測定による固体伝ば音と境界要素法を併用した 簡便な振動挙動予測*

戸井 武司^{*1}, 加藤 裕治^{*2}, 大久保 信行^{*1}

Simple Prediction of Vibration Behavior Using Measured Structure Borne Sound in Conjunction with Boundary Element Method

Takeshi TOI, Yuji KATO and Nobuyuki OKUBO

In order to suppress structure borne sound, it is very important to analyze the vibration behavior of a machine. Accelerometers are commonly used in measuring the vibration behavior; however, the weight of those prevents the user from obtaining accurate results. In this paper, sound pressure distribution measured by microphones is utilized to predict the vibration behavior as noncontact measurement. The relation between the vibration and sound pressure can be expressed using boundary element method. Simple prediction of the vibration behavior can be achieved using measured sound pressure distribution caused by structure borne sound and a vibration-sound pressure transformation matrix. The proposed method is validated by numerical simulation and experiment at natural and off-natural frequencies.

Key Words: Noise, Computer Aided Analysis, Boundary Element Method, Experimental Modal Analysis, Prediction of Vibration Behavior, Structure Borne Sound, Inverse Problem

1. 緒 言

生活環境の質の向上とともに、消費者のニーズは多様化してきている。自動車から情報機器、家電製品に至るまで、使用時における快適性や静粛性の追求から振動および騒音問題は、今後ますます改善されるべき分野である。

振動および騒音問題を解決する上で重要なことは、まずその原因を明らかにすることである。著者らは構造物からの種々の騒音を、固体伝ば音と空気伝ば音に分類し、全騒音に対する各騒音の寄与率を周波数ごとに算出することで騒音対策を容易にした⁽¹⁾。また、過渡的に変化する構造物の振動および騒音を、加速度計やマイクロフォンを用いて測定し、境界要素法を利用することで空気伝ば音の位置を推定した⁽²⁾。

一般に、固体伝ば音となる構造物の振動挙動を把握するために、加速度計が広く用いられている。しかし、騒音の発生しやすい薄板構造では、小形の加速度計を用いてもセンサ自体の質量付加の影響により、固有振動数の低下や振動モードの変化などが生じる⁽³⁾。ま

た、実走行中に回転しているタイヤ⁽⁴⁾⁽⁵⁾や複写機の利用紙など移動している物体では、それ自体にセンサを取付けることが困難な場合が多く、騒音のみが測定され振動挙動は十分に解明されていない。

一方、これらの問題を解決するために非接触で振動を測定するレーザ・ドップラー速度計⁽⁶⁾やホログラフィ⁽⁷⁾が利用されている。しかし、実験設備が大掛かりで費用もかさみ、被測定物の反射率の変化や形状の影響を受けやすい。また、マイクロフォンによる測定は非接触の方法であり簡便で安価ではあるが、音圧が測定され構造物の振動が直接には把握できない。

騒音の原因が固体伝ば音に限定される場合、音圧分布から逆に振動の状態が推定できると、従来振動の測定が困難とされていた構造物の振動挙動が予測できると期待されるが、まだ実用的な手法は開発されていない。

そこで本論文は、騒音のうち振動により発生する固体伝ば音に着目し、測定から得た音圧分布と境界要素法⁽⁸⁾を併用することにより、構造物の振動挙動を簡便に予測する手法を提案する。ここで、構造物の振動と音圧分布の関係を示す振動音圧変換マトリックスが、振動面に指定した任意の点と境界要素法を用いた解析のみから得られることを示す。次に、数値モデルにお

* 原稿受付 1996年3月29日。

^{*1} 正員, 中央大学理工学部 (〒112 東京都文京区春日 1-13-27)。

^{*2} 中央大学大学院。

いて本手法の有効性を検証し、実験により構造物の固有振動数および固有振動数以外の任意の周波数において、振動挙動が予測できることを確認する。さらに、複数の振動成分を含む実験中の挙動実験を推定することも可能であることを述べる。

