論は横小路の解説記事⁽⁵⁾に詳しく, 本論文で扱う時間遅れのある場合も安定性の定義は同様である. また以下では簡単のため一自由度で考えているが, 多自由度に拡張することは容易である. マスタとスレーブの運動方程式は以下で与えられる.

* 原稿受付 1996 年 3 月 21 日.

^{*1} 正員, 京都大学工学部 (〒606-01 京都市左京区吉田本町).

^{*2} 京都大学大学院 [現: 三菱電機(株)].

Fig.1 Circuit representation of master-slave system

$$m_m \ddot{x}_m + b_m \dot{x}_m = \tau_m + f_m \quad (1)$$

$$m_s \ddot{x}_s + b_s \dot{x}_s = \tau_s - f_s \quad (2)$$

ここで、 m_m, m_s はマスタ及びスレーブアームの質量、 b_m, b_s はマスタ及びスレーブアームの粘性係数、 τ_m, τ_s は制御入力である。 x_m, x_s はマスタおよびスレーブの位置であり、 f_m, f_s はそれぞれオペレータがマスタに及ぼす力、スレーブが対象物に及ぼす力である。また、オペレータおよび対象物の運動方程式は以下で与えられる。

$$f_{op} - f_m = m_{op} \ddot{x}_m + b_{op} \dot{x}_m + k_{op} x_m \quad (3)$$

$$f_s = m_{env} \ddot{x}_s + b_{env} \dot{x}_s + k_{env} x_s \quad (4)$$

ここで、 m_{op}, b_{op}, k_{op} はオペレータの腕の質量、粘性係数、バネ定数であり、 f_{op} はオペレータが発生する筋力である。 $m_{env}, b_{env}, k_{env}$ は対象物の質量、粘性係数、バネ定数である。

マスタ・スレーブシステムは電気回路網表現により、図1のようにモデル化される。ここで、 V_m, V_s, V_{op} はマスタへの力 f_m 、スレーブが対象物に及ぼす力 f_s 、オペレータの筋力 f_{op} に相当する。 I_m, I_s はそれぞれマスタおよびスレーブの速度 $\dot{x}_m, \dot{x}_s$ に対応する。また、 U_m, U_s はそれぞれマスタおよびスレーブの制御入力 τ_m, τ_s に対応し、 $Z_m, Z_s, Z_{op}, Z_{env}$ はそれぞれマスタ、スレーブ、オペレータおよび対象物のインピーダンスに対応する。このような電気回路網表現を用いることによりラプラス演算子 s とした周波数領域で、マスタ・スレーブシステムを次のような 2×2 の散乱行列 S_{mss} を用いて表現できる。この様子を図2(a)に示す。

$$b = S_{mss} a \quad (5)$$

ここで、 $a = [a_1, a_2]^T, b = [b_1, b_2]^T$ はマスタ・スレーブシステムへの入力波および出力波であり、 $V = [V_m, V_s]^T, I = [I_m, -I_s]^T$ とスケリングのための係数 $\alpha (> 0)$ を用いて、次のように定義できる。なお α は力と速度の値の大きさを調整するパラメータであり、後に提案する制御則の操縦性と安定性に関わる。

$$a = [a_1, a_2]^T \triangleq (V + \alpha I)/2 \quad (6)$$

Fig.2 Scattering form of the system

$$b = [b_1, b_2]^T \triangleq (V - \alpha I)/2 \quad (7)$$

特に、散乱行列 S_{mss} が対称行列となる時、相反であるという。また、図2(b)中の S_{op}, S_{env} はそれぞれオペレータ、対象物を反射係数と呼ばれる形で表現したものである。以上の準備のもとにマスタ・スレーブシステムの受動性は以下のように定義される。ただし右上添字*は複素共役を表す。

$$P \triangleq \text{Re}(V_m^* I_m - V_s^* I_s) \geq 0 \quad (8)$$

マスタ・スレーブシステムが受動的であるとは、以下のように散乱行列 S_{mss} が $\text{Res} \geq 0$ で解析的かつ、最大特異値が1以下であること、すなわち、

$$\|S_{mss}\|_{\infty} \leq 1 \quad (9)$$

に等価である。ここで、 $\|S_{mss}\|_{\infty}$ は行列 S_{mss} の H_{∞} ノルムであり、

$$\begin{aligned} \|S_{mss}\|_{\infty} &= \bar{\sigma}(S_{mss}(j\omega)) \\ &= \sup_{\omega} \lambda^{1/2}(S_{mss}^* S_{mss}), \quad \forall \omega \quad (10) \end{aligned}$$

