不規則入力を受ける非線形系のスペクトル解析および同定*

松本宏行^{*1}, 山川新二^{*2}, 大石久己^{*2}Spectral Analysis and Identification of Nonlinear Vibration System
Subjected to a Random Input

Hiroyuki MATSUMOTO, Shinji YAMAKAWA and Hisami OHISHI

The purpose of this work is to identify the characteristics of a nonlinear vibration system subjected to a random input. In general, a statistical technique of a higher-order spectrum could be used for non-Gaussian data analysis. The dependencies between two frequency components are expressed. And the authors tried to understand the characteristics of a nonlinear system through bispectra. In this identification method, smoothing with a bispectral window is needed. The design of this bispectral window is dealt with an optimization problem here. Statistical characteristics for the design of bispectral window are bias and variance. The factor of the bias for this window is equal to that of the squared variance. Here, a numerical simulation was executed for an asymmetrical nonlinear vibration system. Moreover, the results of an experiment for one degree of freedom models with a cell sponge are examined and discussed.

Key Words: Nonlinear Vibration, Identification, Random Vibration, Spectrum Analysis, Algebraic Manipulation, Optimization

1. はじめに

機械構造物に存在する現象は非線形特性を有するものが多く、不規則入力を受ける振動系の応答特性は、くせのある、いわゆる非ガウス性を有する不規則過程となる。これらのデータの取扱いには統計的手法の適用、さらに非ガウス特性を考慮した高次統計量を用いた解析が必要不可欠である。

不規則入力を受ける非線形系振動系の特性を同定する一手法として、高次スペクトルの一つである、バイスペクトル解析^{(1)~(3)}による統計的な同定法を提案する。

ここで説明する同定問題とは、不規則入力を受ける非線形振動系において、バイスペクトル解析により、基本波成分と二次波成分等の周波数成分間の従属性を把握すること、および振動系におけるばね定数、減衰定数等の物理パラメータを決定することを指す。

今回の報告では、その同定法に関して、おもに三つの問題について考察、検討を行った。

まず、一つは、バイスペクトルを用いた同定法の問題点として、バイスペクトルを推定する際に使用するバイスペクトル窓の選択がある。バイスペクトル窓の統計的特性が同定方法に大きくかわるので、その選択、設計が重要な問題であった。そこで、この問題を一つの最適化問題と位置づける。バイスペクトル窓の統計的誤差を考慮し、かつその窓の満たすべき条件を考慮した上で、バイスペクトル窓の係数を数値的に定めるという方法を行った。

次に、同定手法について検討をした。前報では、調和バランス法を応用し、線形最小二乗法を用いて、振動系のパラメータの同定を行った。今回の方法は、同定問題を一つの最適化問題として考える。目的関数として、クロスバイスペクトルの誤差が最小となり、かつ制約条件として、運動方程式を満たす問題に定式化を行った。

3番めとして、出力側にノイズが混入した場合の考察を行った。付加されたノイズが、入出力と独立なデータと仮定できる場合には、バイスペクトルはこのノイズの影響を取り除いて入出力の推定が可能であることを示した。

そして、数値シミュレーションを実行し、これらの問題について検討を行った。

* 原稿受付 1996年2月19日。

^{*1} 正員, 工学院大学大学院 (〒163-91 東京都新宿区西新宿1-24-2)。^{*2} 正員, 工学院大学工学部。

最後に、1自由度の非線形系実験モデルを作製し、そのモデルを対象として本手法の有効性を示し、考察、検討を行った。

以上が、この論文のおもな構成である。

2. 振動系のモデル化

本論文は図1に示すような、不規則入力を受ける一自由度非線形系を対象とする。

非線形特性は、対称性、非対称性を考慮に入れると、減衰力およびばねによる復元力についてそれぞれ、速度および変位による多項式によるモデルとする。

振動系に加える励振力を $f(t)$ 、質量 m 、減衰定数 c_1, c_2, c_3 、ばね定数 k_1, k_2, k_3 とし、加速度、速度および変位をそれぞれ $\ddot{y}$ 、 $\dot{y}$ および y としたとき、対象とする振動系の運動方程式は、

$$m\ddot{y} + c_1\dot{y} + c_2\dot{y}^2 + c_3\dot{y}^3 + k_1y + k_2y^2 + k_3y^3 = f(t) \quad \dots\dots\dots(1)$$

