周波数領域におけるモード特性同定法の研究* (第4報, 多モード同定の効率と精度の向上)

岩原光男^{*1}, 長松昭男^{*2}

Research for Identification of Modal Parameters in Frequency Domain (4th Report, Improvement of Efficiency and Accuracy in Identification of Many Modes)

Mitsuo IWAHARA and Akio NAGAMATSU

An approach is presented for the identification of modal parameters in the frequency domain in an experimental modal analysis with multiple frequency response functions. In the case of many modes, with automatic optimum partition of the frequency domain, computation time for calculation becomes shorter and required memory size becomes smaller. Accuracy of the results is improved using inertia restraint, residual compliance and 2 pseudo-modes. The validity of this method is verified by comparing the results with those of other methods.

Key Words: Experimental Modal Analysis, Identification of Modal Parameter, Fast Fourier Transform, Frequency Response Function, Least Squares Method

1. 緒言

実験モード解析において振動試験によって得た加振力と応答の実験データからモード特性を同定する手法としては、時間領域と周波数領域とにおける様々な手法が知られている⁽¹⁾⁽²⁾。これらのうち、Van Loon により提案された周波数領域法⁽³⁾は、日本では偏分反復法と呼ばれ広く使用されている。この手法は、誤差を検定しながら反復計算を行うことによりモード特性を同定するものであり、精度の良いモード特性を求めることができる。しかし、計算効率が悪く、特に多くの周波数応答関数を同時に参照する場合には多大な計算時間を必要とする。また、初期値が適切に与えられない場合には、計算が発散して解が得られないことがある。

著者らは、周波数領域法の有する長所を保持したままで、上述の欠点を是正する研究を行っている。まず、一般粘性減衰と一般ヒステリシス減衰において変数を分離する方法を提案し、これにより多点参照において計算時間が著しく減少することを検証した⁽⁴⁾。また、非線形最小2乗法と最適化手法を合わせて導入するこ

とを提案し、これにより初期値が真値と大きく異なるときの収束性と精度の大幅な改善が可能になった⁽⁵⁾。さらに、ヤコビアン行列の計算を簡略化する方法と入力データを縮小する方法を提案し、計算時間と記憶容量の両方がさらに減少することを示した⁽⁶⁾。

以上の研究により実験で得られる多数の周波数応答関数(FRF)から最も確からしいモード特性を効率良く安定して同定することが可能になった。しかし、例えば、ディーゼルエンジンの低騒音化を目的にして、エンジンブロックの設計支援を実験モード解析で行うことを考える。このような場合には、最低次の基本モードから騒音の原因となる高次モードまでの広い周波数範囲に存在する多数のモード特性を実験で同定する必要がある。このとき問題となるのは、同定する固有モード数の増加に伴って急増する計算時間と記憶容量である。本報告ではこの問題を解決するために、全周波数範囲を複数の対象領域に自動的に最適分割し、各対象領域外の固有モードの影響を精度良く補正しながら、対象領域毎に独立にモード特性を同定する手法を提案する。そして、提案する方法と市販のモード解析装置で用いられている従来のいくつかの方法を比較することにより、提案する方法の有効性を検証する。

* 原稿受付 1996年2月20日。

^{*1} 正員, (株)いすゞ中央研究所 (〒252 藤沢市土棚8)。

^{*2} 正員, 東京工業大学 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

2. 理論概要

モード特性 $\{\gamma\}$ を求める。周波数点 ω_i における F R F の実験データを y_i , 対応する理論式の値を f_i で表す。混入する雑音が多数の互いに独立な偶然要因によるものであれば, y_i の分布は正規分布になる。この場合, 最も確からしいモード特性は, 次式の重みつき残差 2 乗和 S を最小にする $\{\gamma\}$ である。

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2Nm} w_i \cdot (y_i - f_i)^2 \quad (1)$$

ここで, 同時に参照する F R F の数を m , 周波数点の数を N で表す。重み係数 w_i は, y_i の母分散の逆数に比例する。

S が極小となる $\{\gamma^*\} = \{\gamma\} + \{\Delta\gamma\}$ をニュートン法⁽⁷⁾で探索すれば

$$[A] \cdot \{\Delta\gamma\} = -\frac{\partial S}{\partial \{\gamma\}} \quad (2)$$

