μ 設計理論で周波数成形されたスライディングモード制御 による柔軟構造物のアクティブ制御*

伊藤 貴之^{*1}, 野波 健蔵^{*2}, 岩本 浩祐^{*3}, 西村 秀和^{*2}

Active Vibration Control of Flexible Structure by Frequency-Shaped Sliding Mode Control with μ Synthesis Theory

Takayuki ITO, Kenzo NONAMI, Kousuke IWAMOTO and Hidekazu NISHIMURA

This paper proposes a new design method for a sliding mode control system using μ synthesis theory. This concept is based on a frequency-shaped approach. A general hyperplane consists of a reference model without dynamics. Therefore, a conventional sliding mode control system often becomes unstable due to spillover phenomena of high frequency caused by high-speed switching. The proposed design method suppresses such spillover phenomena because of frequency shaping. Also, it has good robustness on the hyperplane to realize a minimum value of H_∞ norm and the structured singular value from some noise to state variables. We have just applied this new method to the flexible structure of a test rig with four stories such as a high-rise building. We have obtained good performance from simulations and experiments.

Key Words: Active Vibration Control, Sliding Mode Control, μ Synthesis, Frequency-Shaped Theory, Flexible Structure, Experiment, H_2 Control, Spillover Control

1. 緒言

近年の制御理論の発展は特筆すべきである。特にロバスト制御理論である H_∞ 制御理論、さらにこれを基礎とする μ シンセシス理論等の発展とその応用に関する研究は目覚ましい勢いで普及している。一方、非線形ロバスト制御理論として、可変構造制御 (Variable Structure Control System) 理論があり、その中で最も有力でかつ理論の体系化が最も進んだ制御理論としてスライディングモード制御理論[1,2,3]があることは周知の事実である。

スライディングモード制御理論は、線形的な制御入力と可変構造によるスイッチングをともなう非線形の制御入力の和から制御入力が構成されている。スライディングモード制御は希望の切り換え超平面をまず設計し、制御入力をこの超平面の上下で切り換え、高速スイッチングを行いながらできるだけ早く超平面上に状態を拘束した後、状態を平衡点に向かって超平面上を滑らせるものである。この制御の特徴として、高速スイッチングによって状態を超平面上に拘束することにより制御対象の次数を下げ、非線形なハイゲイン切り換え入力構造によって不確かさを含む系に対する優れたロバスト性や外乱抑制効果などを有していることがあげられる。

しかし、スライディングモード制御理論を実システムに適用すると、超平面拘束の際の無限の速度でのスイッチングは有限な制御の演算時間遅れや、アクチュ

エータの物理的な限界などにより実現不可能となる。このため、スライディングモードと定常状態モードでは常にチャタリングが発生することになる。これは切り換え関数を平滑化することにより回避できるが、そのとき超平面近傍においてロバスト性などが失われてしまうことがある。また、マッチング条件を満たさない外乱やパラメータ変動に対して条件付きの補償しかなされていない。このためモデル化されていない高周波数の振動モードを励振する、いわゆるスピルオーバー現象をひきおこしてしまう等の問題があげられる。

これらの問題点を克服するため、従来のスライディングモード制御理論における超平面の設計について、新しく周波数成形理論を適用する手法が提案されている[4]。これは超平面を周波数成形することにより制御帯域を限定することによって数学モデルで無視された高周波領域への影響を極力抑える、いわゆるスピルオーバー抑制型の超平面を設計するものである。このため、新しく超平面に線形オペレータを導入する。それにより緩やかに超平面に状態を拘束するためチャタリング抑制効果が得られるものと考えられる。しかし、この方法は H_2 制御理論に基づくためロバスト性を十分に保証するものではない。

そこで、著者らは H_∞ 制御および μ 設計理論による超平面の周波数成形型設計法を提案した[5]。この方法により、スピルオーバー抑制型スライディングモード制御系の実現と、構造的な不確かさに伴う超平面の変動を最小にすることによって、等価制御系に到達してからロバスト性能を達成するスライディングモード制御系の構築をはかった。さらに、この周波数成形型の制御理論は、アクティブ振動制御系に対してシミュレー

* 原稿受付 1995年10月24日。

^{*1} 学生員、千葉大学大学院 (〒263 千葉市稲毛区弥生町1-33)。

^{*2} 正員、千葉大学工学部。

^{*3} 千葉大学大学院。

ションにおいて良好な結果が得られていることが報告されている[5].