と表すことができる。

未知な非線形系のパラメータを同定するために、対称、非対称を考慮した多項式で表現したモデル化を行うことで、非線形系のかなりの部分は近似的に表現できると考える。

3. バイスpekトル解析

バイスペkトル^{(4)~(6)}とは、二つの周波数のスペkトルという意味である。パワースpekトルが、相関関数のフーリエ変換で表されるのに比して、バイスペkトルは、三次の相関関数の二重フーリエ変換として定義づけられる。その特徴の一つは、着目している二つの周波数成分間の位相情報を有していることにある。これは、パワースpekトルにはない特性の一つである。

Fig. 1 Nonlinear vibration system (SDOF)

バイスペkトルはスペkトルの三次積として表現できる。対象とする系の入力および出力の時間信号をそれぞれ $x(t)$ 、 $y(t)$ とし、スペkトルを $X(f)$ 、 $Y(f)$ とすると、クロスバイスペkトル $B_{XY}(f_1, f_2)$ は、以下の式で定義される。

$$B_{XY}(f_1, f_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X(f_1) Y(f_2) Y^*(f_1 + f_2)] \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $*$ は、複素共役を示す。

クロスバイスペkトルは、入出力の組合せにより六とおりの表現が考えられる。入出力のどの関係に着目するかでどれを使用するかは決められる。

クロスバイスペkトルは、入出力の伝達特性を考慮した3次のスペkトルであり、入力を基準として考えると、応答の基本波、2次波および3次波の成分間に従属関係が存在するとき、クロスバイスペkトルが値を有する。よって、非対称形非線形特性などの二次波成分が顕著な場合に有効である。

ここでは、調和加振力を例にとり、クロスバイスペkトルの説明を行う。

入力を加振振幅 F の大きさを有し、かつ基本周波数 f の正弦波とし、出力を基本周波数から三次周波数成分までを有するものと仮定する。

$$x(t) = F \sin(2\pi f t) \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$y(t) = \sum_{k=0}^{N=3} A_k \cos(2k\pi f t) + \sum_{k=1}^{N=3} B_k \sin(2k\pi f t) \quad \dots\dots\dots(4)$$

クロスバイスペkトルは、次のように値をもつことがわかる。

$$\text{Re}[B_{XY}(f, f)] = \frac{F(A_1 B_2 - A_2 B_1)}{8} \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{Im}[B_{XY}(f, f)] = \frac{F(A_1 A_2 + B_1 B_2)}{8} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{Re}[B_{XY}(f, 2f)] = \frac{F(A_2 B_3 - A_3 B_2)}{8} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{Im}[B_{XY}(f, 2f)] = -\frac{F(A_2 A_3 + B_2 B_3)}{8} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 Re 、 Im は実数部、虚数部を表す。このことからわかるように、応答の基本波に対して、2次、3次の高調波が存在する場合に、バイスペkトルは値をもつ。さらに、これらの関係を利用して、バイスペkトルの計算結果から各高調波成分を取出すことも可能である。

今回対象とする非線形振動系は、多項式によるモデル化を行っている。共振周波数付近を注目すると、その応答波形は基本波、二次波などといった高調波を含む表現が可能である。そして、これらの関係をバイスペkトルを用いて有効に利用することができる。

なお、ガウス性不規則信号のような各周波数成分間に相関をもたない場合、または二次波成分など偶数次成分をもたない場合は、バイスペクトルの値は零となる。前者の場合は、非ガウス性の有無の判定に利用できるが、後者の場合は、対称形非線形振動系は奇数次波成分のみを有する。このような対称形およびそれに近い振動系については、バイスペクトル解析をそのまま利用することは誤差が大きくなり、その適用に限界が生じる。この点については、これからの検討課題であるが、実際の機械構造物などの現象では、基本波と奇数次成分のみであることは少ないと考えられるので、多くの場合、バイスペクトル解析が利用できると推察される。

