油圧サーボ系に発生するマイクロスティックスリップ振動*

早瀬 敏幸^{*1}, 林 勲^{*1}, 小嶋 和法^{*2}

Micro Stick-Slip Vibration in Hydraulic Servo Systems

Toshiyuki HAYASE, Satoru HAYASHI and Kazunori KOJIMA

This report treats micro stick-slip vibrations occurring in a typical computer-controlled hydraulic servo system. The relevant system consists of a hydraulic cylinder, a servo valve and a personal computer. First, an experiment was performed for a conventional feedback control system to confirm the occurrence of two different types of stick-slip vibration of small amplitude. Detailed numerical analysis was then performed to identify the main factors contributing to the vibrations. The control signal generated by the D/A converter causes micro stick-slip vibration of small amplitude over a wide range of control feedback gain. Increasing the feedback gain results in another type of micro stick-slip vibration of large amplitude due to the locally increased flow gain within the underlap of the servo valve. Computational results agree well with the experimental ones.

Key Words: Hydraulic Actuator, Servo Mechanism, Digital Control, Nonlinear Vibration, Self-Excited Vibration, Frictional Vibration, Stick-Slip Vibration, D/A Converter, Underlap of Spool-Valve

1. 結 言

アンダーラップのあるスプール弁を用いた直結油圧サーボ系に摩擦が作用するとき、ある条件下で微小なスティックスリップ振動が発生することが林らにより指摘されている⁽¹⁾⁽²⁾。このスティックスリップ振動は、記述関数法などの近似解法では取り扱いが困難であり、数値シミュレーションによる検討によって初めて発生の可能性が指摘され、実験的にも確認されたものである。この現象は、通常のスティックスリップ振動とは異なって、静摩擦と動摩擦に差がなくても発生し得るなどの特徴を有しており、中立動作点近傍で不安定な系が、摩擦により安定化されている場合に、普遍的に見られる現象であると考えられる(以下では、この機構により発生する微小なスティックスリップ振動を「マイクロスティックスリップ振動」と呼ぶ)。この振動は、振幅が小さいため、著者らの知る限りでは、従来報告例は見あたらないが、油圧サーボ系の位置決め精度を μm オーダーで向上させるためには、無視できない現象

であると考えられる。

本論文では、現在広く用いられている電気油圧式サーボ弁と油圧シリンダー、パーソナルコンピュータよりなるデジタル制御系を対象として、実験および数値シミュレーションを行い、上述のマイクロスティックスリップ振動の発生の可能性と、その発生要因について検討する。

2. 油圧サーボ系

本研究で対象とする油圧サーボ系を図1に示す。サーボ弁はMOOG製J661-323, シリンダおよび油圧ユニ

Fig. 1 Experimental apparatus

* 原稿受付 1996年6月13日。

^{*1} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980-77 仙台市青葉区片平2-1-1)。^{*2} 東北大学大学院。

Fig. 2 Experimental result ($K_p=1000\text{V/m}$)

ットは油研工業製 CJT140 および U-40090 である。ピストン位置の測定にはソニーマグネスケール製 DG205P (分解能 $1\mu\text{m}$) を用いた。制御用のパーソナルコンピュータは EPSON 製 PC286VF (数値演算コプロセッサ付) に 12 ビット D/A 変換器 (アドテックシステムサイエンス製 AB98-05A) を取り付けたものを用いた。

本研究では、第 1 段階として単純な比例制御系を構成して実験を行った。図 2 にステップ応答の実験結果を示す。比例ゲインを調節することにより、図 2(a) に示すような良好な過渡応答波形が得られるが、この結果を 1000 倍に拡大した図 2(b) によれば、複振幅が $2\mu\text{m}$ 程度のスティックスリップ状の自励振動が発生していることがわかる。

