オプティカルマニピュレータの組立不精度による ビーム先端位置決め誤差の補償法に関する理論的研究* (第2報, 結合調整法, 逆運動学的一括補償法)

肥 爪 彰 夫^{*1}, 吉 川 順 偉^{*2}, 石 井 明^{*3}

A Theoretical Research on Compensation Method for Beam End Positioning Error due to Assembling Inaccuracies in an Optical Manipulator

(2nd Report, Combined Adjustment, Bundle Compensation by Inverse Kinematics)

Akio HIZUME, Masahide YOSHIKAWA and Akira ISHII

First step is manipulator kinematics. The actual position of final laser spot $[X^*, Y^*]^T$, derived in 1st report as implicit function of the aimed position $[X, Y]^T$ and assembling inaccuracies, is now transformed into explicit function of them, through approximate linearization. The explicit function shows the potential magnitude of positioning error and the existence of several pairs of assembling inaccuracies whose contributions to positioning error can be canceled each other with some appropriate hardware in assembly. Second step is inverse manipulator kinematics. Jacobian of $[X^*, Y^*]^T$ to $[X, Y]^T$ is derived. Since the Jacobian is proved nonsingular, the whole contributions of all kinds of assembling inaccuracies to positioning error can be collectively compensated, in operation, by purposefully shifting the reflector joint angles $[\theta_1, \theta_2]^T$ from the honest value corresponding to $[X, Y]^T$. Practicable approaches are given to determine the purposeful shift $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$. Thus, the problem of positioning error in rocking mirror type laser cutting machine is solved by combined adjustment in assembly and bundle compensation in operation.

Key Words: Optical Manipulator, Manipulator Kinematics, Inverse Manipulator Kinematics, Positioning Error, Error Compensation, Combined Adjustment, Bundle Compensation, Rocking Mirror Type Laser Cutting Machine

1. 緒 言

ミラー揺動方式レーザ裁断機は, 集光レンズを出たレーザ光が裁断面上の目標位置に焦点を結ぶよう, レーザ光の方向を2軸揺動式平面ミラー(以下, 単にミラーと呼ぶ)で制御して, 対象の品物を所望の図形に裁断するもので, 一種の光学式マニピュレータである。高速裁断性能に優れ, 既製服等の生地裁断に好適であり, 最近石井らによって開発された。^{(1),(2),(3),(4)} この方式のレーザ裁断機は, レーザ光源が裁断面と平行に裁断実寸法で走行する従来のレーザ裁断機に比べ, 光学系組立不精度に起因する最終レーザスポット位置決め誤差が, 何も対策をしなければ, 遥かに大きくなり得る性質を持っている。それは, 一つには揺動式ミラーを使うこと, 二つには集光レンズの位置と姿勢の正確な設定が難しいこと, に起因する。

本研究は, ミラー揺動方式レーザ裁断機に, まずマニピュレータ運動学⁽⁵⁾を用いて, 最終レーザスポット位置決め誤差の有り得る大きさを明らかにすると共に, 結合調整法が可能であることを示し, 次にマニ

ピュレータ逆運動学⁽⁵⁾を用いて, 逆運動学的一括補償法が可能であることを示そうとする。これらは, 後述の8種の光学系組立不精度を個々に零にはできないという前提の下で位置決め誤差を効果的に補償するものであり, 前者は光学系組立時のハードウェアによる方法, 後者は裁断機運転時のソフトウェア⁽⁶⁾による方法である。

本報は, 前報に於いて目標位置 $[X, Y]^T$ と組立不精度 $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ の非明示的な関数として解かれた最終レーザスポット位置 $[X^*, Y^*]^T$ の式(9.2)'から出発し, まず近似線形化によってこの式を明示的な関数に変形することから始める。

2. 記号の説明

- $[X, Y]^T$: 裁断面上の最終レーザスポットの目標位置。
- $[\theta_1, \theta_2]^T$: $[X, Y]^T$ と一対一対応するミラー揺動角。[rad]
- $[X^*, Y^*]^T$: 光学系組立不精度が有る時の裁断面上の最終レーザスポットの現実位置。
- e_1, e_2, ϕ_1, ϕ_2 : 2軸揺動式ミラーの組立不精度。
  - e_1 : 本来1点で交差すべき両回転軸の間の距離。
  - ϕ_1 : 本来直角であるべき両回転軸間角度の直角からのずれ。[rad]
  - e_2 : ミラー取付け位置のずれ。
  - ϕ_2 : ミラー取付け角度のずれ。[rad]

* 原稿受付 1995年2月22日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)。

^{*2} 正員, 神戸大学大学院。

^{*3} 正員, 元:三菱電機(株) (〒654 神戸市須磨区千守町2-2-13)。

- $h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$: 集光レンズの組立不精度.
 h_1 : 集光レンズ中心位置の水平横方向ずれ.
 h_2 : 同じく垂直方向ずれ.
 γ_1 : 集光レンズ中心線の方のずれ(z_3 軸まわり). [rad]
 γ_2 : 同上(x_L 軸まわり). [rad]
 f : 集光レンズの焦点距離 (一定).
 P : 集光レンズ中心の本来の位置からミラー中心の本来の位置までの距離 (可変).
 H : 集光レンズの中心の本来の位置およびミラー中心の本来の位置から, 裁断面までの垂直距離 (両者同一で一定).