である。 $\bar{\sigma}(\cdot)$ は行列の最大特異値を表す。

2.2 マスタ・スレーブシステムの安定性 以下では安定性を考える場合は、次の仮定の下で定義する。

[仮定]「オペレータと対象物の動特性は線形時不変かつ受動的である。」

特にオペレータは、自分の意志で筋力を発生できるため一概に受動的とは言えないが、受動的な対象物を安定に操作できるという観点から、このように仮定を定めた。次にマスタ・スレーブシステムの安定性を以下に定義する。

[定義]「マスタ・スレーブシステムが安定であるとは、対象物とオペレータを含めた系全体の状態量があらゆる時刻で有界となることである。」

図2(a)を図2(b)のように書き換えれば、マスタ・スレーブシステムは対象物とオペレータをひとまとめにした一つの環境 Δ_{mss} と接しているとみることができる。これは以下のようなブロック構造で表現できる。

$$\Delta_{mss} = \begin{bmatrix} S_{op} & 0 \\ 0 & S_{env} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ここで仮定より, $|S_{env}(j\omega)| \leq 1$, $|S_{op}(j\omega)| \leq 1$ であるから, $\|\Delta_{mss}\|_{\infty} \leq 1$ となることに注意する. このようになれば, 対象物, オペレータを構造化された不確かさとして扱うことが可能になる. Colgate⁽⁷⁾は, マスタ・スレーブシステムが上の定義の意味で安定性を保証する必要十分条件として, 以下の条件を示した.

[定理] 「マスタ・スレーブシステムが安定性を保つ必要十分条件は, 散乱行列 S_{mss} が $\text{Res} \geq 0$ で解析的かつ, S_{mss} のブロック構造 $\underline{\Delta}$ に対する構造化特異値が 1 以下となること, すなわち,

$$\mu_{\underline{\Delta}}(S_{mss}) \leq 1. \quad \forall \omega \dots\dots\dots (12)$$

となることである.

ここで, $\underline{\Delta}$ は Δ_{mss} に対応した次のようなブロック構造である.

$$\underline{\Delta} = \{\text{diag}[\Delta_1, \Delta_2] : \Delta_i \in C\} \dots\dots\dots (13)$$

構造化特異値は, 一般に H_{∞} ノルムとの間に,

$$\mu_{\underline{\Delta}}(S_{mss}) \leq \|S_{mss}\|_{\infty} \dots\dots\dots (14)$$

が成り立つので, マスタ・スレーブシステムが受動的である条件 (9) は安定性の十分条件となる. さらに S_{mss} が対称行列となる相反の場合では上式の等号が成立することが知られている. 従って, 相反なマスタ・スレーブシステムでは式 (12) のかわりに式 (9) を用いて安定性を解析することができる. 現在のところ構造化特異値の計算方法は難しく, DK 反復法⁽⁸⁾などのアルゴリズムも, 時間遅れ要素を含む行列には適用できないなどの欠点があるが, 最大特異値の計算は比較的容易である. 本研究ではこの点に注目し, 相反となる制御則について構造化特異値を計算する.

3. 理想応答の定義

本章では, マスタ・スレーブシステムの理想的な制御目標ともいえるべき, 理想応答について述べる. 時間遅れのない系では, マスタ・スレーブシステムの理想応答は以下のように定義される.

$$x_m(t) = x_s(t) \dots\dots\dots (15)$$

$$f_m(t) = f_s(t) \dots\dots\dots (16)$$

この場合, 散乱行列は,

$$\begin{bmatrix} (V_m - \alpha I_m)/2 \\ (V_s + \alpha I_s)/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_m + \alpha I_m)/2 \\ (V_s - \alpha I_s)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

となるので, 散乱行列の特異値は,

$$\begin{aligned} \|S_{mss}\|_{\infty} &= \sup_{\omega} \lambda^{1/2}(S_{mss}^* S_{mss}) \\ &= \sup_{\omega} \lambda^{1/2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 1 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

であり, システムは無損失である. Anderson⁽²⁾らは, 時間遅れのある場合の理想応答として以下の形で表される場合と定義した.

$$\begin{bmatrix} (V_m - \alpha I_m)/2 \\ (V_s + \alpha I_s)/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-sT} \\ e^{-sT} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (V_m + \alpha I_m)/2 \\ (V_s - \alpha I_s)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

このときの散乱行列の特異値は,

$$\begin{aligned} \|S_{mss}\|_{\infty} &= \sup_{\omega} \lambda^{1/2}(S_{mss}^* S_{mss}) \\ &= \sup_{\omega} \lambda^{1/2} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 1 \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