本論文では、著者らが提案したμ 設計理論に基づく周波数成形型スライディングモード制御を4層の柔軟構造物の実システムに対して適用した結果を報告する。とくに、シミュレーションと実験により性能の検証を行った。シミュレーションでは、 H_2 制御理論との比較によるロバスト性の検証、非線形システムに対する制御等について述べる。実験では、従来のスライディングモード制御の問題点であるスピルオーバー現象を示し、どのように克服されたかを示す。また、今後の課題についても考察を行った。

2. モデリング

本論文では、図1に示すような4自由度の柔軟構造物のモデリングを行う。各パラメータを表1に示す。この柔軟構造物に対して、物理座標系の変位ベクトル $q = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ とすると運動方程式は

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Fu \quad (1)$$

ここで、

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad M_i = \text{diag}(m_i), (i = 1, \dots, 4)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 & -k_a \\ 0 & 0 & k_a/m_a & -k_a/m_a & k_a \end{bmatrix}, \quad k_i = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_a}\right)k_a$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 & -c_a \\ 0 & 0 & c_a/m_a & -c_a/m_a & c_a \end{bmatrix}, \quad c_i = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_a}\right)c_a$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -\left(\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_a}\right) \end{bmatrix}^T$$

と表せる。この式(1)をモード座標系に変換する。主構造物に対しては、 $\Phi_s^T M_s \Phi_s = I$ を満たすように正規化したモード変換行列 Φ_s を用い、動吸振器に対しては、物理座標を用いる。モード変換マトリクス Φ は次式のように与えられる。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_s & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{5 \times 5}$$

このマトリクス Φ を用いると、式(1)の運動方程式は

$$\ddot{\xi} + \Lambda \dot{\xi} + \Omega^2 \xi = fu \quad (2)$$

ここで、

$$\xi = [\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_a]^T$$

$$\Lambda = \Phi^T C \Phi, \quad \Omega^2 = \Phi^T K \Phi, \quad f = \Phi^T F$$

となる。式(2)を状態方程式で表すと

$$\dot{x}_f = A_f x_f + B_f u \quad (3)$$

ここで、

$$x_f = [\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_a, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3, \dot{\xi}_4, \dot{\xi}_a]^T$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix}_{10 \times 10}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0_{5 \times 1} \\ f \end{bmatrix}$$

となる。これを計算時間上の制約から高次のモード

Fig.1 Model of four-degree-of-freedom tower structure

Table1 Specification of primary structure and hybrid DVA

Primary structure	Hybrid DVA
$m_1=1.62[\text{kg}], m_2=1.48[\text{kg}]$	$m_a=0.135[\text{kg}]$
$m_3=1.48[\text{kg}], m_4=2.20[\text{kg}]$	$k_a=21.97[\text{N/m}]$
$k_i=2600[\text{N/m}] (i=1,2,3,4)$	$c_a=0.368[\text{Ns/m}]$
$c_i=0.08[\text{Ns/m}] (i=1,2,3,4)$	$K_f=2.0[\text{N/A}], K_v=2.0[\text{V}]$
	$R=2.6[\text{W}], L=0.72[\text{mH}]$

を切り捨てて振動の1,2次モードのみに低次元化した状態方程式で表すと式(4)のようになる。

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r u \quad (4)$$

ここで、

$$x_r = [\xi_1, \xi_2, x_a, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{x}_a]^T$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega_r^2 & -\Lambda_r \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ f_r \end{bmatrix}$$

