FMS における AGV の最適台数決定問題*
(最適台数の下限)昇 高 茂 樹^{*1}, 山 崎 源 治^{*2}, 中 村 真 洋^{*3}Optimal Number of Automatic Guided Vehicles in FMS
(Lower Bound on the Optimal Numbers)

Shigeki SHOTAKA, Genji YAMAZAKI and Masahiro NAKAMURA

An optimal design problem is considered for a flexible-manufacturing system (FMS), which consists of a group of numerically controlled machines, automatic guided vehicles (AGVs) and an auto-storage. The processing times of materials (jobs) at each machine form a sequence of identically, independently distributed (i.i.d.) random variables (r.v.s.). The transferring times of jobs by each AGV from the auto-storage to a machine or from a machine to the total storage also form a sequence of i.i.d. r.v.s. The decision variable is the number of AGVs in the system when the number of machines is fixed. We propose a method for obtaining a lower bound N_L on the optimal numbers of AGVs under some important economic criteria which have been used extensively for optimal machining speed problems: This means that at least N_L AGVs should be installed in the system. Some numerical examples are presented that demonstrate the practical usefulness of the proposed method.

Key Words: Production System, Modeling, Flexible Manufacturing System, System Design, Rate Conservation Law, Lower Bound

1 緒言

本論文では、数台の同種の NC 工作機械、自動倉庫及び自動倉庫と機械間で被加工品 (以後 'ジョブと呼ぶ') を搬送する数台の自動搬送車 (automatic guided vehicles; 以後 AGVs と略す) からなる FMS を対象としている。ジョブは 1 つの NC 工作機械で加工された後自動倉庫に戻される、ということに関して、機械間の移動を許す通常の FMS とは異なる点に注意する。FMS では、その導入に際し莫大な費用を要し、またシステム導入後の変更にも高額な費用を要するため、長期にわたり効率的なシステムの設計が必要となる。その設計要素としては、NC 工作機械の台数、AGV の台数と搬送経路、ローカルバッファ等が考えられる。その中で、NC 工作機械の台数はシステムの総生産能力をどの程度にするかにより、自ずと定まる。一方、AGV の役割は、NC 工作機械の能力をいかにスムーズに引き出すかにある。この立場で、本論文では NC 工作機械の台数を固定したときの「AGV の最適台数決定問題」を考える。

この問題に関する研究は、主にシミュレーションを用いてなされている。たとえば、Tanchoco ら⁽¹⁾は、異なった加工を行う幾つかの部門 (個々の部門は複数台の機械を持つ) と AGV からなる FMS にジョブが外部から一定間隔でバッチ到着するモデルを扱っている。ジョブは 3 タイプからなり、各タイプ毎に加工を要求する部門のルートは決

まっている。このモデルに対し、文献 (1) では、1 つのシミュレーションパッケージを用い、AGV の数を順次増加したときの各機械の稼働率、単位時間当たりの完成品の数等の変化を見ることにより、AGV の最適台数決定のための方法を提案している。文献 (2) で扱われたモデルは、FMS へ入るジョブは常に十分存在する、ということを除けば本質的に文献 (1) と同じである。文献 (2) では、単位時間当たり必要となる AGV の総走行時間を解析し、その時間に適応できる AGV の必要最小限の台数を求め、それを最適台数としている。その妥当性をチェックするため、その台数前後でシミュレーションを行い文献 (1) と同様の評価尺度の変化を観察している。これらの研究では、最適台数決定のために経済的要因は考慮せず、例えば機械の稼働率は AGV の台数の増加関数であるが、ある台数を超えるとそれはほとんどフラットになり、この台数を '最適' としている。これは、最適切削速度問題で導入され、よく知られている 3 つの最適化基準⁽³⁾ (i) 最大能率基準、(ii) 最小費用基準、(iii) 最大利潤率基準、の (i) に近い考え方と解釈できる。経済的要因を考慮した最適台数決定問題も、シミュレーションを用いてなされてきている。Egbelu⁽⁴⁾は、加工するジョブの総数は固定されている、ということのをぞいて文献 (1) と同じモデルで、(iii) の下での最適台数をシミュレーションにより求めている。FMS ではないが、自動倉庫からジョブを取り出し AGV で搬送するモデ

* 原稿受付 1995 年 9 月 4 日。

^{*1} 正員、東京都立科学技術大学工学部 (〒191 日野市旭が丘 6-6)。^{*2} 正員、東京都立科学技術大学工学部。^{*3} 日本電気(株) (〒270-11 我孫子市日の出 1131)。