であり, システムは無損失であり, かつ安定である. これより理想応答として適当であることが分かる. 式 (19) を時間領域で表現すると,

$$f_m(t) - \alpha \dot{x}_m(t) = f_s(t - T) - \alpha \dot{x}_s(t - T) \dots\dots (21)$$

$$f_s(t) + \alpha \dot{x}_s(t) = f_m(t - T) + \alpha \dot{x}_m(t - T) \dots\dots (22)$$

となる. これらを実現するにあたり制御目標を設定する必要がある. Anderson⁽²⁾らはマスタ側に力の目標値を設定し力制御を, スレーブ側には位置の目標値を設定し位置制御を, それぞれ行っている. しかしながら, 式 (21), (22) より, それ以外の目標値の設定も考えられ, ここでは以下に示す 4 通りの実現方法を定義する.

○力-位置型理想応答

以下, 添え字の d は目標値であることを示す. マスタ側は力の目標値 f_{md} に対して, スレーブ側は位置の目標値 $\dot{x}_{sd}$ に対して追従するような制御を行う. それぞれの目標値を以下のように与える.

$$f_{md}(t) \triangleq f_s(t - T) + \alpha(\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t - T)) \dots\dots (23)$$

$$\dot{x}_{sd}(t) \triangleq \dot{x}_m(t - T) + \frac{1}{\alpha}(f_m(t - T) - f_s(t)) \dots\dots (24)$$

これらを目標値として最終的にマスタ側の力, スレーブ側の位置の応答が目標値と一致した場合, すなわち以下が成立したとき, これらは式 (21), (22) と等価になり, 理想応答が実現されたことになる.

$$f_m(t) = f_{md}(t) \dots\dots\dots (25)$$

$$\dot{x}_s(t) = \dot{x}_{sd}(t) \dots\dots\dots (26)$$

○位置-力型理想応答

マスタ側は位置の目標値 $\dot{x}_{md}$ に対して, スレーブ側は力の目標値 f_{sd} に対して追従するような制御を行う.

$$\dot{x}_{md}(t) \triangleq \dot{x}_s(t-T) + \frac{1}{\alpha}(f_m(t) - f_s(t-T)) \cdots (27)$$

$$f_{sd}(t) \triangleq f_m(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)) \cdots (28)$$

これらの目標値と最終的に一致した場合、理想応答が実現されたことになる。

○位置-位置型理想応答

マスタ側、スレーブ側とも位置の目標値 $\dot{x}_{md}, \dot{x}_{sd}$ に対して追従するような制御を行う。

$$\dot{x}_{md}(t) \triangleq \dot{x}_s(t-T) + \frac{1}{\alpha}(f_m(t) - f_s(t-T)) \cdots (29)$$

$$\dot{x}_{sd}(t) \triangleq \dot{x}_m(t-T) + \frac{1}{\alpha}(f_m(t-T) - f_s(t)) \cdots (30)$$

これらの目標値と最終的に一致した場合、理想応答が実現されたことになる。

○力-力型理想応答

マスタ側、スレーブ側とも力の目標値 f_{md}, f_{sd} に対して追従するような制御を行う。

$$f_{md}(t) \triangleq f_s(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)) \cdots (31)$$

$$f_{sd}(t) \triangleq f_m(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)) \cdots (32)$$

これらの目標値と最終的に一致した場合、理想応答が実現されたことになる。

以上の4通りの理想応答のうち、力-位置型の理想応答はAnderson⁽²⁾らの定義したものと一致する。Anderson⁽²⁾らはマスタの力の目標値に対しては力サーボ補償、スレーブの位置の目標値に対してはPD制御で追従するような制御則を提案しているが、アームのダイナミクスを考慮すれば、これらの制御方法で目標値に完全に追従することは有り得ない。このため、実際のシステムの安定性は保証されていないことに注意する。

4. 理想応答を実現する制御則および実用性を考慮した制御則の提案

本章では、伝達時間遅れを有するマスタ・スレーブシステムの安定性を保証しつつ、かつ実際に適用可能な制御則を提案する。前章で時間遅れを有するマスタ・スレーブシステムの理想応答を定義し、さらに目標値の選びかたによって4通りの実現方法を定義した。まず、これら4通りの方法の理想応答を厳密に実現するような制御則を与える。しかしながらこれらを直接システムに適用することはできない。なぜならば、理想応答を実現するためにはアームのダイナミクスは完全にキャンセルされている必要があるが、ダイナミクスの同定誤差、加速度や力信号のノイズ、計算による入