比例ゲインを種々に変化させた場合に発生する自励振動の振幅と振動数を図 3 に、また図 3 中の a, b, c に対応する振動波形を図 4 に示す。図 3 の○印の結果は、設定した比例ゲインの値に対して、振動が定常に達した後、ゲインをわずかに増加させる操作を繰り返して得られたものである (図中の矢印は、ゲインの変化の方向を示している)。図 3 より、比例ゲインの小さい範囲において図 4 (a) に示すような小振幅のスティックスリップ振動 (複振幅 $1\mu\text{m}\sim 6\mu\text{m}$, 振動数 $4\text{Hz}\sim 16\text{Hz}$) が観測された。比例ゲインがある臨界値 (3700V/m) を越

Fig. 3 Characteristics of vibration with feedback gain (Experiment)

Fig. 4 Wave form of vibration (experiment)

えると、図 4(b)に示すような、中振幅のスティックスリップ振動（複振幅 $14\mu\text{m} \sim 140\mu\text{m}$ ，振動数 $23 \sim 37\text{Hz}$ ）に変化する〔なお、図 4(b)の波形では、スティック状態が必ずしも明瞭に表れていないが、これは波形記録時の時間分解能の不足によるものである。また、ここで観測された 2 種類のスティックスリップ振動が、中立動作点近傍で不安定な系が、摩擦により安定化されている場合に発生する、上述の「マイクロスティックスリップ振動」として説明できることについては後に 3 章以降で述べる〕。比例ゲインがさらに大きくなると、図 4(c)に示すような大振幅の正弦波状の振動（複振幅 $2.3\text{mm} \sim 4.8\text{mm}$ ，振動数 $12 \sim 18\text{Hz}$ ）に変化する。ゲインを増加させた後、徐々にゲインを減少させた結果が図 3 中の口印である。この場合、大振幅の正弦波状振動から、中振幅のスティックスリップ振動を経て、小振幅のスティックスリップ振動へと移行するが、移行時の比例ゲインの値は、ゲインを増加させた場合とは異なっておりヒステリシスを示す。これは林らが指摘した、摩擦の作用する系に見られる自励振動の多重構造⁽¹⁾に対応するものである。

なお、一般に油圧サーボ系の比例制御において、ゲインが過大な場合に系が不安定化する現象は、上記の大振幅の正弦波状振動の発生に対応している。したがって、本実験の結果は、通常安定と考えられている小さなゲインの範囲で、2 種類のスティックスリップ振動が発生していることを示している。