ルで, (i),(ii),(iii)の下での最適台数をシミュレーションにより求めた結果も示されている⁽⁵⁾

文献(1),(2),(5)で扱われたモデルは, モデルの分類という観点からは確率モデルというよりも決定論的モデルに近いものである。文献(1)のモデルでは, バッチ到着するジョブのタイプは確率で定まる, 文献(2)のモデルでは倉庫からFMSへ1個ずつ入るジョブのタイプの確率が与えられているが, それらのモデルで機械あるいはAGVの稼働率に影響を及ぼす他の要素(機械でのジョブの加工時間, AGVの搬送時間等を指す)は固定されている。文献(5)のモデルは, 入庫・出庫時間間隔を確率変数としているが構造は簡単なものである。このようなモデルでのAGVの最適台数決定では, シミュレーションにより得られる種々の評価尺度の推定値は高い精度を有することが期待でき, それは有効な手法となる。しかし, AGVおよび機械の故障・修理, 多品種少量生産を考慮すると, AGVの搬送時間, 機械でのジョブの加工時間も確率変数とし, 確率モデルとして定式化することは自然である。FMSに何台のAGVを設置すべきか, という設計問題でのこの確率モデルの有効性も議論されている⁽⁶⁾。この確率モデルにシミュレーションを適用し, AGVの最適台数を決定することは難しいことである。これは, 確率モデルをシミュレーションとしたとき, 得られる評価尺度の推定値の精度に帰因している⁽⁷⁾。

もちろん, 各要素の確率分布が与えられ, AGVの台数を固定したときの最適台数決定のために必要となる評価尺度を厳密に求める方法があれば, シミュレーションを用いることなしに, その台数は決定できる。FMS内でのジョブの動きをMarkov過程(あるいは連鎖)として定式化しその定常分布を求める, ということが現時点での唯一の方法かもしれない。しかし, これにより評価尺度の(数値的)厳密解を得ることができるモデルの規模はきわめて小さく, 実際的な問題には適用できないことはよく知られている⁽⁸⁾。

本論文の目的はこの確率モデルを用いて上述の(ii)の基準下でのAGVの最適台数の下限を決定するための方法—それは実際的な問題にも適用できる—を提案することである。最初に, AGVの台数, 各要素の確率分布が与えられたとき, モデルの評価尺度を推定するための近似解法を展開する。点過程の‘率保存則’(rate conservation law; RCLと略す)⁽⁹⁾に基づくこの解法は, $3 \times [\text{機械の台数}] \times [\text{AGVの台数}]$ 程度の方程式を解けばよい, という簡便性を有するため, かなり大規模のモデルにも適用できる。この解法により(ii)の下での台数を求めたとき, それは真の最適台数と一致するか, 1台だけ少ないかのいずれかであること, すなわち下限を与えることを一連の数値実験で明らかにする。

2 モデル

本論文では自動倉庫, NC工作機械(以後機械と呼ぶ), AGVから構成されたFMSを取り扱う。AGVは未加工のジョブを自動倉庫から取り出し, 加工の終了した機械に搬送する。そして, 加工の終了したジョブを機械から受け取りそれを自動倉庫に搬送する。その後自動倉庫の前で待機する。機械はAGVから受け取ったジョブを加工する。加工が終了するとジョブの交換のためにAGVが到着

するのを待つ。AGVの行きの搬送に要する時間を‘行きのサービス時間’, 帰りの搬送に要する時間を‘帰りのサービス時間’と呼ぶ。また, 機械の加工に要する時間を‘加工時間’と呼ぶ。

本論文では, 次の仮定に基づきこのシステムを解析する。

1. 自動倉庫内に貯蔵されているジョブの数は, 十分に大きいものとし, ジョブの不足による作業の中断は生じない。
2. システムは M 台の機械と N 台の AGV から構成されており, すべての機械は同じ性能を持ち, 一度に加工のできるジョブの数は1とし, 機械自体にバッファはないものとする。また, すべての AGV も同じ性能を持ち, 一度に運搬できるジョブの数は1とする。
3. 加工時間は互いに独立に同一な分布に従う確率変数とし, 代表的に S_m で表す。また, 行きのサービス時間, 帰りのサービス時間も互いに独立に同一な分布に従う確率変数とし, 代表的に S_a で表す。加工時間, 行きのサービス時間, 帰りのサービス時間は確率的に独立とする。
4. 機械は加工が終了したときから AGV がジョブの交換に来るまでの間, 加工済みのジョブをそのままにして休止する。

3 AGVの経済的最適台数

従来の確率モデルの最適化問題では, いわゆる‘待ち’を最小にするようなコントロール問題が主で, 経済的要因は余り考慮されていないようである。もちろん, コストは在庫量の凸関数等の仮定下で最適解の特性を考えている研究は幾つかなされている⁽¹⁰⁾。一方, 決定論的モデル, 特に最適切削速度決定問題では, 第1節の(i),(ii),(iii)の経済的基準が導入され, 一般的になっている⁽³⁾。その問題では, (i),(ii),(iii)の下での最適値の間の大小関係が明らかになっている。田村ら⁽¹¹⁾は, その大小関係が確率モデルを含むかなり広いORモデルに拡張できることを示している。

本論文のモデルでの(i),(ii),(iii)の下での最適台数を順に N_r, N_c, N_p とする。AGVの台数を増加すると生産率も増加することから, この N_r は文献(1),(2)等の意味での解は存在するかもしれないが, 確率モデルでは厳密な意味では存在しないことに注意する。もし, 製品の価格と費用の差が正のとき, すなわち収益が費用を上回る場合に, 文献(11)の結果をこのモデルに適用すると, 以下の定理が得られる。