また、説明を簡単にするために、調和加振力を例にとったが、不規則入力として考慮する場合も統計的なものとして、同様に取扱うことができるものと考えられる。

4. バイスpekトル窓の設計

この同定手法は、バイスペクトルを利用して行われるため、バイスペクトルの推定精度に大きく影響される。今回の報告では、バイスペクトル窓の設計を一つの最適化問題と位置づける。つまり、バイスペクトル窓の統計的特性すなわち偏りおよび分散が、所望の条件で最小となり、かつ、その窓の満たすべき条件を考慮して、バイスペクトル窓の係数を数値的に定める方法を行った。

以下、具体的に説明をする。バイスペクトル窓は、二つの周波数軸 f_1, f_2 および対角線方向 ($f_2=f_1$) のそれぞれ三方向に関して平滑化が行われる。

そして、その各方向に関して、どのようなフィルタ係数を設計していくかがこの問題である。

バイスペクトル窓の偏り (Bias) W_b および分散 (Variance) W_v は次のように与えられる⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

$$W_b = \iint (f_1 - f_2)^2 W(f_1, f_2) df_1 df_2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$W_v = \iint |W(f_1, f_2)|^2 df_1 df_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

一般に、パワースペクトルの推定のとおりと同様に、バイスペクトル窓の推定については偏りおよび分散はトレードオフの関係にある。そこで、今回の場合は、それぞれの統計的特性に重み付けを行い、その関数 (目的関数) を最小化する問題として定式化した。この目的関数 $\text{Obj}(\alpha)$ は、バイスペクトル窓の二乗平均誤差⁽⁹⁾ を考慮して、偏りの二乗と分散の和の形式にしている。

Table 1 Coefficients of the bispectral window

		0.0001		0.0001
		0.1110	0.1110	
0.0001	0.1110	0.3333	0.1110	0.0001
	0.1110	0.1110		
0.0001		0.0001		

$$\text{Obj}(\alpha) = \alpha W_b^2 + (1 - \alpha) W_v \quad \dots\dots\dots (11)$$

つまり、偏りを最小とする場合には、 α を 1 に設定する。あるいは、分散に重みをつける場合は、 α を零に設定する。制約条件としては、窓の係数を正規化すること、そして、三方向の平滑化をすることを考慮して窓の係数の代数関係式の二つの条件をおいた。これらのことから、バイスペクトル窓の係数を決定することは、一般的な非線形計画法の問題に帰着することがわかる。

ここでは、制御系設計ソフトウェア (CACSD) の一つである、MATRIXx を使用した。その中の Xmath 最適化モジュール optimize⁽¹⁰⁾ を利用して最適計算を実行した。重み付けの係数 α については、何とおりか値を変えて計算を実行したが、今回の報告では偏りの二乗、分散ともに等しく重み ($\alpha=0.5$) をつけた場合の窓の係数を、同定計算に使用した。表 1 にそのときのバイスペクトル窓の係数を示す。ここで、横および縦欄はそれぞれ周波数 f_1, f_2 方向を表す。

5. 同 定 手 法

今回の同定手法は、クロスバイスペクトルの誤差が最小となり、かつ運動方程式を満たすように繰返し計算を行う方法を採用した。この手法を具体的に説明をする。

まず、式 (1) の運動方程式に対して、入力を基準として式 (3) を考える。応答の近似解として、式 (4) を代入して、調和バランス法⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ を用いて、各周波数成分ごとの釣合い式を立てる。行列形式でまとめると次のようになる。

$$[A]\{p\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\{p\} = \{m c_1 c_2 c_3 k_1 k_2 k_3\}^T \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\{F\} = \{F_0, F_1, F_2, \dots, F_{m-1}\}^T \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 T は転置を表す。ここで、調和バランス法において、直流成分 (定数項)、一次成分、二次成分お

よび三次成分までの調波成分を利用している ($n=m=7$).