ここで $[A]$ は $\partial^2 S / \partial \gamma_i \partial \gamma_j$ を成分とする行列でヘシアン行列とよばれている。従来の偏分反復法では, 式(2)における $[A]$ と右辺を式(1)から求め, 式(2)を解くことにより $\{\Delta\gamma\}$ を求める。そして $\{\gamma\}$ の初期値から始めて, 繰り返し $\{\Delta\gamma\}$ を求めることにより S が極小値をとるときのモード特性を算出している。この方法では, F R F の数 m が増加すると $\{\gamma\}$ の元数が増加するために, 計算時間が急増する。また繰り返し計算において発散して解が得られない場合がある。したがって, 従来の偏分反復法は主に F R F を 1 個ずつ個別に処理するのに使用されている。

著者らの手法⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾では, 求めるべきモード特性を固有モード形状 $\{\alpha\}$ と固有振動数・モード減衰比 $\{\beta\}$ とに分ける。 $\{\alpha\}$ は F R F の理論式 f の中に線形項として, また $\{\beta\}$ は非線形項として含まれている。著者らは, $\{\alpha\}$ を $\{\beta\}$ の関数として表現することを可能にした⁽⁵⁾。これにより未知数は $\{\beta\}$ のみになる。このとき S が極小になる $\{\beta^*\} = \{\beta\} + \{\Delta\beta\}$ は

$$[B] \cdot \{\Delta\beta\} = -\frac{\partial S}{\partial \{\beta\}} \quad (3)$$

ヘシアン行列と右辺が算出できれば式(3)は計算できる。著者らは S が線形項に関して極小となる条件下で式(3)

の $[B]$ および右辺を算出する方法を提案した⁽⁵⁾。 $\{\beta\}$ の元数は F R F の数 m に無関係に一定なので, 多数の F R F を同時に参照する場合は, 計算時間が有利になる。また, S の $\{\alpha\}$ に関する極小条件下で $\{\beta\}$ を探索するために, 収束性が改善される。 $\{\beta\}$ を探索するときに固有振動数とモード減衰比各々に適した側面制約を設定すれば, 収束性はさらに改善される⁽⁵⁾。

以上の操作により, 実験で得られた多数の F R F に共通で最も確からしい $\{\beta\}$ を求めることができる。 $\{\beta\}$ が求まれば, これを式(1)に代入し, 残った $\{\alpha\}$ を次式で求める。

$$[C] \cdot \{\Delta\alpha\} = -\frac{\partial S}{\partial \{\alpha\}} \quad (4)$$

$\{\alpha\}$ は線形項なので式(4)は線形最小 2 乗法の式と一致し, くり返し計算を必要としないで $\{\alpha\}$ を求めることができる。F R F の数を m , 採用モード数を n と表すと, 式(4)における行列 $[C]$ の大きさは $(2n+4)m$ である。しかし, 行列 $[C]$ の成分 $C_{ij} = \partial^2 S / \partial \alpha_i \partial \alpha_j$ は i と j が異なる F R F に属する場合には零となる。したがって, 行列 $[C]$ は, m 個の $(2n+4) \times (2n+4)$ の行列に分解できる。従来の方法で用いる式(2)における行列 $[A]$ は, 全 F R F に共通の $\{\beta\}$ に関する微分係数を含むので, このように分解することはできない。

3. 多数の固有モードの効率的同定法

著者らによるこれまでの研究⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾により多数の F R F を同時参照した同定を効率的に行うことが可能になった。しかし, 近年のデータ処理装置の進歩により多数のスペクトル線を持つ F R F の取得が可能になり, 現在 6401 本のスペクトル線を持つデータ処理装置が市販されている。このような装置で F R F を騒音領域まで採取すると, これには多数の固有モードが含まれている。一方, 著者らの方法によれば, F R F が採用固有モード数にまで縮小される。この縮小は採用固有モード数が 20 個位までならば, 計算の効率に大きく貢献する。しかし, 採用固有モード数がそれより増加すると縮小後の F R F の数も増加し, 式(3)の元数が増加するために, 計算時間と記憶容量が急増する。この問題を解決するために, 対象周波数範囲を複数の領域に最適自動分割し分割後の各領域外の固有モードの影響を補正しながら同定を行う手法を提案する。