以下に、この系について数値シミュレーションを行って、スティックスリップ振動の発生要因について検討する。

Fig. 5 Hydraulic servo system

3. 油圧サーボ系の数学モデル

図 5 と表 1 を参照しつつ、系を記述する基礎方程式を以下にまとめて示す。

比例制御部

$$u = K_p (x_{p0} - x_p) \quad (1)$$

ここで、 u はサーボ弁の入力電圧、 K_p は比例ゲイン、 x_{p0} は目標ピストン位置、 x_p はピストン位置である。

トルクモータ部

$$L\dot{I} + RI = G_a u \quad (2)$$

Table 1 Computational conditions

A_N	Nozzle area (m^2)	4.418×10^{-7}
A_{Pl}	Left side piston area (m^2)	1.96×10^{-3}
A_{Pr}	Right side piston area (m^2)	1.583×10^{-3}
A_S	Spool area (m^2)	8.659×10^{-5}
C_N	Discharge coefficient between nozzle and flapper	0.56
C_O	Discharge coefficient of upstream orifice	0.70
C_S	Discharge coefficient of metering orifice	0.61
C_V	Contraction coefficient of metering orifice	0.98
D_F	Flapper diameter (m)	1.6×10^{-3}
D_N	Nozzle diameter (m)	7.5×10^{-4}
F_C	Coulomb friction (N)	500
G_a	Gain of servo amplifier	10
J_F	Moment of inertia of flapper (kgm^2)	1.0×10^{-6}
k_f	feedback spring constant (N/m)	2.0×10^3
L	Inductance of torque motor (H)	1.25
l_1	Length of flapper (m)	1.6×10^{-2}
l_2	Length of feedback spring (m)	4.8×10^{-2}
M_P	Piston mass (kg)	6.2
M_S	Spool mass (kg)	2.826×10^{-2}
n	Resolution of D/A converter (bit)	12
P_s	Supply pressure (MPa)	13.72
P_d	Drain Pressure (MPa)	0
R	Resistance (Ω)	500
T	Sampling time (s)	3.0×10^{-3}
u_{max}	Max voltage of D/A converter (V)	10
w	Port width (m)	3.93×10^{-3}
x_{Smax}	Full stroke of spool (m)	2.0×10^{-3}
α	Gain of torque motor (Nm/A)	9.85×10^{-1}
ε	Underlap of spool (m)	1.0×10^{-5}
κ	Bulk-modulus of fluid (Pa)	7.84×10^8
ρ	Density of fluid (kg/m^3)	872

ここで、 I はトルクモータ部の電流である。

ノズルフラツパ部

$$\frac{J_F}{I_1} \ddot{x}_F = \alpha I + F_N l_1 - k_f l_2 \left(\frac{l_2}{l_1} x_F + x_s \right) - \frac{B_F l_2}{2} \dot{x}_F \quad (3)$$

ここで、 x_F はフラツパ変位、 F_N はフラツパに作用する流体力⁽³⁾、 B_F は円柱の抗力係数⁽⁴⁾でありそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_N &= (P_{Nr} - P_{Ni}) A_N + 4\pi C_N^2 \\ &\quad \times [(x_{F0} + x_F)^2 P_{Nr} - (x_{F0} - x_F)^2 P_{Ni}] \quad (4) \\ B_F &= \frac{4\pi \mu l_2}{2.002 - D_F \dot{x}_F / \nu} \end{aligned}$$

また、スプール両端の圧力、すなわち対向するノズルの各弁室圧力 P_{Ni} , P_{Nr} は、上流のオリフィス抵抗、フラツパ開度に依存するノズル抵抗、スプール移動に伴う流量変化を考慮すると、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} P_{Ni} &= \frac{\xi_1^2 P_s + \xi_2^2 P_d}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \\ &\quad - \frac{(\xi_1^2 - \xi_2^2) \xi_4^2 + 2\xi_1 \xi_2 \xi_4 \sqrt{(\xi_1^2 + \xi_2^2)(P_s - P_d)} - \xi_4^2}{(\xi_1^2 + \xi_2^2)^2} \quad (5) \\ P_{Nr} &= \frac{\xi_1^2 P_s + \xi_3^2 P_d}{\xi_1^2 + \xi_3^2} \\ &\quad - \frac{(\xi_1^2 - \xi_3^2) \xi_4^2 - 2\xi_1 \xi_3 \xi_4 \sqrt{(\xi_1^2 + \xi_3^2)(P_s - P_d)} - \xi_4^2}{(\xi_1^2 + \xi_3^2)^2} \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} \xi_1 &= C_o A_o \sqrt{2/\rho} \\ \xi_2 &= C_N \pi D_N (x_{F0} - x_F) \sqrt{2/\rho} \\ \xi_3 &= C_N \pi D_N (x_{F0} + x_F) \sqrt{2/\rho} \\ \xi_4 &= A_s \dot{x}_s \end{aligned} \quad (6)$$

スプール部

$$M_s \ddot{x}_s = -B_s \dot{x}_s - k_f \left(x_s + \frac{l_2}{l_1} x_F \right) + A_s (P_M - P_{Nr}) - f_l - f_r \quad (7)$$