ここで Ω_r と Λ_r は、 Ω と Λ の1,2次モードと動吸振器のストロークに関する項である。

さらに、提案の制御法を適用するために状態方程式は正準系でなくてはならない。このため式(5)のアクチュエータの1次遅れ系を式(4)に加えることにする。

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{1}{L}v \quad (5)$$

したがって状態方程式は

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c u \quad (6)$$

ここで、

$$x_c = [\xi_1, \xi_2, x_a, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{x}_a, i]^T$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -\Omega_r^2 & -\Lambda_r & K_f f_r \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}_{7 \times 7}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

となる。この式(6)の状態方程式を用いて設計する。

3. スライディングモード制御

ここでは、従来の設計法に基づいて低次元化モデルに対してスライディングモード制御系を設計する。その実験結果から、従来型の問題点等について述べる。

式(4)に示した状態方程式に対してスライディングモード制御系を設計する。まず超平面を次式のようにおく。

$$\sigma = Sx_r \quad (7)$$

いま超平面に状態が拘束されているとすると $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ より等価制御入力 は次式のように与えられる.

$$u_{eq} = -(SB_r)^{-1}SA_r x_r \quad (8)$$

式(8)を式(4)に代入すると,

$$\dot{x} = [A_r - B_r(SB_r)^{-1}SA_r]x_r = \hat{A}x_r \quad (9)$$

となる. これは等価制御系と呼ばれるシステムで, $\hat{A}$ の原点極以外の固有値をすべて安定とするように S を決定する. この S の設計法は多く存在するが, ここでは $\hat{A}$ の安定余裕を指定して S を決定する. すなわち次のリカッチ方程式を解き, S を決める.

$$PA' + A'^T P - PB_r B_r^T P + Q = 0 \quad (10)$$

$$A' = A_r + \alpha I, \alpha \geq 0$$

$$S = B_r^T P \quad (11)$$

つぎに切換制御則を考える. σ に関するリアプノフ関数を次式のように定義する.

$$V = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (12)$$

このリアプノフ関数の $\dot{V}$ が負定関数であれば, リアプノフの漸近安定定理を満たし, σ は 0 に収束する. したがって必ず超平面に拘束されることになる. そこで制御入力を $u = -kx_r$, $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ とおくと, $\dot{V}$ は

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma}$$

$$= \sigma S \dot{x}_r$$

$$= \sigma S(A_r x_r + B_r u)$$

$$= \sigma S A_r x_r - \sigma S B_r k x_r$$

となり, 次式の条件式が得られる.

$$\dot{V} = \sigma S A_r x_r - \sigma S B_r k x_r < 0 \quad (13)$$

これより, フィードバックゲイン k は次式のように決定する.

$$k_i = \begin{cases} k_i^+ > (SB_r)^{-1}(SA_r)_i, & \sigma x_i > 0 \\ k_i^- < (SB_r)^{-1}(SA_r)_i, & \sigma x_i < 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

しかし, 式(14)のようなフィードバックゲインであると, 制御入力の切り換えが不連続となるため, チャタリングを起こす原因になってしまう. そのため次式のように切り換えを連続化してチャタリングを抑制する.

$$k_i = \begin{cases} k_i^+ & (\sigma x_i > \varepsilon) \\ k_i^- & (\sigma x_i < -\varepsilon) \\ \frac{k_i^+ - k_i^-}{2\varepsilon} \sigma x_i + \frac{k_i^+ + k_i^-}{2} & (-\varepsilon < \sigma x_i < \varepsilon) \end{cases} \quad (15)$$

このように設計された制御系を図2に示す実験装置に適用する. 図3(a)(b)に m_4 部分にインパルス外乱を与えたときの m_4 の変位と制御入力の時刻歴応答を示す. 図3(a)は約4[sec]程で1,2次モードを制振しているが, その後スピルオーバーにより徐々に発散している. また図3(b)より制御入力も大きく発散している. これは典型的なスピルオーバー不安定現象を意味している. この原因として, いわゆるチャタリングによる問題があげられ, すなわち積極的に1,2次モードを制振するためにハイゲインの切り換えになってしまい, その結果3次