力の遅れなどがシステムを不安定にすることがあるからである。実用性を考慮するため、次節では理想応答を実現する制御則をもとに、アームのダイナミクスをオペレータと対象物の間に介在させる形で残すような制御則を提案する。この制御則は、構造化特異値を用いて定義された安定性を保証し、かつ信号の遅れなどによる不安定性が現れない範囲で、安定性を保ちつつ漸近的に理想応答に近づくことができるという利点を持つ。

4.1 理想応答を実現する制御則 ここでは、前章で示した4つの理想応答を実現するための制御則を考える。以下のようにマスタ、スレーブ側にそれぞれ2通りの制御則を考える。

$$\begin{aligned} \tau_m = & m_m \ddot{x}_s(t-T) + b_m \dot{x}_m(t) - f_m(t) + \frac{m_m}{\alpha} \{ \dot{f}_m(t) - \dot{f}_s(t-T) \} \\ & - m_m k_2 [x_m(t) - x_s(t-T)] - \frac{1}{\alpha} \left\{ \int f_m(t) dt - \int f_s(t-T) dt \right\} \\ & - m_m k_1 [\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)] - \frac{1}{\alpha} \{ f_m(t) - f_s(t-T) \} \cdots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_m = & m_m \ddot{x}_m(t) + b_m \dot{x}_m(t) \\ & - (1 + k_f) [\alpha \{ \dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T) \} + f_s(t-T)] \\ & + k_f f_m(t) \cdots (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s = & m_s \ddot{x}_m(t-T) + b_s \dot{x}_s(t) + f_s(t) + \frac{m_s}{\alpha} \{ \dot{f}_m(t-T) - \dot{f}_s(t) \} \\ & + m_s k_2 [x_m(t-T) - x_s(t)] + \frac{1}{\alpha} \left\{ \int f_m(t-T) dt - \int f_s(t) dt \right\} \\ & + m_s k_1 [\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)] + \frac{1}{\alpha} \{ f_m(t-T) - f_s(t) \} \cdots (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s = & m_s \ddot{x}_s(t) + b_s \dot{x}_s(t) \\ & + (1 + k_f) [\alpha \{ \dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t) \} + f_m(t-T)] \\ & - k_f f_s(t) \cdots (36) \end{aligned}$$

ここで、 k_f は力ゲイン、 k_1, k_2 はそれぞれ速度ゲイン、位置ゲインである。式(33),(35)は運動方程式(1),(2)に代入するとそれぞれ以下の式を得る。

$$\ddot{e}_m + k_1 \dot{e}_m + k_2 e_m = 0 \cdots (37)$$

$$\ddot{e}_s + k_1 \dot{e}_s + k_2 e_s = 0 \cdots (38)$$

ただし、

$$e_m = x_m(t) - x_s(t-T) - \frac{1}{\alpha} \left(\int f_m(t) dt - \int f_s(t-T) dt \right) \quad (39)$$

$$e_s = x_s(t) - x_m(t-T) - \frac{1}{\alpha} \left(\int f_m(t-T) dt - \int f_s(t) dt \right) \quad (40)$$

である。また、式(34),(36)は

$$f_m(t) = f_s(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)) \cdots \cdots (41)$$

$$f_s(t) = f_m(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)) \cdots \cdots (42)$$

となる。よって力-位置型の理想応答を実現するには式(34),(35)を、位置-力型では式(33),(36)を、位置-位置型には式(33),(35)、力-力型には式(34),(36)をそれぞれ用いればよい。これらは全て、式(19)の関係を満たし、安定性を保証している。以上より、これらの制御則は、理想応答を実現する制御則であることがわかる。

4.2 実用性を考慮した制御則の提案 本節では、前節で与えられた制御則をもとに実用的な制御則を提案する。横小路⁽¹⁾は、時間遅れのないマスタ・スレーブシステムにおいて介在インピーダンスと呼ばれるものを定義して、操作性を観点にいれ、かつ安定性を保証する制御則を導出している。ここでも同様にオペレータの操作性を考慮して、ダイナミクスをキャンセルを一部に止め、残ったダイナミクスをオペレータと対象物の間に介在させるような制御則を考える。時間遅れのあるシステムにおいては、ダイナミクスを残すことは安定性を阻害してしまうことがあるため容易ではない。本節では、前章で定義した力-力型の理想応答を実現する制御則(34)(36)をもとに、時間遅れで得られる情報に T_a を時定数とした一次のローパスフィルタ、 $1/(T_a s + 1)$ をかけることで、この問題を解決した。これらの安定性に関する議論は、後の章で詳しく行う。次のような制御則を考える。