ここで、定常流体力 f_l , f_r は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f_l &= 4C_s C_v w \cos \theta \{ (P_s - P_l) \Psi[\varepsilon + x_s] \\ &\quad - (P_s - P_r) \Psi[\varepsilon - x_s] \} \\ f_r &= 4C_s C_v w \cos \theta \{ (P_r - P_d) \Psi[\varepsilon + x_s] \\ &\quad - (P_l - P_d) \Psi[\varepsilon - x_s] \} \end{aligned} \quad (8)$$

また、 Ψ は次式で与えられる関数である。

$$\Psi(x) = \begin{cases} x & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases} \quad (9)$$

シリンダ内の連続の式

$$\begin{aligned} (V_{Cl}/\kappa) \dot{P}_l &= Q_{sl} - Q_{dl} - A_{Pl} \dot{x}_P \\ (V_{Cr}/\kappa) \dot{P}_r &= Q_{sr} - Q_{dr} + A_{Pr} \dot{x}_P \end{aligned} \quad (10)$$

上式中の Q_{sl} などは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Q_{sl} &= C_s w \Psi(\varepsilon + x_s) \operatorname{sgn}[P_s - P_l] \sqrt{2|P_s - P_l|/\rho} \\ Q_{sr} &= C_s w \Psi(\varepsilon - x_s) \operatorname{sgn}[P_s - P_r] \sqrt{2|P_s - P_r|/\rho} \\ Q_{dl} &= C_s w \Psi(\varepsilon - x_s) \operatorname{sgn}[P_l - P_d] \sqrt{2|P_l - P_d|/\rho} \\ Q_{dr} &= C_s w \Psi(\varepsilon + x_s) \operatorname{sgn}[P_r - P_d] \sqrt{2|P_r - P_d|/\rho} \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、 $\operatorname{sgn}[\cdot]$ は符号関数を表す。

ピストン部

$$M_P \ddot{x}_P = A_{Pl} P_l - A_{Pr} P_r - \operatorname{sgn}[\dot{x}_P] F_C \quad (12)$$

本研究では、微小なスティックスリップ振動を主な考察の対象としているため、式(12)中で、摩擦力はクーロン摩擦としてモデル化している。

本油圧サーボ系の出力はピストン変位 x_P であり、サンプリングタイム T [s] 毎に測定されるものとする。ただし本報告では、単純な比例制御系を考えているので、制御装置の計算時間に伴う時間遅れは考慮しない。

また、制御入力は、 n ビットの有効桁数を持つ D/A 変換器を通して生成されることを考慮し、式(1)の値は $(u_{max}/2^{n-1})$ の整数倍の離散値で表現されるとした。

4. 数値シミュレーション結果と考察

4・1 数値シミュレーション結果と実験結果との比較

前節に示した基礎方程式の数値解を 4 次のルンゲ・クッタ法により求めた。計算時間刻みは、予備計算の結果、 10^{-6} s とした。系の諸元は表 1 に示した。なお、計算プログラム中で、微小なスティックスリップ振動を正確に再現するため、クーロン摩擦の取り扱いには十分な注意を払った⁽⁵⁾。

式(1)中の比例ゲインを $K_P = 1000$ V/m に設定し、目標ピストン変位を $x_{P0} = -1.25 \times 10^{-2}$ m から 0 m にステップ状に変化させた場合の応答の計算結果を図 6 に示す。

先に図 2 で示した実験結果と同様に、図 6(a)では全体として良好な過渡応答波形が得られているが、この波形を 1000 倍に拡大した図 6(b)によれば、複振幅が 1 μ m 程度のスティックスリップ状自励振動の発生が認められる。

この系について図 3 の実験に対応する条件、すなわち、自励振動が定常に達した後にわずかに比例ゲインをステップ状に増加あるいは減少させる操作を繰り返

Fig. 6 Numerical simulation ($K_p=1000\text{V/m}$).