3. 1 対象周波数範囲の自動最適分割

分割は隣接する固有モードの固有振動数になるべく離れている周波数点で行うことが望ましい。そして、分割後の各領域に存在する固有モード数は、規定数以内でなるべく均等にしなければならない。このことを論理的に実現することは困難である。そこで、次のように対偶に近い考え方を取り入れ、手法を実現する。

まず分割された領域内に含まれる固有モードが1つだけになるように全周波数範囲を細分割する。次に固有モードが最も近接した2個の隣接領域を結合することを繰り返す。結合後の領域内の固有モード数が規定数になれば、以後この領域は他の領域と結合出来ないとする。このような現象は自然界において水滴の凝集現象などとして存在しており、これを類推することにより論理的にも成立すると考える。また、結合後の形態も当初狙ったものに近いと期待できる。

以下にこの最適分割の流れを示す。

1. 周波数領域を各固有モードが1個になるように細分割する。分割境界は各固有モードのピーク周波数の中間周波数にする。

2. 分割された領域1, 2の引力Fを計算する。

$$F = 1 / (L \times N1 \times N2) \quad (5)$$

L : 領域端の固有モード間の距離

N1 : 領域1内の固有モード数

N2 : 領域2内の固有モード数

引力Fは領域端の固有モード間の距離が近いほど、また隣接領域内の固有モード数が少ないほど大きくなる。

3. 引力Fの最も大きい領域を結合する。このとき規定数を越えないようにする。

2. と3. とを繰り返す。

この手法では、固有モード数が大きい領域に挟まれた、固有モード数が1または2の領域が出現する可能性がある。これを避けるために、領域内の固有モードの規定数を*i*と表すと、まず*i*/2を規定数として上記論理で結合し、その後に*i*を規定数として結合する。このようにすれば、固有モード数が1または2の領域が出現する可能性は大きく減少する。

3. 2 対象領域外の固有モードの影響

通常、実験で得られたFRFには、対象領域外にも多数の固有モードが存在し、対象領域内のFRFの振幅と位相に影響する。これにより生じる誤差を補正す

るために、従来は剰余剛性Zと剰余質量Sという2定数を導入していた。これらは、対象領域の境界から充分離れた固有モード群を表す係数として近似的に定義される。これらを用いた粘性減衰の場合のFRFを次式に示す。

$$G(\omega) = \sum_{r=1}^n \left(\frac{A_r}{j\omega - \lambda_r} + \frac{A_r^*}{j\omega - \lambda_r^*} \right) - \frac{1}{\omega^2 S} + \frac{1}{Z} \quad (6)$$

$G(\omega)$ はコンプライアンスFRF、 ω は角振動数、 j は虚数単位、 λ_r, A_r は*r*次固有モードの複素固有値と留数、 n は採用固有モード数、 $*$ は複素共役を表す。試行計算の結果、上記の自動分割による同定の場合には、式(6)のように従来の剰余質量と剰余剛性を導入するだけでは精度的に不十分であることが判明した。

これを改良する手法としては、吉村のLaurent級数を利用する方法⁽⁸⁾、およびJeongらの領域外に固有モードを追加してこれで領域外の固有モード群を代表させる方法⁽⁹⁾がある。後者は採用固有モード数+2の自由度で系を表すことになり、前者より意図が明快である。本報告では、Jeongらの方法と従来の剰余質量・剰余剛性を併用することを提案する。提案する方法では、領域外の固有モードのうち、充分遠方の固有モード群を剰余質量と剰余剛性で、また境界付近の固有モード群を各々一つの固有モードで表すことになる。

領域外の固有モードの影響を補正するために、領域外に仮想固有モードを追加すると、繰り返し計算において収束性が悪化する。この問題を解決するために、モード特性の同定を2段階に分ける。第1段階では、従来の剰余質量と剰余剛性だけを採用してモード特性を同定する。これは、前報(5)と同じ方法であり、収束性が良く、良好な精度の固有振動数が求まる。しかし、モード減衰は領域外の固有モードの影響を受けて誤差を含んでいることが多い。第2段階では、領域外の固有モードの影響を補正するために領域外に2個の仮想固有モードを追加し、第1段階の結果を初期値にして固有振動数とモード減衰とを求める。固有振動数の初期値が第1段階で精度良く求まっているので、第2段階における繰り返し計算の収束は容易である。