Fig. 2 Test rig and experimental configuration

(a) Displacement of m_4

(b) Control input

Fig. 3 Impulse response of sliding mode control

モードが励振されてしまったことが考えられる. フルオーダーモデルに対する設計においてはスピルオーバー現象は発生せず極めて良好な制御性能[6]を有していたのに対し, 低次元化モデルに対する設計に対しては, このようにスピルオーバー現象を引き起こす問題点が残されている. このスピルオーバー現象を抑制するために次章に述べる周波数成形型スライディングモード制御を適用する.

4. 周波数成形型スライディングモード制御

4.1 等価制御系 スライディングモード制御では超平面に状態を拘束する際, 制御入力が無限大の周波数での切り換え則となっている. このため, この超平面への状態拘束を解析的に取り扱うことが困難となる. そこで, 状態が超平面に完全に拘束されたと仮定してシステムの理想的な連続入力に置き換えて考える. こ

Fig.4 Block diagram of H_2 control theory

れを等価制御入力と呼びこの系を等価制御系という。

いま次の正準系のシステムのプラントモデルを考える。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} u \quad (16)$$

この制御系において、超平面を次式のように定義する。

$$\psi = S(x_1) + x_2 \quad (17)$$

このとき、 $S(\cdot)$ は次式のようなダイナミクスを有する線形オペレータであり、次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Gx_1 \\ S(x_1) &= Hz + Lx_1 \end{aligned} \quad (18)$$

z は線形オペレータ内の状態変数である。

超平面上に状態が拘束されているとすると $\psi = \dot{\psi} = 0$ より、等価制御入力は次式のように与えられる。

$$u_1 = -B^{-1}[-H(Fz + Gx_1) + L(A_{11}x_1 + A_{12}x_2) + A_{21}x_1 + A_{22}x_2] \quad (19)$$

また、式(17)(18)から

$$x_2 = -Hz - Lx_1 \quad (20)$$

が得られる。よって超平面上ではシステムの状態方程式は次式のように低次元化される。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Fz + Gx_1 \\ \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}(-Hz - Lx_1) \end{aligned} \quad (21)$$

この時 (A_{11}, A_{12}) が可制御であれば、式(21)のすべての極は $\{F, G, H, L\}$ の選択によって唯一決定される。

4.2 周波数成形理論による超平面の設計

本節では、超平面の設計に対する周波数成形理論の適用について述べる。いま式(16)のシステムについて、超平面上に状態が拘束されたとき、システムの等価制御系は、次式のように低次元化される。

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \quad (22)$$

また、 $\psi = 0$ であるから式(17)より

$$x_2 = -S(x_1) \quad (23)$$

となる。

これより x_1 を超平面上の新しい状態変数、 x_2 を新しい制御入力とすれば式(22)は超平面上での新しい状態方程式とみなせる。また式(23)は x_1 の状態フィードバックから制御入力 x_2 を作り出す次式のような補償器に相当しているとみなせる。

$$x_2 = K(s)x_1 \quad (24)$$

このとき補償器 $K(s)$ は次式となる。

Fig.5 Block diagram of μ synthesis theory

$$K(s) = H(sI - F)^{-1}G + L \quad (25)$$

よって、式(22)を新しい状態方程式として種々の周波数成形理論を適用して $\{F, G, H, L\}$ を決定する。

4.2.1 H_2 制御理論による超平面の設計 超平面の設計に際して、最初に周波数成形理論の一つである H_2 制御理論を適用する。

H_2 制御は、 LQG 制御に動的な重みを許したものである。いわゆる、次式の二次形式評価関数の重み行列を周波数依存とするものである。

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{x_1^*(j\omega)Q_{11}(\omega)x_1(j\omega) + x_2^*(j\omega)Q_{22}(\omega)x_2(j\omega)\}d\omega \quad (26)$$