して計算を行なった。得られた自励振動波形について、その複振幅と振動数をプロットしたものを図 7(a),(b)に、また、図 7(a)中の a, b, c に対応する自励振動波形を、図 8(a),(b),(c)に示す。なお、図 8 では振動波形の特徴を明らかにするため、それぞれの縦軸のスケールを変えてある。図 8(a)と(b)のスティックスリップ振動の複振幅はそれぞれ $1\mu\text{m}$ と $60\mu\text{m}$ 、図 8(c)の正弦波状振動の複振幅は 8mm である。

数値シミュレーションの結果は、実験結果と同様、比例ゲインの範囲により、小振幅および中振幅のスティックスリップ振動と大振幅の正弦波状振動が発生することを示しており、自励振動の振幅と振動数、および振動の種類が変化する比例ゲインの臨界値に関して、2章で述べた実験結果（図 3、図 4 参照）と定性的に良好な一致を示している。

4・2 スティックスリップ振動の発生要因 本節では、スティックスリップ振動の発生に関与すると予想される要因：(1) n ビットの分解能を持つ D/A 変換器による制御入力の離散化、(2) サーボ弁のアンダーラップに起因する非線形圧力流量特性、(3) サンプルングによる遅れ、のそれぞれについて検討するため、表 2 に示した Case A から Case D の各場合について計算を行った。

まず全ての要因を考慮した図 9(a) (Case A) と、D/A 変換器による制御入力の離散化の影響を無視し、サー

Fig. 7 Characteristics of vibration with feedback gain (simulation).

Fig. 8 Wave form of vibration (simulation).

Table 2 Conditions of numerical simulation

Case	D/A converter	Sampling time	Underlap
A	○	○	○
B	×	○	○
C	×	×	○
D	×	×	×

○ : Considered,   × : Ignored

ボ弁に加わる入力電圧値が連続的に変化するとした図 9(b) (Case B) とを比較する。図 9(a)において、比例ゲインが小さい範囲でみられる小振幅のスティックスリップ振動[図 8(a)の波形に対応する]は、図 9(b)では現れていない。従ってこの振動は、制御入力の離散化に伴って発生したマイクロスティックスリップ振動と考えられる。付録に示したように、対象とした油圧サーボ系は、近似的に 4 次の線形系として表すことができる。これに比例制御を適用した場合の閉ループ系が比例ゲインの増加によって不安定化することは根軌跡法により容易に示される。D/A 変換器からの電圧は階段状に変化するため、局所的に無限大のゲインを有することになる。したがって、スプール弁の中立点近傍のごく狭い範囲において、フィードバックゲインが等価的に非常に大きな値となり、系が不安定化するものと理解できる。なお、本計算では、通常よく用いられる 12bit (4096 分割) の分解能を持つ D/A 変換器を対象としており、実際の系にもこの種のマイクロスティックスリップ振動が発生する可能性は高いと考えられる。従来、報告例は見あたらないが、これは振幅が $1\mu\text{m}$ 程度と小さく、また振動数も低いため見逃されてきたものと推察される。

次に、上で述べた図 9(b) (Case B) と、そこからさらに本デジタル制御系におけるサンプリングタイム (3ms) の影響を取り除いた図 9(c) (Case C) とを比較する。すなわち図 9(c)では、サンプリングタイムを数値計算の時間刻み ($1 \times 10^{-6}\text{s}$) に等しくおいて、実際上サンプリングタイムの影響が現れない条件で数値シミュレーションを行った。その結果、図 9(c)では不安定化するゲインが若干高くなり、また中振幅のスティックスリップ振動における振幅の不連続的な変化が見られなくなるものの、自励振動の基本的な構造は変化していない。したがって、本デジタル制御系における有限のサンプリングタイムは中振幅のスティックスリップ振動の発生に対する主要因ではないことがわかる。

(a) Case A

(b) Case B

(c) Case C

(d) Case D

Fig. 9 Double amplitude of vibration with feedback gain. Comparison among Cases A-D (simulation)