定理 1. N_r, N_c に関して次の関係式が成り立つ。

$$N_c \leq N_p$$

実際問題としては, N_c よりも N_p の方が求めたい台数かもしれない。しかしながら, この N_p を決定するためには製品1個当たりの利潤(これは時間に依存するかもしれない)等の入手しにくい詳細な経済的データが必要となる。一方, N_c は下記のように比較的入手しやすい経済的データに基き決定できる。さらに, この定理は, 経済性を考慮したとき「少なくともAGVは N_c 台以上は持つべきであ

る」, ということを主張している. 本論文ではこの立場で N_c を対象とする. N_c は次のように定式化できることが示されている⁽¹²⁾.

$$N_c = \arg \max \left[\frac{\lambda(N, M)}{N + M\beta} \right] \quad (1)$$

$\lambda(N, M)$: AGV N 台, 機械 M 台の時の生産率

β : U_m/U_a

U_a : 減価償却費を含む AGV 1 台にかかる
単位時間当たりの経費 (円/h)

U_m : 減価償却費を含む機械 1 台にかかる
単位時間当たりの経費 (円/h)

(1) 式中で必要な経済的データは U_a, U_m のみであり, これらは比較的用意に入手できることに注意する. M および S_a, S_m の分布が与えられて, (1) 式を用いて N_c を決定するためには, 各 N についての $\lambda(N, M)$ が必要となる. この導き方については次節で述べる. 個々の N に対して $\lambda(N, M)$ が決定できるとしよう. このとき, (1) 式に基づいて N_c を決定するためのオーソドックスな方法は, $N = 1$ から順次 $\lambda(N, M)/(N + M\beta)$ の値を計算すると, ある N_0 までは単調に増加し, $N_0 + 1$ で減少したとき, $N_c = N_0$ とすることである. 直感的にはこれでよいようであるが, 証明を要することである (最適解 N_c は N_0 よりも大きいかもしれない). この問題について, 次の部分的結果が得られている⁽¹²⁾.

定理 2 AGV を N 台から 1 台増やしたときの (1) 式右辺 [] 値の差を

$$\Delta(PR_N) = \left(\frac{\lambda(N+1, M)}{(N+1) + M\beta} \right) - \left(\frac{\lambda(N, M)}{N + M\beta} \right)$$

とする. もし, $\lambda(N, M)$ が N に関して凹関数なら,

$$N_c = \min\{N; \Delta(PR_N) \leq 0\} \quad (2)$$

である.

上述の「部分的」は, $\lambda(N, M)$ の N に関する凹性を意味する. $\lambda(N, M)$ は N の増加に伴い漸近的にある一定値 (M 台の機械がフルに稼動したときの生産率) に近づくことから, その凹性は妥当性があるが一般的な証明は難しい. S_a, S_m をアーラン分布及びその一般化である Cox 分布⁽¹³⁾ として我々が行った数値実験の範囲では, この凹性は満たされている. その一例を Fig. 1 に示す. ここで, AGV の行き・帰りのサービス時間分布の変動係数を C_a , 機械の加工時間分布の変動係数を C_m , $\rho = 2E(S_a)/E(S_m)$ とする. このため以下ではこの凹性を仮定し, (2) 式に基づき N_c を決定している.

Fig. 1 The production rate, $\lambda(N, M)$, as a function of N

4 解析

前節の終わりで述べたように, N_c を決定するためには $\lambda(N, M)$ を求めなければならない. この $\lambda(N, M)$ を求めるために, 時刻 t における行き及び帰りのサービス中の AGV と加工中の機械に対してある一定のルールに基づき番号をつけ, 区別ができるようにする. そして, 任意の時刻 t に対して以下の確率変数を導入する.

$N_b(t)$: 時刻 t における帰りのサービス中の
AGV の台数

$N_g(t)$: 時刻 t における行きのサービス中の
AGV の台数

$N_m(t)$: 時刻 t における加工中の機械の数

$R_{b_i}(t)$: 帰りのサービス中の AGV i の残り
サービス時間 ($1 \leq i \leq N_b(t)$)

$R_{g_i}(t)$: 行きのサービス中の AGV i の残り
サービス時間 ($1 \leq i \leq N_g(t)$)

$R_{m_j}(t)$: 機械 j の残り加工時間 ($1 \leq j \leq N_m(t)$)

この時, 仮定 3 より $S(t) \equiv (N_g(t), N_m(t), N_b(t), R_{g_i}(t), R_{m_j}(t), R_{b_i}(t))$ は Markov 過程となる. この Markov 過程の定常分布を得ることができれば, それを用いて上記の $\lambda(N, M)$ を求めることができる.