記号と照合のため前報の図1ないし図7を再掲する.

3. 最終レーザスポット位置を目標位置と組立不精度の明示的な関数に書き直すこと

前述の式 (9.2)' とそれに直接係る諸式, および $[X, Y]^T$ と $[\theta_1, \theta_2]^T$ の関係式を, 前報からここに再録する. 前報の式番号には符号 * を付ける.

$$\left. \begin{aligned} X^* &= (b_{14}b_{32} - b_{12}b_{34})/b_{32} \\ Y^* &= (b_{24}b_{32} - b_{22}b_{34})/b_{32} \end{aligned} \right\} \dots\dots * (9.2)'$$

$$\begin{bmatrix} b_{14} \\ b_{24} \\ b_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{12}\alpha_y + q_{14} \\ q_{22}\alpha_y + q_{24} \\ q_{32}\alpha_y + q_{34} \end{bmatrix} \dots\dots * (11.2)$$

$$\alpha_y = \frac{(q_{14} - p_{14})p_{12} + (q_{24} - p_{24})p_{22} + (q_{34} - p_{34})p_{32}}{-(q_{12}p_{12} + q_{22}p_{22} + q_{32}p_{32})} \dots\dots * (8.2)$$

$$\begin{bmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2p_{12}a_{22} + q_{12} \\ 2p_{22}a_{22} + q_{22} \\ 2p_{32}a_{22} + q_{32} \end{bmatrix} \dots\dots * (11.3)''$$

$$a_{22} = -(q_{12}p_{12} + q_{22}p_{22} + q_{32}p_{32}) \dots\dots * (11.4)'$$

Fig. 1 Laser beam route from positive lens to the focus on cutting plane, when optical system is assembled without inaccuracies. (illustrated for the case that $X > 0, Y > 0, -\pi/2 < \theta_1 < 0, -\pi/4 < \theta_2 < 0$)

Fig. 2 Original orientation and Rotation of $x_1-y_1-z_1$ coordinates (arrow shows positive direction)

ここに p_{ij}, q_{ij} は $\theta_1, \theta_2, e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ の非線形な関数である.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H \tan \theta_1 \\ -(H/c\theta_1)/\tan 2\theta_2 \end{bmatrix} \dots\dots * (1)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\arctan(X/H) \\ -(1/2)\arctan 2\{(H/c\theta_1), Y\} \end{bmatrix} \dots\dots * (2)$$

ここに $c\theta_1 = \cos \theta_1$ である. 同様に $s\theta_1 = \sin \theta_1$.

組立不精度 $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ は小さいので, それらの2乗以上の項は1乗以下の項に対し省略して差し支えなく, また $s\phi_1 \approx \phi_1, s\phi_2 \approx \phi_2, s\gamma_1 \approx \gamma_1, s\gamma_2 \approx \gamma_2, c\phi_1 \approx c\phi_2 \approx c\gamma_1 \approx c\gamma_2 \approx 1$ としてよい. このことを利用した近似線形化を, p_{ij}, q_{ij} から始めて, 式 * (9.2)', * (11.2), * (8.2), * (11.3)', * (11.4)' に現れる $a_{22}, 1/a_{22}, \alpha_y, b_{ij}, 1/b_{32}$ に順次適用し, 最後に式 * (9.2)' の右辺にまとめて適用すると, 次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} p_{11} &\approx c\theta_1 + \phi_2 s\theta_1 s\theta_2 \\ p_{12} &\approx -\phi_2 c\theta_1 - \phi_1 c\theta_1 c\theta_2 + s\theta_1 s\theta_2 \\ p_{13} &\approx \phi_1 c\theta_1 s\theta_2 + s\theta_1 c\theta_2 \\ p_{14} &\approx e_1 s\theta_1 + e_2 s\theta_1 s\theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