対象周波数領域内における固有モードを同定する場合、式(1)で示す残差2乗和Sは固有振動数がわずかに変化しても大きく変化する。そこで、著者らの以前の研究⁽⁵⁾では、繰り返し計算において、固有振動数にはその変化率が0.05以下、モード減衰比には0.8以下と

Fig.1 Amplitude of Accelerance by 51 DOF model
(Dotted lines are boundaries of automatic partition)

Fig.2 Error of modal damping ratio identification

Fig.3 Error of mode amplitude (left-side mass)

Fig.4 Comparison of calculation times

Fig.5 Comparison of necessary memory size

Fig.6 5 DOF model

いう側面制約を設定し、発散現象を防止している。本研究でもこれと同じ側面制約を全固有モードに設定してみた結果、領域外の固有モードの固有振動数に領域内と同じ側面制約を設定すると、収束が遅くなることが判明した。本研究では、領域外の2個の固有モードに対しては、固有振動数とモード減衰比の変化率が共に0.1以下という側面制約を設定した。

また以前の研究⁽⁵⁾では、式(3)の $[B]$ を算出するために式(4)の $[C]$ の逆行列を使用していた。しかし、 $[C]$ の特異値分解の結果、領域外に固有モードを追加すると、この逆行列の計算がランク落ちにより不可能になる可能性があることが判明した。そこで本研究では、逆行列を用いないガウスの消去法による直接解法に改良した。

3.3 有効性の検証

図1は51質点と50ばねの直列結合からなる力学モデルのFRF（アクセラランス）であり、3000Hzまでに1個の剛体モードと50個の固有モードを有する。粘性減衰の仮定を採用し、そのモード減衰比は全固有モードで0.002とする。

高周波数になるほど、減衰力が大きくなると同時に固有振動数が近接するので、各固有モードは重なり合い、モード特性の同定が困難になることが予想される。同定の対象周波数範囲は50~2900Hzで、0.5Hzおきの5701点の周波数点を採用する。自動的に最適分割された境界を破線で示す。分割領域内の固有モード数は8以内と規定した。その結果、対象領域は自動的に7個に分割された。分割後の領域内の固有モードの数は低周波数側から、6, 4, 8, 8, 8, 8, 8であり、妥当と考える。分割後の各領域を低周波側から、領域1~7と表す。

固有振動数の同定結果は、ここでは示さないが正解値に極めて近いものであった。モード減衰比の同定結果を図2に示す。×印は従来の剰余質量と剰余剛性のみで補正した結果を表すが、分割領域の境界付近と中央付近で同定精度が大きく低下している。領域1の低周波側でやや精度が良いのは、このモデルでは剛体モードを有するために、剰余質量の仮定が成立していることによる。*印は剰余質量と剰余剛性のかわりに、領域外の低周波側と高周波側に各1個の固有モードを挿入して補正した結果を示す。1500Hz以下の低周波数領域においては良好な結果を得ているが、1500Hz以上の高周波数領域では同定誤差が増加している。高周波

数領域では固有モード間の間隔が狭くなり、分割境界の外のすぐ近くに隣接領域の固有モードが存在する。この固有モードの影響と遠方の固有モードの影響を合わせて一つの固有モードで補正することが困難になるためと考える。○印は提案する方法で、剰余質量と剰余剛性に領域外に2個の仮想固有モードを追加した例を表す。領域6まで良好な同定結果である。領域7の高周波側で精度が低下しているのは、図1からわかるように固有モードが極めて近接していて分離が困難なためである。

図3に固有モード（モデル左端の質点の振幅）の同定誤差を示す。図2と同様の傾向を示す。ここでも○印の提案する方法は良好な結果を示す。

図4と5に計算時間と記憶容量を比較する。×印は剰余質量と剰余剛性のみによる補正で、自動最適分割を行わない場合、○印は提案する方法で補正し対象領域を自動最適分割した場合を示す。固有モード数が15以上になると、対象領域を自動最適分割しない方法では計算時間と記憶容量が共に急増し、採用固有モード数45以上では計算出来なかった。固有モード数40で比較すると、対象領域を自動最適分割することにより、計算時間は1/5に、記憶容量は1/9に減少している。採用固有モードが50以上に増加しても、自動最適分割を行えば、計算時間の増加はゆるやかであり、記憶容量はほとんど増加しない。このように、本報告で提案する方法によれば、多数のモード特性を、実用的な計算時間と記憶容量で精度良く求めることができる。