この定常分布を求めるための標準的方法は, $S(t), S(t + \Delta t)$ の間の状態変化と確率的平衡を考え, $\Delta t \rightarrow 0$ とすることで, $S(t)$ の定常分布を満たす平衡方程式をたてることである. S_m, S_a がそれぞれある連続型分布に従うとしたとき, その平衡方程式は $R_i(t)$ に関する微分方程式となり解くことは非常に難しい問題となる. そこで, S_m, S_a がそれぞれアーラン分布及び Cox 分布とすると, 指数分布の特性により, $R_i(t)$ を残りフェイズ数で置き換えることができる. このとき, $S(t)$ の定常分布を満たす平衡方程式は, 微分方程式ではなく線形の連立方程式となり, 数値解法等により原理的には解くことが可能となる (これが, 本モデルのような確率モデルで指数分布, アーラン分布がよく用いられる理由である). しかしながら, この方法でも前述の通り機械の台数, AGV の台数が増加するか, あるいは機械の加工時間分布の変動係数, AGV のサービス時間分布の変動係数が減少 (フェイズ数が増加) するにつれ, 状態数が急増するためその定常分布を求めることは非常に難しくなる (例えば, サービス時間と加工時間分布のフェイズ数がともに 4 の場合, 機械の台数と AGV の台数がともに 5 台なら, その状態数は約 4 万となり, 通常の方法で数値解を得ることは難しいことが報告されている⁽¹²⁾).

本節の目的は, 上述とは異なったアプローチで $\lambda(N, M)$ を求めるための基礎式を与えることである. 点過程の RCL に基づくその導出過程は冗長となるため, ここではそのアウトラインのみを記す (その詳細は文献 (12) にある).

$$R_b(t) = \sum_{i=1}^{N_b(t)} R_{b_i}(t), \quad R_g(t) = \sum_{i=1}^{N_g(t)} R_{g_i}(t),$$

$$R_m(t) = \sum_{j=1}^{N_m(t)} R_{m_j}(t)$$

とし、過程 $S_1(t) = \{N_b(t), N_g(t), N_m(t); R_b(t), R_g(t), R_m(t)\}$ を考える。この $S_1(t)$ はある適当な確率測度 P に関する定常過程と仮定する。この P は単に任意時点での S_1 の分布を表すと解してよい。例えば、 $P\{N_b(0) = n_1, N_g(0) = N_2, N_m(0) = n_3; R_b(0) \leq x_1, R_g(0) \leq x_2, R_m(0) \leq x_3\}$ は、任意時点で帰り、行きのサービス中の AGV の台数、加工中の機械台数がそれぞれ n_1, n_2, n_3 であり、かつそれらの合計残りサービス、加工時間が順に x_1, x_2, x_3 以下の定常確率を表す。また、 $n_b = \{n_b(t), t \geq 0\}$, $n_g = \{n_g(t), t \geq 0\}$, $n_m = \{n_m(t), t \geq 0\}$ をそれぞれ帰り・行きのサービス、加工終了時点の点過程、 P_b, P_g, P_m をそれぞれ n_b, n_g, n_m に関するパルム確率とする。例えば、 $P_m\{N_b(0-) = n_1, N_g(0-) = n_2, N_m(0-) = n_3; R_b(0-) \leq x_1, R_g(0-) \leq x_2, R_m(0-) \leq x_3\}$ は、時刻 0 に機械の加工終了があったという条件のもとでの P の条件付き分布、すなわち、機械での加工終了直前で、 N_b, N_g, N_m がそれぞれ n_1, n_2, n_3 , R_b, R_g, R_m が順に x_1, x_2, x_3 以下という定常確率を表す。 P_b, P_g についても同様に解することができる。 $S_1(t)$ のラプラス変換を、

$$X_{n_1, n_2, n_3}(t) = I_{\{N_b(t)=n_1, N_g(t)=n_2, N_m(t)=n_3\}} \exp(-\xi R_b(t) - \theta R_g(t) - \eta R_m(t))$$

として定義する。ここで I_A は集合 A の指示関数であり、 ξ, θ, η は非負の実数である。この $X(t)$ に点過程の RCL を適用することにより、 $P, P_b, P_g, P_m, \lambda(N, M)$ の間の関係式を得ることができる。その関係式で、 $\xi \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ の極限操作を適当に行うことにより、次の確率間の関係式を得ることができる。

$$\begin{aligned} P_{(n_1, n_2, n_3)} &= P\{N_b(0) = n_1, N_g(0) = n_2, N_m(0) = n_3\}, \\ Q_{(n_1, n_2, n_3)} &= P_b\{N_b(0-) = n_1, N_g(0-) = n_2, N_m(0-) = n_3\}, \\ R_{(n_1, n_2, n_3)} &= P_g\{N_b(0-) = n_1, N_g(0-) = n_2, N_m(0-) = n_3\}, \\ S_{(n_1, n_2, n_3)} &= P_m\{N_b(0-) = n_1, N_g(0-) = n_2, N_m(0-) = n_3\}. \end{aligned}$$

E_b, E_g, E_m を順に P_b, P_g, P_m に関する期待値とし、

$$\begin{aligned} \bar{R}_{i,n}^b &= E_b[R_i(0-)|N_i(0-) = n], \quad i = b, g, m. \\ \bar{R}_{i,n}^g &= E_g[R_i(0-)|N_i(0-) = n], \quad i = b, g, m. \\ \bar{R}_{i,n}^m &= E_m[R_i(0-)|N_i(0-) = n], \quad i = b, g, m. \end{aligned}$$