2. 構造物の振動挙動の予測理論

測定から得た音圧分布と境界要素法を併用して、振動挙動を簡便に予測する手法では、構造物の振動とそれによって放射される騒音のある観測面における音圧分布との関係に着目する。すなわち、構造物から放射される騒音はすべて振動により発生していることが前提であり、固体伝ば音のみで空気伝ば音はない状態を想定している。実際の構造物においてこの仮定が成立するか否かは、加速度と音圧を用いた主成分分析⁽⁹⁾により確認することができる。

構造物からの騒音がすべて固体伝ば音の場合、各周波数において構造物の振動を $\{X\}$ 、ある観測面における音圧分布を $\{P\}$ とし、振動と音圧分布の関係を示すシステムの周波数応答関数に相当するマトリックスを、振動音圧変換マトリックス (Vibration-Sound Pressure Transformation Matrix) $[Q]$ と定義して周波数 ω ごとに次式で表す⁽¹⁰⁾。

$$[Q(\omega_1)]\{X\}_{\omega=\omega_1}=\{P\}_{\omega=\omega_1} \cdots \cdots (1)$$

ただし、 $[\]$ はマトリックス、 $\{ \}$ は列ベクトルを示す。

式(1)の関係は $\{X\}$ を外力、 $\{P\}$ をそれによって生じる振動とみなせば、 $[Q]$ は力と振動の周波数応答関数 [振動/力] に相当する。従来、加振実験により求められた周波数応答関数 [振動/力] と実験中の振動を用いて、実験中の力の同定が行われている⁽¹¹⁾。同様に、式(1)の逆問題として、振動音圧変換マトリックスと音圧分布から、構造物の振動挙動を予測することを試みる。

ここで、振動挙動を予測するために、音圧の観測点数が振動の予測点数より多くとれば、振動音圧変換マトリックス $[Q]$ は縦長となるので、疑似逆行列を用いることで推定精度の向上が期待できる⁽¹²⁾。すなわち、式(1)の両辺に振動音圧変換マトリックスの共役複素転置 $[Q(\omega_1)]^h$ を掛けて変形すると、次式となる。

$$\{X\}_{\omega=\omega_1} = ([Q(\omega_1)]^h [Q(\omega_1)])^{-1} [Q(\omega_1)]^h \{P\}_{\omega=\omega_1} \cdots \cdots (2)$$

ただし、 h は共役複素転置を表す。

音圧分布 $\{P\}$ と振動音圧変換マトリックス $[Q]$ が、あらかじめ実験または解析よりわかれば、式(2)より未知である構造物の振動 $\{X\}$ は求められる。しかし、実走行中に回転しているタイヤや複写機の用紙など移

動している物体の振動音圧変換マトリックス $[Q]$ は、通常の力と振動の周波数応答関数 [振動/力] のように必ずしも加振実験から得られない。そこで、振動音圧変換マトリックスが実験より取得できない場合、境界要素法を利用して解析のみから算出することを試みる。

市販の境界要素法プログラムにより直接に振動音圧変換マトリックス $[Q]$ を出力することは、困難な場合が多いので、ここでは簡便な方法として次の手法を用いる。まず、構造物の表面で振動に着目する点を任意に n 点決め、点1から点 n をそれぞれ単位振動させたときの観測面 m 点での音圧分布を境界要素法により求める。

1 番点のみ単位振動させた場合、

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^1 \\ p_2^1 \\ \vdots \\ p_m^1 \end{bmatrix} \cdots \cdots (3)$$

2 番点のみ単位振動させた場合、

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^2 \\ p_2^2 \\ \vdots \\ p_m^2 \end{bmatrix} \cdots \cdots (4)$$

同様に、 n 番点のみ単位振動させた場合、

$$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^n \\ p_2^n \\ \vdots \\ p_m^n \end{bmatrix} \cdots \cdots (5)$$

となる。ただし、 $x_1=x_2=\cdots=x_n=1$ である。また x は $\{X\}$ 、 p は $\{P\}$ の成分であり下付添字は振動点、音圧の観測点を表し、 p の上付添字は単位振動入力があった振動点を表す。 q は $[Q]$ の成分であり、下付添字は順番に音圧の観測点および振動点を表す。