$$\begin{aligned} \tau_m = & (m_m - (1+k_f)m_i)\ddot{x}_m(t) - (1+k_f)\dot{f}_s(t-T) \\ & + (b_m - (1+k_f)b_i)\dot{x}_m(t) + k_f f_m(t) \\ & - (1+k_f)[\alpha\{\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)\}] \cdots \cdots (43) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s = & (m_s - (1+k_f)m_i)\ddot{x}_s(t) + (1+k_f)\dot{f}_m(t-T) \\ & + (b_s - (1+k_f)b_i)\dot{x}_s(t) - k_f f_s(t) \\ & + (1+k_f)[\alpha\{\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)\}] \cdots \cdots (44) \end{aligned}$$

ここで、 k_f は力ゲインである。 m_i, b_i はアームに残るダイナミクスであり、オペレータはこのダイナミクスを通して対象物の動特性を感じるようになる。また、 $\hat{x}$ はローパスフィルタ $1/(T_a s + 1)$ を通して得た信号を表す。式(43),(44)は運動方程式に代入すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} f_m(t) = & \hat{f}_s(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)) \\ & + m_i \ddot{x}_m(t) + b_i \dot{x}_m(t) \cdots \cdots (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_s(t) = & \hat{f}_m(t-T) + \alpha(\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)) \\ & - m_i \ddot{x}_s(t) - b_i \dot{x}_s(t) \cdots \cdots (46) \end{aligned}$$

したがって、理想応答と任意に設定したアームのダイナミクスが結合した形の応答特性が得られる。次章で述べるが、この制御則は構造化特異値で定義された安定性の条件を満たし、それらを満たす限りにおいて、 $m_i \rightarrow 0, b_i \rightarrow 0, T_a \rightarrow 0$ とすれば、理想応答(19)に近づくことができる。なお、本節では力-力型の理想応答をもとにした制御則を提案したが、他の理想応答に関する制御則については現在のところ考えついておらず、今後の課題である。

5. 安定性の解析

本章では提案した制御則が安定性を保証できることを示す。時間遅れがある場合に現れる不安定現象を各種ゲインやパラメータの設定によって回避できるのか、それとも制御則の構造自身に問題があり回避できないのかという本質的な議論は今までなされてなかった。本章では、先に示した構造化特異値の議論をもとに、数値的ではなく解析的に、この問題を明らかにする。提案した制御則はシステムを相反にするため、構造化特異値が簡単に計算できる。このことを利用して安定性の解析を行い、安定性が保証されることを示す。この方法は相反である制御則に適用できるため、従来型の対称型、櫛、館⁽⁶⁾の提案した双方向力伝送型、横小路⁽⁴⁾の提案した理想応答型の簡略型として、双方向に位置、力信号を伝送する型(双方向位置力伝送型と名付ける)でも解析を行った。そしてこれらの制御則での問題点を指摘する。

5.1 提案する制御則の安定性の解析 提案型の制御則、式(43)(44)では、散乱行列および特異値は以下のようになる。

$$S_{ms} = \frac{1}{m_i s + b_i + 2\alpha} \begin{bmatrix} m_i s + b_i & \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT} \\ \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT} & m_i s + b_i \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \sigma &= [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T \\ &= \left[\left| \frac{m_i s + b_i - \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT}}{m_i s + b_i + 2\alpha} \right| \left| \frac{m_i s + b_i + \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT}}{m_i s + b_i + 2\alpha} \right| \right]^T \cdots \cdots (48) \end{aligned}$$

このとき、安定性の必要十分条件は以下である。

$$\begin{aligned} \omega(T_a b_i + m_i) \sin(\omega T) + (m_i T_a \omega^2 - b_i) \cos(\omega T) \\ \leq b_i + T_a^2 \omega^2 (b_i + \alpha) \cdots \cdots (49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\omega(T_a b_i + m_i) \sin(\omega T) - (m_i T_a \omega^2 - b_i) \cos(\omega T) \\ \leq b_i + T_a^2 \omega^2 (b_i + \alpha) \cdots \cdots (50) \end{aligned}$$

ここで、式(49),(50)を以下のように書き換える。次のように複素数 z, v, w を定義する。

Fig.3 Vector locus of proposed type

$$z = m_i s + b_i + 2\alpha \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$v = m_i s + b_i - \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT} \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$w = m_i s + b_i + \frac{2\alpha}{T_a s + 1} e^{-sT} \quad \dots\dots\dots (53)$$

このとき、式(48)は以下のように書ける。

$$\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T = \left[\left| \frac{v}{z} \right| \quad \left| \frac{w}{z} \right| \right]^T \quad \dots\dots\dots (54)$$