H_2 制御問題は、図4の開ループ系 $\{P(s), K(s)\}$ を内部安定にし、

$$J = \|LFT(P, K)\|_2 \rightarrow \min$$

とする補償器 $K(s)$ を求めることである。ここで、

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$$

のとき

$$LFT(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}$$

である。

このように H_2 ノルムで伝達関数の大きさを測ることは、白色雑音を入力として出力の期待値をはかることに等しい。ここでの周波数重みは、 μ 設計の超平面との比較のため、 μ 設計に用いたものと同一の重みを用いることにする。

4.2.2 μ シンセシス理論による超平面の設計

超平面の設計に際して、周波数成形理論の一つである μ シンセシス理論を適用する場合について述べる。このときのブロック線図を図5に示す。 μ シンセシス理論は、次式の H_∞ ノルムを同時に1以下にし、

$$\|W_1(I + KM)^{-1}KM\|_\infty < 1 \quad (27)$$

$$\|W_2(I + MK)^{-1}\|_\infty < 1 \quad (28)$$

かつ、次式の構造化特異値を1以下にする補償器 $K(s)$ を求める問題に帰着する。

$$\mu_\lambda(LFT(P, K)) < 1 \quad (29)$$

ここでは、MATLABの μ ツールボックスを用いて D-K イテレーションにより μ 超平面を設計する。D-K イテレーションは、まず式(27)(28)が、 H_∞ 制御理論の混

Fig. 6 Block diagram of frequency-shaped sliding mode control

Fig. 7 Frequency weighting function

Fig. 8 σ plot of linear operator

合感度問題であるので、これら2式を満たすようなトレードオフ解を見いだす。そして、式(29)を満たしているかどうかμ解析を行う。満たさないときは、μ解析の際に得られるスケーリングマトリクスDを最小位相近似して、一般化プラントに新たに吸収し再び混合感度問題を解く。この繰り返しにより、μ補償器を設計するものである。

4.3 可変構造制御則の決定 式(17)の超平面に対して、リアプノフ関数Vを式(12)と同様に、次式のように定義する。

$$V = \frac{1}{2} \psi^2 \quad (30)$$

非線形システムが漸近安定となるためには、 $\dot{V}$ は負定でなければならない。よって式(30)より、

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \psi \dot{\psi} \\ &= \psi (-H\dot{x}_2 + \dot{x}_2) \\ &= \psi [-H(Fz + Gx_1) + A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + Bu] \\ &= \psi B(u - u_i) \end{aligned}$$

となり、次式に示す条件式が得られる。

$$\dot{V} = \psi B(u - u_i) < 0 \quad (31)$$

したがって切り換え制御則は、

(a) Displacement of m_4

(b) Control input

Fig. 9 Simulated impulse response(Physical co-ordinate)

$$u = \begin{cases} u_i - \varepsilon \|u_i\|, & B\psi > 0 \\ u_i + \varepsilon \|u_i\|, & B\psi < 0 \end{cases} \quad (32)$$

ここで、 ε は切り替え幅であり、 $\varepsilon > 0$ とする。 ε の値は大きいほどはやく超平面に拘束することになるが、大きすぎるとチャタリングの発生や制御入力が大きくなるなどの問題が生じるため、適切な値を選ぶ必要がある。ここでは制御性能と制御入力の大きさを見ながら試行錯誤的に決定した。周波数成形型スライディングモード制御系のブロック線図を図6に示す。