最後に図9(c) (Case C) とスプール弁のアンダーラップ量を0とした図9(d) (Case D) とを比較すると, 図9(d)では, 中振幅のスティックスリップ振動(図8(b)に対応)が見られない. したがってこの振動は, スプール弁のアンダーラップに起因するマイクロスティックスリップ振動である. すなわち, 付録に示すように, スプール弁の特性は中立点近傍のアンダーラップ領域において高いゲインを有しており, このため比較的低い比例ゲインの範囲から系は不安定化して振動が発生するが, 振幅の増加にともなう等価的な圧力ゲインは低下し, 系は安定化に向かう, これにクーロン摩擦の影響が加わって中振幅のスティックスリップ振動が発生するものと理解できる. なお, このマイクロスティックスリップ振動は, 林ら⁽¹⁾により直結サーボ系で指摘されたものと同一の発生機構によるものである.

比例ゲインがさらに大きな領域で現れる正弦波状の自励振動[図8(c)に対応]は, 過大な比例ゲインによって系が不安定化する, 通常の線形安定性解析によって得られる振動と考えられる.

以上, 典型的なデジタル油圧サーボ系に発生する2種類のスティックスリップ振動が, それぞれD/A変換器による離散化とサーボ弁の圧力流量特性に基づく非線形性に起因して生じるマイクロスティックスリップ振動であることを数値シミュレーションにより明らかにした.

5. 結 言

電気油圧式サーボ弁と油圧シリンダー, パーソナルコンピュータよりなるデジタル制御系に発生する種々の自励振動について実験と数値シミュレーションの両面から検討した. 基本的な比例制御系の場合に, 比例ゲインの大きさによって, 2種類のマイクロスティックスリップ振動が発生しうること示すとともに, ゲインの小さな領域で発生する小振幅のマイクロスティックスリップ振動は, 有限の分解能をもつD/A変換器からの離散的な制御入力に起因し, ゲインの大きな領域で発生する中振幅のマイクロスティックスリップ振動は, スプールのアンダーラップ内の過大な流量ゲインに起因することを数値シミュレーションにより明らかにした.

今後の課題として, 状態フィードバック系などのより複雑な制御系に発生するマイクロスティックスリップ振動の検討を行うとともに, 非線形制御理論の適用によるマイクロスティックスリップ振動の抑制についても検討したい.

Fig. 10 Piston driving force with spool displacement

[付 録]

スプール弁の非線形性が系の安定性に与える影響に注目して単純化したモデルを考える. 入力電圧からスプール変位までの動特性を次式で近似する (*を付した変数はラプラス変換した量を表す)

$$x_s^* = \frac{k_s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} u^*$$

シリンダ内の連続の式(10)で, 作動油の圧縮性を無視すると, シリンダ内の圧力 P_b , P_r がスプール変位とピストン速度の関数として与えられる. これを, ピストンの運動方程式(12)に代入し, クーロン摩擦を無視して整理すると次式となる.

$$M_p \ddot{x}_p = F_p(x_s, \dot{x}_p)$$

上式右辺のピストン駆動力 F_p をスプール変位に対してプロットしたものを図10に示す. アンダーラップ領域内の $x_s=0$ 近傍では他の領域に比べてゲインが大きくなっていることがわかる. 上式中のピストン駆動力を線形関数で近似し, これに第1式を用いれば, 次式がえられる.

$$x_p^* = \frac{k_F k_s}{s(M_p s + c)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} u^*$$

参考文献

- 1) 林・ほか2名, 機論 59-557, C (1993), 125.
- 2) 飯村・ほか2名, 油圧と空気圧, 27-2 (1996), 299.
- 3) Meritt, H.E.: Hydraulic Control Systems, (1967), John Wiley & Sons.
- 4) 島, 小林, 水力学, (1980), 114, 丸善.
- 5) Iimura, I. and Hayashi, S., Proc. 4th Int. Symp. Fluid Control, Measurement, and visualization, 1, (1994), 391.