このとき、安定である必要十分条件とは、複素平面上で原点を中心として半径 $|z|$ の周上を含む円内に v, w が存在することである。 $T_a = 0$ とした時のベクトル軌跡を図3(a)に示す。この時は v, w が必ず円外に出ってしまうため、安定であるとは言えない。しかし、 T_a に適当な値を与えてやることによって図3(b)のように円内に留まることができる。ここで、 v, w の軌跡がらせん状になっていることに注意する。このようにフィルタリングは、安定な領域から飛び出してしまうおそれのあるベクトルのゲインを下げることで、安定を保つ手法であるということが出来る。以上より、提案型はパラメータの調整によって安定を保つことのできる制御則であることが示された。

5.2 対称型の安定性の解析 対称型制御則とは、P または PD 制御を用いて、互いの位置を一致させるように制御する制御則のことをいう。ここでは、以下のような対称型の制御則を考える。

$$\begin{aligned} \tau_m = & (m_m - m_{ms})\ddot{x}_m(t) + (b_m - b_{ms})\dot{x}_m(t) \\ & - k_p \{x_m(t) - x_s(t-T)\} \\ & - k_d \{\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)\} \quad \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s = & (m_s - m_{ms})\ddot{x}_s(t) + (b_s - b_{ms})\dot{x}_s(t) \\ & + k_p \{x_m(t-T) - x_s(t)\} \\ & + k_d \{\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)\} \quad \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

ここで、 k_p, k_d はそれぞれ位置、速度ゲインである。従来の PD 制御の項に加えて、それぞれ 1,2 項目には、マスタとスレーブが見かけ上同じダイナミクスをもつ、すなわち質量 m_{ms} 、粘性係数 b_{ms} をもつものとして振る舞うように動的制御をする項を加えている。一般的に、マスタとスレーブには同構造のロボットが使われるこ

とが多いので、その場合はこれらの項はなくてもよい。こうすることによってシステムの散乱行列が対称になり、相反なシステムとして解析が容易になる。散乱行列は以下のように与えられる。

$$S_{mss} = \frac{1}{S_y} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (57)$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_y = & \{1 + m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{-2sT})\} \\ & \times \{1 + m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{-2sT})\} \quad \dots\dots\dots (58) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{11} = & U_{22} \\ = & -1 + b_{ms}^2 + 2b_{ms}k_p + k_p^2(1 - e^{-2sT}) \\ & + 2s\{m_{ms}b_{ms} + b_{ms}k_d \\ & + m_{ms}k_p + k_d k_p(1 - e^{-2sT})\} \\ & + s^2\{m_{ms}^2 + 2m_{ms}k_d + k_d^2(1 - e^{-2sT})\} \quad \dots\dots\dots (59) \end{aligned}$$

$$U_{12} = U_{21} = 2(k_p + k_d s)e^{-sT} \quad \dots\dots\dots (60)$$

したがって、特異値は、

$$\begin{aligned} \sigma = & [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T \\ = & \left[\left| \frac{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{-sT}) - 1}{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{-sT}) + 1} \right| \right. \\ & \left. \left| \frac{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{-sT}) - 1}{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{-sT}) + 1} \right| \right]^T \quad \dots\dots\dots (61) \end{aligned}$$

となる。ゆえに安定性の条件は、 $\sigma_1 \leq 1$ 、 $\sigma_2 \leq 1$ である。いま

$$v = m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{-sT})$$

$$w = m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{-sT})$$

とおくと、 $\sigma_1 \leq 1$ 、 $\sigma_2 \leq 1$ の条件は、

$$\operatorname{Re}(v) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$\operatorname{Re}(w) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (63)$$

と等価である。よってマスタ・スレーブシステムが安定であるための必要十分条件は以下で与えられる。

$$\operatorname{Re}(v) = k_p + b_{ms} + \sqrt{k_d^2 \omega^2 + k_p^2} \cos(-\omega T + \phi) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (64)$$

$$\operatorname{Re}(w) = k_p + b_{ms} - \sqrt{k_d^2 \omega^2 + k_p^2} \cos(-\omega T + \phi) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (65)$$

$$\phi = \operatorname{atan2}(k_d \omega, k_p)$$

2 式とも、3 項目に周波数 ω を係数にもつ三角関数の項があり、あらゆる周波数で成り立たないのは容易に理解できる。つまり、PD 制御を行う対称型は安定を保つことができない制御則であることがいえる。しかし、P