としよう。このとき、上の確率間の関係式が付録の (A-1)-(A-10) である。(A-1)-(A-10) 中の $\bar{R}_{i,n}^b, \bar{R}_{i,n}^g, \bar{R}_{i,n}^m$ を得ることができれば、(A-1)-(A-10) 式は明らかに、 $\{q_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{r_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{s_{(n_1, n_2, n_3)}\}$ に関する連立方程式とみなすことができる(式 (A-3)(A-5)(A-7)(A-9)(A-10) はその最後の等号のみを使い 1 つの関係式を、式 (A-6) は 2 つの関係式を使う、これにより $\lambda(N, M)$ はキャンセルできる)。これに正規化条件 (例えば $\sum q_{(n_1, n_2, n_3)} = 1$) を加えることにより、 $\{q_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{r_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{s_{(n_1, n_2, n_3)}\}$ を決定することができる。(A-1)-(A-10) の中の左辺に $p_{(i)}$ を含

む最初の等号をピックアップし、その右辺に上で求めた $\{q_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{r_{(n_1, n_2, n_3)}\}$, $\{s_{(n_1, n_2, n_3)}\}$ を代入し、正規化条件 ($\sum p_{(n_1, n_2, n_3)} = 1$) を使うことにより $\lambda(N, M)$ を決定できる。ここで、解くべき式の数は $3NM + N + M$ 程度となることに注意する。 $\bar{R}_{i,n}^b, \bar{R}_{i,n}^g, \bar{R}_{i,n}^m$ を厳密に求めることは非常に難しい問題となるが、(A-1)-(A-10) は $\lambda(N, M)$ の近似、上・下限を議論するとき、重要な役割を果たす。その 1 例を次節で示す。

5 AGV の最適台数の下限値

再生過程において再生間隔の分布を Y としたとき、任意の時点から次の再生点までの時間分布の期待値 $E(Y^*)$ は Y の変動係数を C_Y とすると、

$$E(Y^*) = \frac{(1 + C_Y^2)}{2} E(Y) \quad (3)$$

となることはよく知られている⁽¹⁴⁾。AGV の帰り・行きのサービス終了時点、機械の加工の終了時点という特殊時点の残りサービス時間、加工時間の期待値 ($\bar{R}_{i,n}^b, \bar{R}_{i,n}^g, \bar{R}_{i,n}^m$) に関して何らかの手がかりがないとき、それを (3) 式の型で近似することは自然であろう。すなわち、ここでは

$$\begin{aligned} \bar{R}_{b,n}^b &= \bar{R}_{b,n}^g = \bar{R}_{b,n}^m = \bar{R}_{g,n}^b = \bar{R}_{g,n}^g = \bar{R}_{g,n}^m \\ &= n \frac{1 + C_a^2}{2} E(S_a) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{R}_{m,n}^b = \bar{R}_{m,n}^g = \bar{R}_{m,n}^m = n \frac{1 + C_m^2}{2} E(S_m) \quad (5)$$

と近似する。(4),(5) 式は、 S_a, S_m がそれぞれ指数分布の場合には、厳密な意味で成立することに注意する。(4),(5) 式を付録の (A-1)-(A-10) 式で用い、前節の終わりで述べた方法により $\lambda(N, M)$ の近似値 $\lambda_{app.}(N, M)$ を求めることができる。この $\lambda_{app.}(N, M)$ と (2) 式により N_c の近似値 $N_c(app.)$ を一連の数値実験で決定し、 N_c の厳密解との比較を試みた。

N_c の厳密解が必要となるため、数値実験では S_a, S_m がそれぞれアーラン分布及び Cox 分布⁽¹³⁾ を用いている。Cox 分布を用いた理由は、 C_a, C_m を連続的に変化させるためである。実験を行ったパラメータの範囲は次の通りである。

$$\begin{aligned} C_a^2 &: 0.25 - 1.0, \quad C_m^2 : 0.25 - 1.0, \\ M &: 2 - 5, \quad \rho : 0.1 - 1.0, \quad \beta : 10 - 100 \end{aligned}$$

その結果の幾つかを Table 1, 2, 3 に示す。

Table 1 は、 C_a, C_m, M を固定したとき、 β の関数としての $N_c, N_c(app.)$ を示したものである。 β の増加に伴い N_c が増加している。Table 2 は、 C_a, C_m, β を固定したとき、 M の関数としての $N_c, N_c(app.)$ を示したものである。Table 3 は、 M, β を固定したとき、 C_a, C_m の関数としての $N_c, N_c(app.)$ を示したものである。これらの表は、 $N_c(app.)$ は N_c と一致するかあるいは N_c より 1 台だけ少ないことを示している。このことは、我々が行った数値実験の範囲では共通の事実である。これと定理 1 から

$$N_c(app.) \leq N_c \leq N_p$$

が成り立つことになる。すなわち、経済性を考慮したとき、近似仮定 (4),(5) の下での $N_c(app.)$ は「少なくとも AGV は $N_c(app.)$ 台以上は持つべきである」という目安を与えることを意味する。Table 3 は、 $C_m^2 = 1$ なら $C_a^2 \geq 0.25$ で $N_c(app.) = N_c$ となる可能性を示しているが、他の β では