式(3)～(5)より振動音圧変換マトリックスの成分の縦一列がそれぞれ得られるので、これらをまとめて、

$$[Q] = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \cdots & q_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^1 & p_1^2 & \cdots & p_1^n \\ p_2^1 & p_2^2 & \cdots & p_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_m^1 & p_m^2 & \cdots & p_m^n \end{bmatrix} \cdots \cdots (6)$$

となる。これより、各点に単位振動を与えたときの観測面での音圧分布から振動音圧変換マトリックス $[Q]$ が作成でき、構造物の振動面に指定した任意の点と境界要素法を用いた解析のみから算出できることがわかる。この手法は既存の市販されている境界要素法プロ

グラムをそのまま流用できる点が大きな長所である。

したがって、構造物の振動挙動を予測するには、まず、騒音が問題となる周波数を決定し、次に、構造物から発生している音圧を評価する観測面を設けて、実験により音圧分布を測定する。一方、構造物の振動面に着目する点を複数選び、その座標から構造モデルを作成する。さらに、構造物の構造モデルと音速および空気の密度を設定し境界要素法から、周波数ごとに振動点と音圧の観測点との振動音圧変換マトリックスを算出する。最後に、測定した音圧分布と振動音圧変換マトリックスから式(2)を用いて、測定が困難な構造物の振動挙動を予測する。

3. 数値モデルを用いた振動挙動の 予測理論の検証

3章では、2章で提案した構造物の振動挙動を予測する手法を、後の実験による検証も考慮して下記に示す実験モデルに対応した数値モデルを用いて検証する。

図1に示す卓上複写機やプロジェクタなどの情報機器を模擬した上面が縦300 mm(Y軸)×横450 mm(X軸)、板厚1 mmの鋼板を有する実験モデルを製作する。モデル内部には鋼板を振動させるための加振器が入れてあり、外周および底面は木製で密閉しているため、加振器からの騒音は外部にもれない。モデル上方には、縦450 mm(Y軸)×横600 mm(X軸)の音圧の観測面を設ける。

この実験モデルに対応した鋼板の数値モデルは、4章で述べる実験において振動を測定する点と一致させ、四角形シェル要素でモデル化する。全周の節点は完全固定として、節点15点の有限要素解析により鋼

板の振動モードを求める。得られた振動モードを正解値として、境界要素法により鋼板の振動に起因した観測面の音圧分布を算出する。振動面と音圧の観測面の距離 H を10 mm, 200 mm, 400 mmと変え、二つの振動モードに対して算出した音圧分布が図2である。ただし、これらの音圧分布は35点の格子点の音圧の大小を等間隔の濃淡で示している。一次、二次モードともに観測面の距離が鋼板から離れるに従い、相対的に音圧の広がるようすが確認できる。

さて、これらの音圧分布と、2章で示した手法であらかじめ作成した各周波数の振動音圧変換マトリックスを用いて、構造物の振動モードを予測する。図2に示した各観測面の距離における音圧分布を用いて、提案した手法により予測した振動モード、および正解値としている有限要素解析から得た振動モードを図3に示す。予測された振動モードは、二次モードではすべての距離の観測面で正解値と一致しているが、一次モードでは距離が400 mmになると正しく求まらないことが確認できる。振動面と音圧の観測面との距離に関して、各振動モードの正解値と予測値との相関(MAC: Modal Assurance Criteria)を調べると図4となる。MACが100%は同一の振動モード、逆に0%は全く異なることを意味する。これより、一次から五次モードにおいて、振動面と音圧の観測面との距離が300 mmまでならば相関が高いことが確認できる。

この例では、35点の音圧の観測点数により15点の振動挙動を予測する場合であるが、実用上はできるだ

Fig. 1 Experimental setup

Fig. 2 Sound pressure distributions in function of distance from vibrating surface