4. 他の方法との比較

著者らは、これまでの研究⁽⁵⁾⁽⁶⁾と本研究により、新しいモード特性法を提案し、統合した電算プログラムを作成した。この著者らの方法を、現在一般に使われている他の手法と比較する。比較の対象とするのは、時間領域法として最もよく用いられるプロニーの方法⁽¹⁰⁾、プロニーの方法とLoonの方法の混合法およびFrequency Domain Direct Parameter Identification Method⁽¹¹⁾（FDDPI法）である。これらのうち後の2つは、著名な市販の実験モード解析装置⁽¹²⁾に採用されている方法である。

4.1 他の方法の概要

4.1.1 プロニーの方法 粘性減衰のFRFを表す式(6)のうち、右辺の剰余質量と剰余剛性の項を省略して逆フーリエ変換すれば、次式の時間領域単位衝撃応答 $h(t)$ を得る。

$$h(t) = \sum_{r=1}^n \left(A_r e^{\lambda_r t} + A_r^* e^{\lambda_r^* t} \right) \quad (7)$$

時刻 t_i における理論式(7)の値を h_i , 対応する実験データを y_i と表せば, 残差2乗和 S は式(1)と同様に

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2Nm} W_i \cdot (y_i - h_i)^2 \quad (8)$$

この S が最小となるモード特性を探索する。

4. 1. 2 FDDPI法⁽¹¹⁾

粘性減衰の仮定のもとで, 対象周波数領域におけるFRFの理論式 $[H(s)]$ は

$$\begin{aligned} (s^2 I + s[A_1] + [A_0])[H(s)] = \\ s^{-2}[C_{-2}] + s^{-1}[C_{-1}] + [C_0] + s[C_1] + s^2[C_2] \end{aligned} \quad (9)$$

ここで, $[A_1], [A_0], [C_{-2}], [C_{-1}], [C_0], [C_1], [C_2]$ は未知数行列, $s \equiv j\omega$, I は単位行列を表す。式(9)により定義される $[H(s)]$ に対する実験データの重みつき残差2乗和が最小となる未知数行列を探索する。しかし, この計算機負荷を避けるために式(9)を移項, 転置して

$$\begin{aligned} s^2[H(s)]^T = -s[H(s)]^T[A_1]^T - [H(s)]^T[A_0]^T \\ + s^{-2}[C_{-2}]^T + s^{-1}[C_{-1}]^T + [C_0]^T + s[C_1]^T + s^2[C_2]^T \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)の $[H(s)]$ に実験データを代入し, 式(10)の左辺と右辺の差の2乗和が最小になる未知数行列を求める。ここでは線形最小2乗法を使用できる。

未知数行列の $[A_1]$ と $[A_0]$ とが求まれば, これらを組み合わせた行列を固有値分解することにより, モード特性のうち固有振動数とモード減衰比を求めることができる。この方法で固有モードを求めるためには, 行列 $[C_{-2}], [C_{-1}], [C_0], [C_1], [C_2]$ を用いて式(9)を解き, $[H(s)]$ を決定する必要がある。しかし, この計算は大変面倒なので, 市販のモード解析装置⁽¹²⁾では, これに代わり式(4)を用いて固有モードだけを求めている。これをここではFDDPI法と呼ぶ。

4. 1. 3 混合法 モード特性のうち, 固有振動数とモード減衰が既知であれば, 式(1)に固有振動数とモード減衰を代入し, 式(4)より最も確からしい固有モード形状を求めることができる。プロニーの方法で固有振動数とモード減衰を求め, 式(4)より固有モード形状を求める混合法が実用化されている⁽¹²⁾。

4. 2 5自由度FRFの同定結果

図6の5自由度モデル⁽⁴⁾を用いて有限要素法で得られたFRFを模擬実験データとして入力する。周波数点は1Hzおきで, 提案する方法では50~950Hz, プロニーの方法⁽¹⁰⁾では50~1073Hz, FDDPI法と混合法は48~1071Hzの周波数点のデータを使用した。