制御のみを行う場合は $k_d = 0$ であるので、以下のようになる。

$$\operatorname{Re}(v) = b_{ms} + k_p(1 + \cos(-\omega T)) \geq 0 \quad \cdots \cdots (66)$$

$$\operatorname{Re}(w) = b_{ms} + k_p(1 - \cos(-\omega T)) \geq 0 \quad \cdots \cdots (67)$$

これは、あらゆる周波数 ω で成立する。また、時間遅れのない $T = 0$ のときは、簡単な計算により成り立つことが確認できる。以上より、PD 制御を行う対称型は、あらゆる ω, T では安定ではなく、時間遅れのないとき、または P 制御のみを行うときに安定になる。しかしながら、P 制御のみであれば追従性も悪く、さらに操作性が落ちてしまうと考えられる。

5.3 双方向位置力伝送型の安定性の解析 双方向位置力伝送型制御則は、位置の PD および力のフィードバック両方を持つ制御則である。これに前節と同様に動的制御の項を加えた。以下に制御則を示す。

$$\begin{aligned} \tau_m = & (m_m - m_{ms})\ddot{x}_m(t) + (b_m - b_{ms})\dot{x}_m(t) \\ & - k_p\{x_m(t) - x_s(t-T)\} \\ & - k_d\{\dot{x}_m(t) - \dot{x}_s(t-T)\} \\ & - k_f\{f_s(t-T) - f_m(t)\} - f_s(t-T) \quad \cdots \cdots (68) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s = & (m_s - m_{ms})\ddot{x}_s(t) + (b_s - b_{ms})\dot{x}_s(t) \\ & + k_p\{x_m(t-T) - x_s(t)\} \\ & + k_d\{\dot{x}_m(t-T) - \dot{x}_s(t)\} \\ & + k_f\{f_m(t-T) - f_s(t)\} + f_m(t-T) \quad \cdots \cdots (69) \end{aligned}$$

散乱行列および特異値は以下のように求められる。

$$S_{ms} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (70)$$

$$\begin{aligned} S_{y1} = & m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{-2sT}) \\ & + (1 + k_f)(1 - e^{-2sT}) \quad \cdots \cdots (71) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{y2} = & m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{-2sT}) \\ & + (1 + k_f)(1 + e^{-2sT}) \quad \cdots \cdots (72) \end{aligned}$$

$$h_1 = (1 + k_f)(1 - e^{-sT}) \quad \cdots \cdots (73)$$

$$h_2 = (1 + k_f)(1 + e^{-sT}) \quad \cdots \cdots (74)$$

$$U_{11} = U_{22} = 1 - \frac{h_1}{S_{y1}} - \frac{h_2}{S_{y2}} \quad \cdots \cdots (75)$$

$$U_{12} = U_{21} = -\frac{h_1}{S_{y1}} + \frac{h_2}{S_{y2}} \quad \cdots \cdots (76)$$

$$\begin{aligned} \sigma = & [\sigma_1 \quad \sigma_2]^T \\ = & \left[\left| \frac{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{sT}) - (1 + k_f)(1 - e^{sT})}{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 + e^{sT}) + (1 + k_f)(1 - e^{sT})} \right| \right. \\ & \left. \left| \frac{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{sT}) - (1 + k_f)(1 + e^{sT})}{m_{ms}s + b_{ms} + (k_p + k_d s)(1 - e^{sT}) + (1 + k_f)(1 + e^{sT})} \right| \right]^T \quad \cdots \cdots (77) \end{aligned}$$

このとき、安定性の必要十分条件は以下で与えられる。

$$b_{ms}(1 + \cos(\omega T)) - (m_{ms} + 2k_d)\omega \sin(\omega T) \geq 0 \quad \cdots (78)$$

$$b_{ms}(1 - \cos(\omega T)) + (m_{ms} + 2k_d)\omega \sin(\omega T) \geq 0 \quad \cdots (79)$$

前節と同様にして、時間遅れのない $T = 0$ の場合は安定であることがわかる。それ以外の $T \neq 0$ の場合は $m_{ms} = 0$, $k_d = 0$ としなければ成り立たない。しかし、 $m_{ms} = 0$ の条件はアームの質量を完全にキャンセルすることを意味し、実現することは実質的に不可能である。よって時間遅れが存在すれば安定性は保証されない制御則であることが示された。

5.4 双方向力伝送型制御則の安定性の解析 双方向力伝送型制御則は、櫛, 館⁽⁶⁾が提案した、力信号を伝送する制御則である。これは前節の位置力伝送型の位置および速度ゲインをそれぞれ $k_p = 0, k_d = 0$ とした特殊な場合と考えることができる。位置力伝送型は時間遅れのある場合には $m_{ms} = 0$ でなければ安定性を保証しないので、双方向力伝送型も同様の理由で安定性を保証できない。よって双方向力伝送型は、時間遅れが存在する場合は安定性を保つことのできない制御則といえる。