け少数の音圧の観測点数が望ましい。そこで、音圧の観測点数を振動挙動の予測点数と同じ15点とし、その位置を振動面の上方100 mmの場合、振動モードの正解値と15点あるいは35点を用いた予測値との相関は図5となる。これより音圧の観測点数が15点のときも図4と同様に一次から五次の振動モードが音圧分布より予測できることがわかる。最近の音圧分布測定システムでは容易に多点同時計測が可能であるので、複雑な振動モードまでも予測可能であるといえる。

これらの考察より、以下の実験では音圧の観測面の距離を100 mmとして、実験より得た15点の音圧分布を用いて、実験モデルにおける鋼板の振動挙動を予測する。

4. 実験モデルにおける振動挙動の予測理論の適用

図1に示した実験モデル内部の16番点、26番点にロードセルを介して小型加振器を固定し、垂直方向にランダム加振する。格子点の振動応答を小型加速度計で測定し、各点の周波数応答関数を算出する。鋼板の板厚は1 mmで全周固定なので、垂直方向のみを測定する。代表的な周波数応答関数を図6に示す。上段は

Fig. 3 Correct and predicted vibration mode shapes based on structure borne sound in function of distance from vibrating surface using 35 sound pressure data

16番点のみの加振、下段は26番点のみの加振における1点加振の駆動点周波数応答関数である。ここで矢印で示した固有振動数である70 Hzの一次モードと95 Hzの二次モード、および固有振動数以外の任意の周波数に着目する。

図1に示した鋼板からの距離100 mmの空間に、縦450 mm(Y軸)×横600 mm(X軸)の大きさの音圧の観測面を設け、マイクロフォンを用いてその格子点15点における音圧分布を測定する。

なお、鋼板の加速度および観測面の音圧の主成分分析から、鋼板の振動に起因した騒音のみが発生してい

Fig. 4 Comparison of Modal Assurance Criteria (MAC) values between correct and predicted vibration mode shapes in function of distance from vibrating surface using 35 sound pressure data

Fig. 5 Comparison of MAC values between correct and predicted vibration mode shapes using 15 or 35 sound pressure data

Fig. 6 Measured frequency response functions at direct location

ることを実験により確認している。

4・1 固有振動数での振動挙動予測 実験から得た一次モードおよび二次モードの音圧分布を図7(a), (b)に, 実験から得た振動モードと境界要素法により算出した音圧分布を図7(c), (d)に示し, 両者はほぼ一致している。

Fig. 7 Comparison of measured and predicted sound pressure distributions at natural frequency

Fig. 8 Comparison of measured and predicted vibration mode shapes at natural frequency

Fig. 9 MAC values between predicted and measured vibration mode shapes

このとき実験により得られた振動モードは図8(a), (b)であり, これらを正解値とする. 一方, 図7(a), (b)の実測した音圧分布を用いて, 提案した手法により振動挙動を予測すると図8(c), (d)となる. ここで示した二つの振動モードに関して, 正解値は予測値と一致していることが確認でき, 両者の振動モードの相関は図9より高い値を示し, 振動モード間の分離も精度よく行われている. したがって, 測定から得た音圧を用いることで, 固有振動数において本手法が適用可能であり, 構造物の振動挙動が予測できるといえる。

4・2 任意の周波数での振動挙動予測 測定から得た音圧分布を用いて, 固有振動数で振動挙動が予測可能であるなら, 固有振動数以外の任意の周波数でも同様に振動挙動の予測が可能であると考えられる. そこで, 図6の代表的な周波数応答関数に示した一次モードと二次モードの間の任意に選定した 77 Hz の周

Fig. 10 Measured sound pressure distributions at off-natural frequency against different excitation point [77 Hz]

Fig. 11 Comparison of measured and predicted vibration behavior at off-natural frequency against different excitation point [77 Hz]

Fig. 12 Prediction of vibration behavior under operating condition in time and frequency domain