雑音が入らない場合は, 提案する方法, プロニーの方法⁽¹⁰⁾, FDDPI法, 混合法共に同定されたモード特性の誤差は0.1%以下であり, 精度は充分である。加速度検出器を使用してFRFを測定する場合を想定し, アクセランスに正規分布する雑音を一樣に混入したものをコンプライアンスに変換して同定する。この場合, 雑音の影響を最も受けるのは, 最も周波数が低い基本モードである。この基本モードのモード特性同定誤差を図7a~7cに示す。図7では, 逆フーリエ変換した時間軸データのうち, 誤差の影響が相対的に大きいと思われる後端の一部のデータを削除する場合としない場合の比較も行っている。

FDDPI法は, その原理から同定するモード数以上のFRFの数が必要とする。そこで, 各点応答の5個のFRFを使用して同定を行ってみた。この場合は, 1個のFRFを使用した他の方法と比較して, 情報量は有利になる。それにもかかわらず, 最も少ない雑音混入率1%でも第5モードの同定固有振動数が正解値である923.2Hzから58Hz離れていた。この時点で, FDDPI法では雑音混入時には精度良い同定はできないと判断し, 以後の本節の比較においては除外する。

図7aに基本モードの固有振動数の同定誤差を示す。文献(10)のプロニーの方法では, 雑音を混入すると同定された固有振動数は真値より低い方へずれていくことがわかる。4%以上の雑音混入率では過大な同定誤差を生じたため, 図7から除外した。混合法では同じプロニーの方法で固有振動数を求めているが, これは文献(10)のプロニーの方法より精度が良い。この原因は, 文献(10)の方法がプロニーの方法の原理をそのまま使ったプログラムを用いているのに対し, 混合法は市販の装置⁽¹²⁾に内蔵されているプログラムであり何らかの誤差対策が講じられているためだと思われるが, その詳細は不明である。しかし, この混合法においても, 雑音混入率4%と10%で生じているように, 時折同定誤差が大きくなっている。これに対し本研究で提案する方法は, 安定して精度が良い結果を導いている。

図7bにモード減衰比の同定誤差を示す。プロニーの方法⁽¹⁰⁾と混合法は, 雑音混入率が大きくなると共に,

同定されたモード減衰比は大きい方へずれており、特に4%以上では同定誤差が大きくなっている。提案する方法はこれらと比較して安定して精度が良いことが明らかである。

図7cに固有モード振幅の同定誤差を示す。プロニーの方法⁽¹⁰⁾では雑音混入率2%ですでに大きい誤差が生じている。混合法では固有モード形状を式(4)で求めているが、その前提となる固有振動数とモード減衰比はプロニーの方法で求めたものであり、その際の誤差の影響を受けて、雑音混入率増加と共に同定誤差が増加している。特に、雑音混入率6%においては、式(4)を解くことができず、固有モード振幅は求まらなかった(便宜上誤差を-100%と表示)。ここでも提案する方法は安定して精度が良い。

4.3 実験データの同定結果比較

図8のはしご状構造物⁽⁶⁾の振動試験を行い、得られた実験データを使用して、比較を行う。同定する固有モード数は低次から5個で、同定に使用するFRFは点1の3方向と点2の2方向の5個とする。加振は端部より1/3長の点36をX方向に行っている。165~484.4Hz, 0.625Hz間隔, 512個の周波数点の実験データを使用する。

結果を表1に示す。点29のX, Y, Z方向, 点36のX方向加振から得られた756個のFRFを同時参照して同定した固有振動数とモード減衰比 Ω_0, ζ_0 を基準にする。添字1, 2, 3は, それぞれFDDPI法, 混合法, 提案する方法による同定結果を表す。FDDPI法では, 4.2節の5自由度モデルの場合と同様に, ただし今回は基本モード(1次固有モード)が検出できなかった。

Fig.7a Error of natural frequency identification

Fig.7b Error of modal damping ratio identification

Fig.7c Error of mode amplitude identification

Fig.7 Comparison of methods with noise

solid lines : proposed method

○ weighting factor $= 1/\omega^4$

× w.f. $= (1/\text{amplitude of FRF})$

dotted lines : mixed method

○ cutting 30 time data of end

× without cutting time data

chain lines : Prony's method

○, × same as mixed method

Fig.8 Simplified ladder frame structure

しかし、2～5次固有モードの固有振動数は基準に近い値である。ただし、2次固有モードのモード減衰比が基準の約1/7になっている。FDDPI法は大切な低周波数域の低次固有モードにおいて特に大きい誤差が生じている。混合法では、固有振動数は全モードで基準に近い値である。しかし、基本モードのモード減衰比は基準の約5倍の値を示す。これは、実験データに含まれる雑音の影響ではないかと考えられる。提案する方法による同定結果は全体に良好な結果を導く。