5. シミュレーション

4章に述べた設計法により、周波数成形型スライディングモード制御系を塔状構造物のアクティブ制御に対して設計する。まず始めに図5に示すブロック線図に基づいて超平面を設計する。そのときの周波数重み関数を図7に示す。 W_1 はロバスト安定に関する重みで、モデリングの際に無視した弾性3,4次モード付近にピークをもたせている。また、感度低減に関する重み W_2 は弾性1,2次モード、アクチュエータに関する重み W_{21} , W_{22} , W_{2a} を対角成分としており、 W_{21} , W_{22} はそれぞれのモードに、 W_{2a} は両方のモードにピークをもたせた。この重み関数を用いD-Kイテレーションを行う。このときスケーリングは0次で行われ、線形オペレータの次数は34次である。設計されたμ設計による線形オペレータのσプロットを図8に示す。弾性3,4次モードの近くでゲインが低くなっており、低域フィルタのようになっていることがわかる。この超平面を用いて、式(32)より制御入力を決める。

シミュレーションは、 m_4 部分にインパルス外乱を与え

Fig.10 Simulated impulse response(Modal co-ordinate)

たときの時刻歴応答を物理座標とモード座標で見る。そのときの m_4 の変位と制御入力を図9(a)(b)に示す。スライディングモード制御による制振が効果的に行われていることがわかる。また、モード座標での各モードの変位を図10に示す。図10(a)(b)より、1,2次モードがよく制振されていることがわかる。また図10(c)(d)より、モデリングの際に無視した3,4次モードにまったく影響を及ぼしていないことがわかる。このことから超平面が周波数成形された結果、制御帯域が1,2次モードに限定されていることがわかる。

次に、非線形システムに対する制御性能をみるために、制御入力に $\|u\| < 0.3[V]$ となるような制限を与え

Fig.11 Simulated by limited control force

た時のシミュレーションを行った。そのとき、 m_4 部分にインパルス外乱を与えたときの時刻歴応答を図11に示す。図11(a)は m_4 部分の変位を示す。これより m_4 部分の応答が制御入力の制限による影響をほとんど受けていないことがわかる。これは、非線形制御であるためシステムの飽和にも耐えうる性質を有しているからと考えられる。

次に、μシンセシス理論において超平面を設計したものと同じ周波数重み関数を用いて H_2 制御理論により超平面の設計を行い、ロバスト性能の比較を行った。図8に H_2 設計による線形オペレータの σ プロットを示す。シミュレーションは、 m_4 部分にパラメータ変動を与えてそのとき m_4 部分にインパルス外乱を与えたときの時刻歴応答をみた。 H_2 制御理論で超平面を設計した場合を図12に示す。このときノミナル性能は低下し、非制御状態とはほぼ同じ応答を示した。また、質量の約8%のパラメータ変動を与えたときの応答を同じ図12に重ねて示す。この変動を与えた場合、不安定には至らないが、制振不能な状態となっている。また、これ以上の変動を与えると、さらに振幅が増大した応答になってしまう。これに対し、μ設計は、質量の約40%増加まで発散せずに制御を行うことができた。このことから、超平面にロバスト制御理論を適用することにより、スライディングモード制御系が、さらに優れたロバスト性能を有することがわかる。これは質量が変動したことによって生じる超平面の変動をμ設計は最小に抑えるように等価制御系を構築しているからである。

以上のシミュレーションから、スピルオーバー抑制型の超平面であり、優れたロバスト性能を有しているこ

(a) Displacement of m_4

(b) Control input

Fig. 12 Simulation using a hyperplane designed H_2 control (a) Displacement of m_4

(b) Control input

Fig. 13 Simulation using a hyperplane designed by μ synthesis

とが明らかとなった。

6. 実験結果

次に、図2に示すシステムで実験を行う。 m_1, m_4 の変位をギャップセンサで、アクチュエータの変位を差動トランスで検出し、それをAD変換器を通してDSPに取り込む。そこで、あらかじめ求めておいたモード行列の逆行列を用いることにより、主構造物のみモード

Fig. 14 Impulse response without control

(a) Displacement of m_4

(b) Control input

Fig. 15 Time history response for impulse disturbance to m_4

変位に変換し、さらに差分演算によってモード速度を求める。続いて、DSP内でスライディングモード制御の演算を行い、制御入力 δ がD/A変換器を通してハイブリッド動吸振器に入力され、構造物の制御を行う。サンプリングタイムを0.3[ms]、 ϵ を0.5で実験を行った。なお、ハイブリッド動吸振器は、スライディングモード制御の制御入力に、バネ、ダンパによる制御入力をソフトウェア上で加えている。図14に非制御時の m_4 にインパルス外乱を与えたときの m_4 の変位を示す。