この一致が成立しない場合がある。数値実験の結果を見る限り、 $N_c(app.) = N_c$ は $C_m^2 = 1$, $C_a^2 \geq 0.75$ で成立している。またその実験結果は、 $\Delta(PR_{N_c-1})$ がきわめて小さいこと、例えば、 $M = 4, \rho = 0.3, C_m^2 = C_a^2 = 0.25, \beta = 20$

のとき $\Delta(PR_{N_c-1}) = 2.62 \times 10^{-5}$ 、を示している。これは応用上、 $N_c(app.)$ を N_c とみなして差支えないことを意味する。この N_c に関する感度分析及び N_c と N_p の差を詳細に議論することが今後の研究課題である。

Table 1 N_c and $N_c(app.)$: case of $C_a^2 = C_m^2 = 0.5, M = 3$

ρ	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0
$\beta = 10$	1	2	3(1)	3	3
$\beta = 30$	2(1)	2	3	3	4
$\beta = 50$	2(1)	3(1)	3	4(1)	4
$\beta = 70$	2(1)	3(1)	3	4	4
$\beta = 90$	2	3(1)	3	4	4

Table 2 N_c and $N_c(app.)$: case of $C_a^2 = C_m^2 = 0.5, \beta = 50$

ρ	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0
$M = 2$	1	2	2	3(1)	3
$M = 3$	2(1)	3(1)	3	4(1)	4
$M = 4$	2	3	4	4	5
$M = 5$	2	4(1)	5(1)	5	6

Table 3 N_c and $N_c(app.)$: case of $\beta = 20$

ρ		0.1		0.3		0.5		0.7		1.0	
C_a^2	C_m^2	M=4	M=5	M=4	M=5	M=4	M=5	M=4	M=5	M=4	M=5
0.25	1	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6
0.5	1	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6
0.75	1	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6
1	0.25	2(1)	2	3(1)	3	3	4	4	5(1)	4	6(1)
1	0.5	2	2	3	3	4(1)	4	4	5	5(1)	6
1	0.75	2	2	3	3	4	4	4	5	5	6
0.25	0.25	2(1)		3(1)		3		4		4	
0.5	0.5	2	2	3	3	3	4	4	5	4	6(1)
0.75	0.75	2	2	3	3	4(1)	4	4	5	5	6

[†]The figure in parenthere of each column shows $N_c - N_c(app.)$. Values equal 0 are omitted.

6 結言

本論文では、確率モデルを用いて最小費用基準の下でのFMSにおけるAGVの経済的最適台数を決定するため必要となる諸特性量を得るための基礎式を導いた。その基礎式には、特殊時点での未知の平均残りサービス、加工時間が含まれている。これらについて1つの近似仮定を導入することにより、特性量の近似値が $3 \times [\text{機械台数}] \times [\text{AGVの台数}]$ 程度の連立方程式を解くことにより得られることを示した。またこの近似解により、AGVの経済的最適台数の下限が得られることを、一連の数値実験により明らかにした。終わりに、次のことを付記する。(A-1)–

(A-10)を導くために、本論文で用いた方法は、それほど普及してなく、なじみにくいかも知れない。しかし、RCLに基づくこの方法はきわめて一般的で、機械的であるため種々の確率モデルに適用できる^{(8),(14),(13)}。本論文では、簡単化のため、各機械にはバッファがないとしているが、ここで展開した方法は、バッファを設けたときにも適用できる。

本研究は NEC C&C 研究所及び科学研究費(文部省) #8680446 の援助の下で行われたこと、また、レフリーから貴重なコメントを頂いたことを記し、謝意を表します。

付録

4節での $p_{(n_1, n_2, n_3)}$, $q_{(n_1, n_2, n_3)}$, $r_{(n_1, n_2, n_3)}$, $s_{(n_1, n_2, n_3)}$ 間には次の関係式が成立する。その式の中の $\delta_{i,j}$ はクロネッカーのデルタ記号であり $\delta_{i,j} = 1$ ($i = j$), $\delta_{i,j} = 0$ ($i \neq j$), $\lambda = \lambda(N, M)$ である。

$$\left. \begin{aligned} 0 &= q_{(0, \min(N, M), 0)} - r_{(0, \min(N, M-1), 1)} - s_{(1, \min(N-1, M), 0)} \\ 0 &= q_{(i, \min(N-i, M), 0)} - r_{(i, \min(N-i, M), 1)} + s_{(i, \min(N-i, M), 0)} - s_{(i+1, \min(N-i-1, M), 0)}, 1 \leq i \leq N-1 \\ 0 &= -r_{(N, 0, 1)} + s_{(N, 0, 0)} \\ 0 &= q_{(0, \min(N, M-j), j)} + r_{(0, \min(N, M-j), j)} - r_{(0, \min(N, M-j-1), j+1)} - s_{(1, \min(N-1, M-j), j)}, 1 \leq j \leq M-1 \\ 0 &= q_{(i, \min(N-i, M-j), j)} - q_{(i-1, \min(N-i, M-j)+1, j-1)} + r_{(i, \min(N-i, M-j), j)} - r_{(i, \min(N-i, M-j-1), j+1)} \\ &\quad + s_{(i, \min(N-i, M-j), j)} - s_{(i+1, \min(N-i-1, M-j), j)}, 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq M-1 \\ 0 &= -q_{(N-1, 1, j-1)} + r_{(N, 0, j)} - r_{(N, 0, j+1)} + s_{(N, 0, j)}, 1 \leq j \leq M-1 \\ 0 &= r_{(0, 0, M)} - s_{(1, 0, M)} \\ 0 &= -q_{(i-1, 1, M-1)} + r_{(i, 0, M)} + s_{(i, 0, M)} - s_{(i+1, 0, M)}, 1 \leq i \leq N-1 \\ 0 &= -q_{(N-1, 1, M-1)} + r_{(N, 0, M)} + s_{(N, 0, M)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-1})$$