波数で鋼板の振動挙動の予測を試みる。

一般に、固有振動数では入力状況に依存せず振動挙動は振動モードと同一であるが、固有振動数以外の周波数では、加振点に依存して振動挙動が変化する。ここでは、16番点および26番点の二点をそれぞれ加振した場合の音圧分布から、そのときの構造物の振動挙動を推定する。

16番点および26番点を加振した場合の77 Hzにおけるそれぞれの音圧分布は、図10(a), (b)であり加振点による差異が見られる。また、実験から得られた77 Hzの鋼板の振動挙動が図11(a), (b)であり、これらを正解値とする。

固有振動数の場合と同様に、境界要素法により77 Hzの振動音圧変換マトリックスを求め、実測した図10(a), (b)の音圧分布を用いて、提案した手法により振動挙動を予測すると図11(c), (d)となる。

正解値と予測値との相関は高く、固有振動数以外の周波数においても、実験から得られた音圧分布を用いることで振動挙動の予測が可能であるといえる。

時々刻々と変化する実稼働中の構造物における振動挙動は、複数の周波数成分を同時に含んでいる。図12のように、各周波数においてあらかじめ算出しておいた振動音圧変換マトリックスと、ある時刻(図中の $T_1 \sim T_3$ など)における対応する周波数(図中の $\omega_1 \sim \omega_3$ など)の音圧分布とにより、その周波数での振動挙動が予測できる。各周波数を重ね合わせることで、

その時刻での実稼働中の振動挙動が求められる。これは時々刻々と変化する非定常な実稼働中の振動についても、その瞬間に測定した音圧分布を用いることで振動挙動の予測が可能であることを示している。

5. 研究成果

(1) 境界要素法を用いた解析のみで振動と音圧の関係を示す振動音圧変換マトリックスを定義し、音圧分布を用いて構造物の振動挙動を予測する手法を提案した。

(2) 音圧分布と振動音圧変換マトリックスから、構造物の振動挙動が簡便に予測できることを数値モデルを用いて検証した。

(3) 提案した手法を実験モデルに適用し、鋼板の固有振動数および固有振動数以外の任意の周波数で振動挙動の予測が可能であることを確認した。

文 献

- (1) 戸井武司・金子格三・大久保信行, 機論, 61-587, C (1995), 2882-2887.
- (2) 戸井武司・加藤裕治・大久保信行, 機論, 62-595, C (1996), 955-960.
- (3) 江嶋聞夫, アコースティックモーダルアナリシス, 小松技報, 30-2(1984), 77-85.
- (4) Sakamoto, I. and Tanaka, T., Application of Acoustic Holography to Measurement of Noise on an Operating Vehicle, SAE930199, (1993).
- (5) 三上哲夫・岡野博幸・押野康夫, 加速走行時におけるタイヤ/路面騒音, 自動車研究, 17-4(1995), 190-193.
- (6) Wu, J. and Moslehy, F. A., On Modal Testing Using Speaker for Excitation, Proc. 13th Int. Modal Analysis Conference, (1995), 24-29.
- (7) David, S. S. and Mitchell, M. M., Controlling Panel Noise and Vibration Using Non-Contacting Test Methodologies, SAE 931339, (1993), 619-624.
- (8) Guisset, P. and Coyette, J. P., Assessment of Matrix Interpolation Procedures for Acoustic Boundary Element Modeling, Proc. 19th Int. Seminar on Modal Analysis, (1994), 199-207.
- (9) Otte, D., Van de Ponsseele, P. and Leuridan, J., Operational Deflection Shapes in Multisource Environments, Proc. 8th Int. Modal Analysis Conference, (1990), 413-421.
- (10) 戸井武司・加藤裕治・大久保信行, 機講論, No. 96-1 (1996-4), 440-441.
- (11) Desanghere, G. and Snoeys, R., Indirect Identification of Excitation Forces by Modal Coordinate Transformation, Proc. 3rd Int. Modal Analysis Conference, (1985), 685-690.
- (12) Fingberg, U., Road/Tyre Noise Development Using Noise Path Analysis Techniques, Proc. 19th Int. Seminar on Modal Analysis, (1994), 899-911.