5.5 安定解析のまとめ 以上のように、時間遅れのない場合には安定性を保つこれらの制御則も、時間遅れが存在すれば P 制御のみの対称型と提案型以外は安定性を保証できないことを示した。そして、位置のフィードバックを行う場合は D のフィードバックが、力のフィードバックを行う場合はアームの質量が、安定性を保てない原因であることを示した。

6. 実験

6.1 実験装置 マスタアーム、スレーブアームには平面一自由度の DD アームを用いた。サンプリングタイムは約 1.6msec である。信号の時間遅れはコンピュータ内でソフト的に実現している。

6.2 提案型の制御則の設計 アームの各パラメータは次の通りである。

$$m_m = 6.04, \quad m_s = 6.04(\text{kg}) \quad b_m = 0.1 \quad b_s = 0.1(\text{Ns/m})$$

ここで必要なパラメータを次のように設定した。

$$m_i = 2.1(\text{kg}) \quad b_i = 20.0(\text{Ns/m}) \quad \alpha = 25 \quad k_f = 0.3$$

式(49),(50)を用いると、時間遅れ T とフィルタの時定数 T_a の関係が図4のように求まる。時間遅れ $T = 0.03(\text{sec})$ の場合には、 T_a を 0.0495 以上にとればよい。ここでは $T_a = 0.050$ と設計する。図によれば時間遅れが大きくなっても T_a の調整で安定化が可能である。

Fig.4 Time delay versus time constant

Fig.5 Structured singular values

6.3 各制御則の安定性の評価 提案型, 位置力伝送型について構造化特異値の計算を行った。時間遅れは0.03secである。計算結果を図5に示す。これより, フィルタリングを適当に行った提案型では安定性が保たれるが, 位置力伝送型では安定性を保つことができないことが確認できる。

6.4 実験結果と考察 木片を固定した固い壁に対してスレーブアームを押し付ける作業を行った。実験結果を図6に示す。位置力伝送型の応答は振動的であるが, 提案型の応答は位置, 力の応答ともに良好である。

7. おわりに

本研究では, 伝達時間遅れのあるマスタ・スレーブシステムにおいて目標値の取り方によって4つの理想応答の定義を行い, そのうちの力-力型をもとに, 安定性を保証しつつ実用性を考慮した制御則を提案した。この手法では, オペレータと対象物の間に介在させるダイナミクスを任意に設定でき, パラメータの調整によって安定性を保証しつつ理想応答に近づけることができる。さらに従来法, 提案した方法の双方について安定性の解析を行い, P制御のみの対称型, および提案した制御則は安定性を保証することを示した。また, 実験を行い, 提案した制御則による位置, 力の応答が良好であることを確認した。

最後に, 有益な議論をいただいた京都大学工学部助教授横小路泰義先生に謝意を表します。

(a) Proposed type

(b) Position-and-force feedback type

Fig.6 Experimental results

文 献

- (1) J.Vertut, A.Micaelli, P.Marchal, J.Guittet, Short Transmission delay in a Force Reflective Bilateral Manipulator, *Proc. of the 4th Rom-An-Sy, Warsaw*, 269-285 (1981)
- (2) Robert J. Anderson, Mark W. Spong, Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 34, No. 5, 494-501 (1989)
- (3) M.Otsuka, N.Matsumoto, T.Idogaki, K.Kosuge, T.Itou, Bilateral Telemanipulator System with Communication Time Delay Based on Force-Sum-Driven Virtual Internal Models, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 344-350 (1995)
- (4) 横小路, 吉川, 理想的な筋運動感覚を与えるマスタ・スレーブマニピュレータのバイラテラル制御, 計測制御学会論文集, Vol.27, No.1, 56-63 (1991)
- (5) 横小路, マスタ・スレーブ制御の理論, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.6, 26-34 (1993)
- (6) 榊, 館, インピーダンス制御型マスタ・スレーブ・システム (I) —基本原理と伝送遅れへの応用—, 日本ロボット学会誌, Vol.8, No.3, 241-252 (1989)
- (7) J. E. Colgate, Power and impedance scaling in bilateral manipulation, *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2292-2297 (1991)
- (8) G.J.Balas, J.C.Doyle, K.Glover, A.Packard, R.Smith, μ - Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide, *The Mathworks Inc.* (1991)