$$\begin{aligned} p_{(0, \min(N, M), 0)} &= \frac{\lambda}{\min(N, M)} \left[-\bar{R}_{g, \min(N, M)-1}^g q_{(0, \min(N, M), 0)} + \left(\delta_{M, \min(N, M)} E(S_a) + \bar{R}_{g, \min(N, M-1)}^m \right) r_{(0, \min(N, M-1), 1)} \right. \\ &\quad \left. + (\delta_{N, \min(N, M)} E(S_a) + \bar{R}_{g, \min(N-1, M)}^b) s_{(1, \min(N-1, M), 0)} \right] \\ p_{(i, \min(N-i, M), 0)} &= \frac{\lambda}{N-i} \left[-\bar{R}_{g, \min(N-i-1, M)}^g q_{(i, \min(N-i, M), 0)} \right. \\ &\quad \left. + (\delta_{M, \min(N-i, M)} E(S_a) + \bar{R}_{g, \min(N-i, M-1)}^m) r_{(i, \min(N-i, M-1), 1)} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$$\begin{aligned}
& -\bar{R}_{g,\min(N-i,M)}^b s(i,\min(N-i,M),0) + (\delta_{N-i,\min(N-i,M)} E(S_a) + \bar{R}_{g,\min(N-i-1,M)}^b) s(i+1,\min(N-i-1,M),0) \\
& = \frac{\lambda}{i} \left[-\bar{R}_{b,i}^g q(i,\min(N-i,M),0) + \bar{R}_{b,i}^m r(i,\min(N-i,M),1) - \bar{R}_{b,i-1}^b s(i,\min(N-i,M),0) + \bar{R}_{b,i}^b s(i+1,\min(N-i-1,M),0) \right], \\
& 1 \leq i \leq N-1
\end{aligned} \tag{A-3}$$

$$p(N,0,0) = \frac{\lambda}{N} \left[\bar{R}_{b,N}^m r(N,0,1) - \bar{R}_{b,N-1}^b s(N,0,0) \right] \tag{A-4}$$

$$\begin{aligned}
p(0,\min(N,M-j),j) &= \frac{\lambda}{\min(N,M-j)} \left[-\bar{R}_{g,\min(N,M-j)-1}^g q(0,\min(N,M-j),j) - \bar{R}_{g,\min(N,M-j)}^m r(0,\min(N,M-j),j) \right. \\
& \quad + \left(\delta_{M-j,\min(N,M-j)} E(S_a) + \bar{R}_{g,\min(N,M-j-1)}^m \right) r(0,\min(N,M-j-1),j+1) \\
& \quad + \left(\delta_{N,\min(N,M-j)} E(S_a) + \bar{R}_{g,\min(N-1,M-j)}^b \right) s(1,\min(N-1,M-j),j) \left. \right] \\
&= \frac{\lambda}{j} \left[-\bar{R}_{m,j}^g q(0,\min(N,M-j),j) - \bar{R}_{m,j-1}^m r(0,\min(N,M-j),j) + \bar{R}_{m,j}^m r(0,\min(N,M-j-1),j+1) \right. \\
& \quad \left. + \bar{R}_{m,j}^b s(1,\min(N-1,M-j),j) \right], 1 \leq j \leq M-1
\end{aligned} \tag{A-5}$$

$$\begin{aligned}
p(i,\min(N-i,M-j),j) &= \frac{\lambda}{\min(N-i,M-j)} \left[-\bar{R}_{g,\min(N-i,M-j)-1}^g q(i,\min(N-i,M-j),j) - \bar{R}_{g,\min(N-i,M-j)}^m r(i,\min(N-i,M-j),j) \right. \\
& \quad + \bar{R}_{g,\min(N-i,M-j)}^g q(i-1,\min(N-i,M-j)+1,j-1) - \bar{R}_{g,\min(N-i,M-j)}^b s(i,\min(N-i,M-j),j) \\
& \quad + \left(\delta_{M-j,\min(N-i,M-j)} E(S_a) + \bar{R}_{g,\min(N-i,M-j-1)}^m \right) r(i,\min(N-i,M-j-1),j+1) \\
& \quad + \left(\delta_{N-i,\min(N-i,M-j)} E(S_a) + \bar{R}_{g,\min(N-i-1,M-j)}^b \right) s(i+1,\min(N-i-1,M-j),j) \left. \right] \\
&= \frac{\lambda}{j} \left[-\bar{R}_{m,j}^g q(i,\min(N-i,M-j),j) + (E(S_m) + \bar{R}_{m,j-1}^g) q(i-1,\min(N-i,M-j)+1,j-1) \right. \\
& \quad - \bar{R}_{m,j-1}^m r(i,\min(N-i,M-j),j) + \bar{R}_{m,j}^m r(i,\min(N-i,M-j-1),j+1) \\
& \quad - \bar{R}_{m,j}^b s(i,\min(N-i,M-j),j) + \bar{R}_{m,j}^b s(i+1,\min(N-i-1,M-j),j) \left. \right] \\
&= \frac{\lambda}{i} \left[-\bar{R}_{b,i}^g q(i,\min(N-i,M-j),j) + (E(S_a) + \bar{R}_{b,i-1}^g) q(i-1,\min(N-i,M-j)+1,j-1) - \bar{R}_{b,i}^m r(i,\min(N-i,M-j),j) \right. \\
& \quad \left. + \bar{R}_{b,i}^m r(i,\min(N-i,M-j-1),j+1) - \bar{R}_{b,i-1}^b s(i,\min(N-i,M-j),j) + \bar{R}_{b,i}^b s(i+1,\min(N-i-1,M-j),j) \right], \\
& 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq M-1
\end{aligned} \tag{A-6}$$