各周波数成分 $A_1, B_1, \dots, B_3$ などは, パワースペクトルおよびバイスペクトル解析などから推定できる. 以上より, $[A]$ は 7 行 7 列, $\{p\}, \{F\}$ は 7 要素の列ベクトルになる.

定数項 A_0 については, 応答の平均値を算出したものを採用している. この釣合い式をもとに, 線形最小二乗法により, 振動系のパラメータ $\{p\}$ を同定計算したのが, 前回で報告した手法⁽¹⁾であった.

今回の報告は, 最小化する目的関数は, クロスバイスペクトルの誤差関数とし, 制約条件として, 式(12)の釣合い式とする. ゆえに, 一般の等式制約条件付きの最適化問題として定式化が可能である.

目的関数:

$$\Sigma(B_{xyy}(f_1, f_2) - \hat{B}_{xyy}(f_1, f_2))^2 \equiv f(p) \rightarrow \min. \quad (16)$$

制約条件式:

$$[A]\{p\} - \{F\} \equiv g(p) \quad (17)$$

ここで, $\hat{}$ は, 推定値を表す. 制約付き最適化問題を制約なし最適化問題として変換して後者を解くことにより, 前者の解を得ようとする方法は変換法⁽¹³⁾と呼ばれる. また, その変換法のなかでも乗数法⁽¹²⁾⁽¹³⁾を採用した.

等式制約問題において, 次のように拡張ラグランジュ関数を定義する.

目的関数:

$$L_r(p, \mu_j) = f(p) + \sum_{j=1}^m \mu_j g_j(p) + \frac{1}{2} r \sum_{j=1}^m \{g_j(p)\}^2 \rightarrow \min. \quad (18)$$

ただし, μ_j, r はラグランジュ定数, ペナルティパラメータである.

また, m は制約条件式数 ($j=1, \dots, m$) である. そして, 式(18)の制約なし最適化問題を解く. 制約なしの最適化問題を解くために使用した方法は, 準ニュートン法である.

以下, この方法の手順⁽¹⁴⁾について説明する.

まず, 目的関数 $L_r(p, \mu)$ について(以下, $L(p)$ と表記する)適当な初期値 $\{p_0\}$ を選び, $k=0$ とおく. ここで, 反復計算の初期値は, 線形最小二乗法に基づき, 次式で表せるパラメータを採用した.

$$\{p_0\} = ([A]^T A)^{-1} [A]^T \{F\} \quad (19)$$

さらに, 適当な正定値対称行列 $B^{(k)}$ およびその逆行列 $H^{(k)}$ を用いて, 探索方向ベクトル $d^{(k)} = -H^{(k)} \nabla L(p)$ を計算する. ここでは, $B^{(0)} = I$ (単位行

列), ∇ はこう配 (gradient) である.

次に,

$$\min f(p^{(k)} + t^{(k)} d^{(k)}) \quad (20)$$

を解き, ステップ幅 $t^{(k)}$ の計算を行う. ここでは, 現在の計算値より目的関数値が減少する値を求める方法として, 二次補間法⁽¹⁵⁾の考えに従い, ステップ幅を求めている.

次に, 行列 $B^{(k)}$ を計算していく過程において, その更新公式として BFGS 公式を使用した. 実際には, その逆行列 $H^{(k)}$ について,

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + \left(1 + \frac{(y^{(k)})^T H^{(k)} y^{(k)}}{(y^{(k)})^T s^{(k)}} \right) \frac{s^{(k)} (s^{(k)})^T}{(y^{(k)})^T s^{(k)}} - \left(\frac{s^{(k)} (y^{(k)})^T H^{(k)} + H^{(k)} y^{(k)} (s^{(k)})^T}{(y^{(k)})^T s^{(k)}} \right) \quad (21)$$

のように更新して, 反復計算を行う.

ここで,

$$y^{(k)} = \nabla L(p^{(k+1)}) - \nabla L(p^{(k)}) \quad (22)$$

$$s^{(k)} = p^{(k+1)} - p^{(k)} \quad (23)$$

である.