Table 1 Identification of experimental data
 Ω_0, ζ_0 Natural Frequency and Modal Damping Ratio
using 756 FRFs by Proposed Method

Ω_1, ζ_1 Results by FDDPI Method

Ω_2, ζ_2 Results by Mixed Method

Ω_3, ζ_3 Results by Proposed Method

i Modal Number (1~5)

i	Ω_0 (Hz)	ζ_0 (%)	Ω_1/Ω_0	ζ_1/ζ_0	Ω_2/Ω_0	ζ_2/ζ_0	Ω_3/Ω_0	ζ_3/ζ_0
1	180.2	0.208	×	×	1.002	5.23	1.000	0.991
2	278.5	0.150	0.999	0.130	1.000	1.022	1.000	0.935
3	283.9	0.172	0.980	1.012	1.000	1.495	1.000	0.826
4	301.6	0.166	0.999	0.960	1.000	0.960	1.000	0.964
5	467.9	0.121	0.995	1.078	1.000	1.029	1.000	1.040

4. 4 固有振動数が近接した固有モードの分離

エンジンブロックのように、複雑な構造物を騒音の周波数領域まで加振すると、固有振動数が近接する固有モードが発生することが多い。ここでは、FFTで求めたスペクトル上で辛うじて分離できるものを対象に、同定精度を比較する。

4.2節で使用した5自由度モデルの応答点2にばねと質量を付加して、3次固有モードを2個の固有モードに分離させたFRFを作成して、これを使用する。分離幅 ΔHz は周波数分解能1 Hzに対して2.5 Hzと3.5 Hzである。比較はプロニーの方法、混合法、提案する方法で行った。プロニーの方法、混合法共に時間軸データの後端部分の削除は行わない。他の条件は4.2節と同じである。

ここでは示さないが、固有振動数の同定結果は、2個の固有モードを別々に分離同定できた場合は正解値に近かった。モード減衰比の同定誤差(%)を表2に示す。×印は分離同定できなかったことを表す。提案する方法は分離精度が良いことがわかる。プロニーの方法は、雑音混入時に急激に精度が低下する。

Table 2 Error(%) of modal damping ratio

Noise 0%	$\Delta Hz=3.5 Hz$		$\Delta Hz=2.5 Hz$	
Prony's	2.6	-1.0	9.7	-1.0
Mixed	-25.0	-25.0	19.0	-42.5
Proposed	0.0	0.0	0.0	0.0

Noise 1%	$\Delta Hz=3.5 Hz$		$\Delta Hz=2.5 Hz$	
Prony's	×	×	×	×
Mixed	-21.6	58.0	×	×
Proposed	-3.2	3.5	-4.8	0.5

× : can't be distinguished

5. 結論

(1)対象周波数領域を自動最適分割する同定手法を提案し、多数の固有モードのモード特性を同定する場合に、これを用いれば、計算時間と記憶容量が大きく低減することを示した。

(2)対象領域外の固有モードの影響を、境界近くの1個の固有モードと遠方の固有モード群をまとめて近似表現した定数を併用することにより、精度良く補正する方法を示した。

(3)提案する方法を現在一般に使用されている他の方法と比較し、減衰の小さい構造物においては本研究の方法が他の方法よりも優れていることを検証した。

6. 参考文献

- (1)長松, "モード解析", 培風館, 1985.
- (2)長松, "モード解析入門", コロナ社, 1993.
- (3)Loon, V., Ph. Doctor dissertation, Katholieke Univ. Leuven, 1974.
- (4)岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4214.
- (5)岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4222.
- (6)岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4230.
- (7)中川・小柳, "最小2乗法による実験データ解析", 東京大学出版会, 1987, p. 96.
- (8)吉村, 東京工業大学博士論文, 1988.
- (9)Jeong. 等, 機論, 54-505, C(昭 63), 2077.
- (10)S. Lawrence Marple Jr., "Digital Spectral Analysis", Prentice Hall PTR, 1987, p. 303.
- (11)Ph. Doctor dissertation, Frans Lembregts, Katholieke Univ. Leuven, 1988.
- (12)LMS International, LMS Coda-X User Manual, 'Modal Analysis', 1989.