$$\begin{aligned}
p(N,0,j) &= \frac{\lambda}{j} \left[(E(S_m) + \bar{R}_{m,j-1}^g) q(N-1,1,j-1) - \bar{R}_{m,j-1}^m r(N,0,j) + \bar{R}_{m,j}^m r(N,0,j+1) - \bar{R}_{m,j}^b s(N,0,j) \right] \\
&= \frac{\lambda}{N} \left[(E(S_a) + \bar{R}_{b,N-1}^g) q(N-1,1,j-1) - \bar{R}_{b,N}^m r(N,0,j) + \bar{R}_{b,N}^m r(N,0,j+1) - \bar{R}_{b,N-1}^b s(N,0,j) \right], \\
& 1 \leq j \leq M-1
\end{aligned} \tag{A-7}$$

$$p(0,0,M) = \frac{\lambda}{M} \left[-\bar{R}_{m,M-1}^m r(0,0,M) + \bar{R}_{m,M}^b s(1,0,M) \right] \tag{A-8}$$

$$\begin{aligned}
p(i,0,M) &= \frac{\lambda}{M} \left[(E(S_m) + \bar{R}_{m,M-1}^g) q(i-1,1,M-1) - \bar{R}_{m,M-1}^m r(i,0,M) - \bar{R}_{m,M}^b s(i,0,M) + \bar{R}_{m,M}^b s(i+1,0,M) \right] \\
&= \frac{\lambda}{i} \left[(E(S_a) + \bar{R}_{b,i-1}^g) q(i-1,1,M-1) - \bar{R}_{b,i}^m r(i,0,M) - \bar{R}_{b,i-1}^b s(i,0,M) + \bar{R}_{b,i}^b s(i+1,0,M) \right], 1 \leq i \leq N-1
\end{aligned} \tag{A-9}$$

$$\begin{aligned}
p(N,0,M) &= \frac{\lambda}{M} \left[(E(S_m) + \bar{R}_{m,M-1}^g) q(N-1,1,M-1) - \bar{R}_{m,M-1}^m r(N,0,M) - \bar{R}_{m,M}^b s(N,0,M) \right] \\
&= \frac{\lambda}{N} \left[(E(S_a) + \bar{R}_{b,N-1}^g) q(N-1,1,M-1) - \bar{R}_{b,N}^m r(N,0,M) - \bar{R}_{b,N-1}^b s(N,0,M) \right]
\end{aligned} \tag{A-10}$$

文献

- (1) J. M. A. Tanchoco, P. J. Egbelu and F. Taghaboni, Material Flow, 4, (1987), 33-51.
- (2) B. Hamadevan and T. T. Narendran, Int. J. Prod. Res., 31-7, (1993), 1655-1670.
- (3) 人見, 機論, 36-287, (1970), 1202-1209.
- (4) P. J. Egbelu, Int. J. Prod. Res., 31-12, (1993), 2753-2775.
- (5) 高桑, FA/CIM の経済性分析, 中央経済社, (1995)
- (6) 山崎, 逆瀬川, オペレーションズ・リサーチ, 33-5, (1988), 215-220.
- (7) 逆瀬川, オペレーションズ・リサーチ, 26-4, (1981), 213-218.
- (8) Shotaka, S., Nakamura, M. and Yamazaki, G. (1994), Computers ind. Engng, 27-1-4, (1994), 55-58.
- (9) Miyazawa, M., Adv. Appl. Prob., 15, (1983), 874-885.
- (10) J. A. Buzacott and J. G. Shanthikumar, Queueing Systems, 12, (1992), 135-214.
- (11) 田村, 藤田, 山崎, Journal of the Operations Research Society of Japan, 32-3, (1989), 310-324.
- (12) 昇高, 東京都立科学技術大学 (1996), 学位論文
- (13) Sakasegawa, H., Miyazawa, M. and Yamazaki, G., Management Science, 39-10, October (1993), 1238-1245.
- (14) Yamazaki, G., Sakasegawa, H. and J. G. Shanthikumar, J. Appl. Prob., 28, (1991), 198-209.