さらに, ラグランジュ定数, ペナルティパラメータの初期値を設定する. 設定した終了判定を満足しない場合,

$$r^{(k+1)} \geq r^{(k)} \quad (24)$$

により, ペナルティパラメータを更新し, かつ

$$\mu_j^{(k+1)} = \mu_j^{(k)} + r^{(k)} g_j(p^{(k+1)}) \quad (25)$$

とし, ラグランジュ定数を更新する.

ここで, ($j=1, 2, \dots, m$) である.

数式処理システム REDUCE を援用して, 式(12) $[A]$ の各成分を数式的に求めているので, 目的関数の最小化の計算において, 偏導関数の計算が行える.

ここで, バイスペクトルは各周波数成分 A_j, B_j ($j=1, 2, 3$) の関数であり, さらにその各周波数成分は, 物理パラメータ $\{p\}$ の関数で表される.

よって, ここで問題としている関係式については, 物理パラメータ $\{p\}$ の関数⁽¹⁶⁾として定式化できる.

このことより, 偏導関数については, REDUCE の結果と陰関数の微分公式⁽¹⁷⁾より数値的に(差分近似)求めている.

ここで, Barbara. L. Gates の作成したパッケージ GENTRAN⁽¹⁸⁾を利用して, REDUCE 形式の結果を C 言語の形式に変換し, それらの式について計算に利用した.

Fig. 2 system model with noisy data

6. 出力側にノイズが 付加した場合について

出力側にノイズが混入した場合の考察を行う。付加されたノイズが、入出力と独立なデータと仮定できる場合には、パイスペクトルはこのノイズの影響を取除いて、入出力の推定が可能であることを示す。その準備として、パイスペクトルの簡単な特徴を示す。

まず、ガウス性不規則信号 $x(t)$ において三次相関関数は零となることから、パイスペクトルも同様に零⁽⁵⁾となる。

$$B_{xxx}(f_1, f_2) = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

また、 $x(t)$, $y(t)$ が独立な不規則信号で互いに相関が全く存在しないときには、その相互相関関数 $R_{xy}(\tau)$ は、

$$R_{xy}(\tau) = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。

これらの結果を利用して、出力側にノイズが混入した場合の問題を考察する。

図2において、入力および出力にノイズが付加したデータ間のクロスパイスペクトルを求める。

まず三次相関関数は、

$$R_{xyy}(\tau_1, \tau_2) = E[x(t)y(t+\tau_1)y(t+\tau_2)] \quad \dots\dots\dots (28)$$

で求められる。

ここで、 $y(t) = z(t) + n(t)$ より

$$R_{xyy}(\tau_1, \tau_2) = E[x(t)\{z(t+\tau_1) + n(t+\tau_1)\}\{z(t+\tau_2) + n(t+\tau_2)\}] \quad \dots\dots\dots (29)$$

これらの結果をまとめると、

$$R_{xyy}(\tau_1, \tau_2) = E[x(t)z(t+\tau_1)z(t+\tau_2)] \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。

式の展開途中において、

$$w(t) = x(t)z(t+\tau_1)$$

と新しく置き換えると

$$E[x(t)z(t+\tau_1)n(t+\tau_2)] = E[w(t)n(t+\tau_2)]$$

となり、 $w(t)$ と $n(t+\tau_2)$ は独立で無相関となるので、結局、

$$E[w(t)n(t+\tau_2)] = 0$$

Table 2 Parameters for numerical simulation

Sampling Time Δt	0.01sec
Samples Number N	1024 samples
Total time $T(=N \Delta t)$	10.24sec
Nyquist Frequency $f_n (= 1/2 \Delta t)$	50.0Hz
Bandwidth Frequency Δf	0.097 Hz

Fig. 3 Time history of response data

Fig. 4 Power spectrum

Fig. 5 Bispectrum

となる。以下、同様な処理ができる。

引き続き、クロスパイスペクトルを求めると、

$$B_{xyy}(f_1, f_2) = B_{xxx}(f_1, f_2) \quad \dots\dots\dots (31)$$

となる。よって、出力側にノイズが付加した場合も、そのノイズが入出力と独立で相関がないと仮定できれば、ノイズの影響を受けずに入出力のデータを抽出できることが理論的に示される。このことに関する実際の検討については、数値シミュレーションにおいて検討する。