実験は、 m_4 部分にインパルス外乱を与えたときの時刻歴応答を観測する。そのときの m_4 の変位と制御入力の時刻歴応答を図15に示す。図3の従来のスライディングモード制御での応答と比較するとあまりよい制振効果が得られているとはいえないが、スピンオーバー現象は全く発生していないことがわかる。そこで、弾性3次モードの発生しやすい m_3 部分にインパルス外乱を与えた時の m_4 の変位と制御入力の時刻歴応答を図16に示す。これも図15と同様にスピンオーバーが発生していないことがわかる。これらより、周波数成形された制御帯域が1,2次モードに限定されていることが確認

Fig.16 Time history response for impulse disturbance to m_3

され、スピルオーバを完全に抑制していることが検証された。

次にロバスト性能の検証のために、 m_3 部分にパラメータ変動を与え、 m_4 にインパルス外乱を与えたときの時刻歴応答を見る。図17にその応答を示す。パラメータ変動は m_3 の質量の約40%の変動を与えた。これもスピルオーバを起こさずに、収束していることがわかる。またそれぞれの応答波形が変わっていないこともわかる。これより、外乱やパラメータ変動に対して良好なロバスト性を有していることがわかった。

しかし、いずれの応答を見てもノミナル性能が従来のスライディングモード制御に比べて低下していることがわかる。この原因の一つとして、線形オペレータの導入により状態が緩やかに超平面に拘束されるために、従来のスライディングモード制御よりも超平面へ拘束する速度が遅くなってしまうからと考えている。また、等価制御系の補償器の高次数化の問題がある。これらの点については、今後検討したい。

7. 結言

著者らの提案した「等価制御系のロバスト性能を達成する μ 設計理論に基づく周波数成型型スライディングモード制御系設計法」を、4層の弾性塔状構造物の低次元化モデル制御に適用してその有効性を実験的に検証した。これにより以下の結論が得られた。

(1)本設計法は、シミュレーションと実験によって制御系設計時に無視した高次モードに全く影響を与えないスピルオーバ抑制型の超平面であることが検証された。

(2)本設計法は、シミュレーションと実験から等価制

Fig.17 Time history response for impulse disturbance to m_3 with load

御系がパラメータ変動に対して優れたロバスト性能を有することを示した。

(3)本設計法は、制御入力に飽和がある場合の非線形性に対して良好な制御性能を有することがシミュレーションによって明らかになった。

(4)課題として、等価制御系の補償器の高次数化の問題、ノミナル性能が従来のスライディングモード制御ほどには優れていない問題などがある。今後は、非線形入力の成形などによる方法も検討する予定である。

参考文献

- [1]Utkin,V.: Sliding Modes in Control Optimization, Springer-Verlag, 1992
- [2]Zinober,A.S.I(Ed.): Variable Structure and Lyapunov Control, Springer-Verlag, 1994
- [3]野波健蔵, 田宏奇:スライディングモード制御, コロナ社, 1994
- [4]Young, K.D.,Ozuguner, U.: Frequency Shaping Compensator Design for Sliding Mode Control, Int.J. Control, 57-5, 1005, 1993
- [5]Nonami,K., Nishimura,H., Tian,H.: H^∞/μ Control-Based Frequency-Shaped Sliding Mode Control for Flexible Structures,JSME International Journal, Series C, 39-3, pp. 493-501, 1996
- [6]石井慎一, 野波健蔵, 西村秀和, 中田修:ハイブリッド動吸振器を用いた塔状構造物のスライディングモード制御, 日本機械学会「第3回運動と振動の制御シンポジウム」講演論文集,pp418-423,1993