Table 3 Results of the simulated data

	True	Cal.
m kg	1.0	0.79
c_1 Ns/m	5.0	6.53
c_2 N(s/m) ²	0.0	2.02
c_3 N(s/m) ³	0.0	8.15
k_1 N/m	4.00E+3	4.47E+3
k_2 N/m ²	-1.00E+6	-1.99E+6
k_3 N/m ³	-1.00E+4	-9.64E+3

Fig. 6 Bispectrum with noisy data

7. 数値シミュレーション

今回の数値シミュレーションにおいて、対象とする振動系は減衰力に関しては線形であり、ばねによる復元力に関しては2次項および3次項それぞれ負値となるソフトばね特性を示す非線形特性とした。具体的なパラメータは、表3に示す。

計算機上で作成した一様乱数をガウス性不規則データに変換⁽¹⁹⁾し、そのデータを加振力として、非線形振動系の時刻歴応答を算出した。

使用した数値積分手法はルンゲ・クッタ・ギル法である。その他数値シミュレーションに関連したパラメータは、表2に示す。

数値積分により、得られた時刻歴応答、応答変位のパワースペクトル、およびクロスバースペクトル B_{xyy} を図3、4および5に示す。クロスバースペクトルの推定には、提案したバースペクトル窓の係数を利用している。パワースペクトルを観察すると、10 Hz 付近に大きなピークが存在し、さらに、2倍、3倍のピークが存在していることが推察できる。具体的には、クロスバースペクトルから判断ができる。図5より、10 Hz および5 Hz 付近のピークが大きいことから、それぞれ2倍の成分との位相関係が存在することがわかる。

パラメータ同定計算結果は、表3に示す。必ずしも、計算結果は高い精度で推定されていないが、前回の

Fig. 7 Experimental setup

Fig. 8 Experimental model

Fig. 9 Time history of response data

報告⁽¹⁾と比べると係数の大きさ、符号なども妥当な値を有していることがわかる。

ノイズの影響を考察するため、ノイズの混入率を5%、10%にして計算を行った。図6は、ノイズが混入されていないとき(0%)、混入率5%、および10%のときのクロスバースペクトル B_{xyy} を示す。

図6の計算結果から見ると、注目している周波数帯域0 Hz から10 Hz 付近は、ノイズが混入しているにもかかわらず、ピークの位置および大きさもほぼ同じ傾向で求められていることがわかる。それより高い周波数帯域になると、違いが大きくなるように観察されるが、クロスバースペクトル自身が小さいことから誤差と推察される。クロスバースペクトルがピークを持つような周波数帯域では、近似的にノイズの影響を取り除いて入出力の特性を抽出できることがわかる。

Table 4 Results of the estimated data

m	c_1	c_2	c_3
kg	Ns/m	$N(s/m)^2$	$N(s/m)^3$
0.613	1.57	-0.99	-0.7
	k_1	k_2	k_3
	N/m	N/m^2	N/m^3
	7.27E3	2.80E3	-8.96E4

Fig. 10 Frequency response function

Fig. 11 Cross bispectrum B_{xyv}

8. 実験

8・1 実験装置および構成図 図7は、実験装置構成図を表す。実験モデルは、図8に示すような上下2枚の鋼板でスポンジを挟み込んだものを用いている。このスポンジが非線形ばね特性を有しているとみなして本実験を行う。

8・2 実験方法 FFTアナライザで作製された疑似ランダム信号を、増幅器により増幅し、加振機を振動させる。そして、加振機台上に固定された実験モデルを励振させる。加振機台上および実験モデル質量側の絶対加速度を二つの加速度計で計測し、チャージ増幅器を通過した信号をFFTアナライザで計測を行う。ここで、復元力および減衰力が相対変位および速度の関数で表現されるので、相対加速度を求める。よ

って、加振機台上および実験モデル質量側それぞれの絶対加速度を計測し、相対加速度を算出する。

これらの信号をもとに、相対加速度信号を求め、パワースペクトル、バイスペクトルなどの解析を行った。

8・3 実験結果および考察 図9は、応答加速度時刻歴を表す。

図10より、周波数応答関数のピークは15 Hz付近にある。これに対して図11よりクロスバイスペクトル B_{xyv} のピークはこれより若干高い20 Hz付近となっている。測定精度や周波数分解能との影響もあるかと思われるが、さらに検討を要する。

表4に実験モデルの同定計算結果を示す。表3の数値シミュレーションでは、 k_2, k_3 ともに負のパラメータであったが、実験モデルのパラメータは k_2 が正の値として得られている。このことから、変形が小さいときは2次項の影響で復元力特性はハードばねの傾向を示し、変形が大きくなると3次項の影響により、ソフトばねの傾向へ変化していくことが定性的に推察できる。また、この実験モデルに関して、 k_1 の絶対値と比べても k_2 が大きいので、非対称性が大きいモデルであることが本同定結果からわかる。

9. 終わりに

不規則入力を受ける非線形系振動系の特性を同定する一手法として、高次スペクトルの一つである、バイスペクトル解析による統計的な同定法を提案した。今回の報告では、おもに三つの問題について考察、検討を行った。最適化問題という位置づけにおいて、目的関数を最小化する問題へ帰着した。これからの課題としては、一般入力を考慮した同定手法への拡張、および対称形非線形振動系のような奇数次成分のみを有する場合の同定である。バイスペクトルでは、後者の場合は値を持たないので、バイスペクトルを工夫した方法が必要であると思われる。

文 献

- (1) 松本宏行・山川新二, 機論, 61-588, C (1995), 3184-3189.
- (2) Bendat, J. S., *Nonlinear System Analysis & Identification from Random Data*, (1990), 108-110, Wiley-Interscience.
- (3) 松本宏行・山川新二・大石久己, 機講論, No. 95-8, Vol. A (1995), 93-96.
- (4) 山川新二, 機論, 41-345, 1 (1975), 1394-1404.
- (5) 森下 巖・小畑秀文, 信号処理, 計測自動制御学会, (1982), 176-192.
- (6) Nikias, C. L. and Petropulu, A. P., *Higher-Order Spectral Analysis a Nonlinear Signal Processing Framework*, PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ

- (1993), 123-161.
- (7) Sasaki, K., ほか2名, Minimum Bias for Bispectral Estimation, *J. Sound Vib.*, **40** (1975) 139-148.
- (8) Brillinger, D. R. and Rosenblatt, M., Harris, B. 編, Asymptotic Theory of Estimates of k-Th Order Spectra, in *Advanced Seminar on Spectral Analysis of Time Series*, (1967), 153-188, New York: Wiley.
- (9) ベンダット, J. S., ピアソル, A. G. 共著, 得丸英勝・ほか5名訳, ランダムデータの統計的処理, (1976), 165-167, 培風館.
- (10) Integrated Systems, Inc., *Xmath Optimization Module*, (1994), 3-40.
- (11) 安田仁彦・河村庄造・渡辺浩太郎, 機論, **53**-495, C (1987), 2191-2197.
- (12) 神谷恵輔・安田仁彦, 機論, **57**-542, C(1991), 3113-3120.
- (13) 今野浩・山下浩, 非線形計画法, (1978), 237-254, 日科技連.
- (14) 茨木俊秀・福島雅夫, 最適化の手法, (1993), 118-122, 共立出版.
- (15) 茨木俊秀・福島雅夫, FORTRAN77 最適化プログラミング, (1991), 147-149, 岩波書店.
- (16) 大熊政明・長松昭男, 機論, **57**-507, C(1988), 2557-2564.
- (17) 森口繁一・宇田川銑久・一松信, 岩波数学公式1, (1987), 11-13, 岩波書店.
- (18) Hearn, A. C., REDUCE ユーザーズマニュアル Ver. 3.5, (1994), 217-222, フォーブズシステム.
- (19) 清水信行・千葉利晃, パソコンによるランダム信号処理, (1994), 340-341, 共立出版.