(b) optical path as seen from the direction of x'_1 axis

$$\left. \begin{aligned} p_{21} &\equiv \phi_1 + \phi_2 c\theta_2 \\ p_{22} &\equiv c\theta_2 \\ p_{23} &\equiv -s\theta_2 \\ p_{24} &\equiv e_2 c\theta_2 \\ p_{31} &\equiv -s\theta_1 + \phi_2 c\theta_1 s\theta_2 \\ p_{32} &\equiv \phi_2 s\theta_1 + \phi_1 s\theta_1 c\theta_2 + c\theta_1 s\theta_2 \\ p_{33} &\equiv -\phi_1 s\theta_1 s\theta_2 + c\theta_1 c\theta_2 \\ p_{34} &\equiv e_1 c\theta_1 + e_2 c\theta_1 s\theta_2 + H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} q_{11} &\equiv -1 \\ q_{12} &\equiv \gamma_1 \\ q_{13} &\equiv 0 \\ q_{14} &\equiv -h_1 \\ q_{21} &\equiv -\gamma_1 \\ q_{22} &\equiv -1 \\ q_{23} &\equiv \gamma_2 \\ q_{24} &\equiv p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} q_{31} &\equiv 0 \\ q_{32} &\equiv \gamma_2 \\ q_{33} &\equiv 1 \\ q_{34} &\equiv h_2 + H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{22} &\equiv -\gamma_1 s\theta_1 s\theta_2 - \gamma_2 c\theta_1 s\theta_2 + c\theta_2 \\ 1/a_{22} &\equiv (1 + \gamma_1 s\theta_1 \tan\theta_2 + \gamma_2 c\theta_1 \tan\theta_2)/c\theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} (q_{14} - p_{14})p_{12} &\equiv -(h_1 + e_1 s\theta_1 + e_2 s\theta_1 s\theta_2)s\theta_1 s\theta_2 \\ (q_{24} - p_{24})p_{22} &\equiv (P - e_2 c\theta_2)c\theta_2 \\ (q_{34} - p_{34})p_{32} &\equiv (h_2 - e_1 c\theta_1 - e_2 c\theta_1 s\theta_2)c\theta_1 s\theta_2 \\ \alpha_y &\equiv P + [-e_1 - e_2/s\theta_2 - h_1 s\theta_1 + h_2 c\theta_1 \\ &\quad + P(\gamma_1 s\theta_1 + \gamma_2 c\theta_1)]\tan\theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$b_{14} \equiv \gamma_1 P - h_1$$

$$b_{24} \equiv [e_1 + e_2/s\theta_2 + h_1 s\theta_1 - h_2 c\theta_1 \\ - P(\gamma_1 s\theta_1 + \gamma_2 c\theta_1)]\tan\theta_2$$

$$b_{34} \equiv \gamma_2 P + h_2 + H$$

Fig. 3(a) Position and orientation of coordinates attached to each component of optical system, when assembling inaccuracies exist and $\theta_1 = \theta_2 = 0$. ($e_1 = \overline{12}$, $e_2 = \overline{2M}$, $h_1 = \overline{3K}$, $h_2 = \overline{KL}$), (illustrated for the case that $e_1 > 0$, $e_2 > 0$, $\phi_1 > 0$, $\phi_2 > 0$, $h_1 > 0$, $h_2 > 0$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 < 0$)

Fig. 3(b) Laser beam route, Position and orientation of the coordinates concerned, when assembling inaccuracies exist and $\theta_1 \neq 0$, $\theta_2 \neq 0$. ($H = \overline{01}$, $P = \overline{13}$, $\alpha_y = \overline{LC''}$, $\beta = \overline{C''F^*}$), (illustrated for the case that $X^* > 0$, $Y^* > 0$, $-\pi/2 < \theta_1 < 0$, $-\pi/4 < \theta_2 < 0$, $e_1 > 0$, $e_2 > 0$, $\phi_1 > 0$, $\phi_2 > 0$, $h_1 > 0$, $h_2 > 0$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 < 0$)

Fig. 4 Coordinates 1 and 2 as seen from z_1' direction, in case that $\theta_1 \neq 0$, $\theta_2 = 0$

Fig. 5 Coordinates 2 and M as seen from z_2'' direction, in case that $\theta_1 \neq 0$, $\theta_2 \neq 0$

Fig. 6 Coordinates M and C as seen from y_M'' direction, in case that $\theta_1 \neq 0$, $\theta_2 \neq 0$

$$\begin{aligned}
 b_{12} &= -2\phi_1 c\theta_1 c^2\theta_2 - 2\phi_2 c\theta_1 c\theta_2 + (1 - 2s^2\theta_1 s^2\theta_2)\gamma_1 \\
 &\quad - 2\gamma_2 c\theta_1 s\theta_1 s^2\theta_2 + 2s\theta_1 s\theta_2 c\theta_2 \\
 b_{22} &= -2\gamma_1 s\theta_1 s\theta_2 c\theta_2 - 2\gamma_2 c\theta_1 s\theta_2 c\theta_2 + 2c^2\theta_2 - 1 \\
 b_{32} &= 2c\theta_1 s\theta_2 c\theta_2 \left[1 + \frac{\phi_1 s\theta_1 c\theta_2 + \phi_2 s\theta_1}{c\theta_1 s\theta_2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\gamma_1 s\theta_1 s\theta_2}{c\theta_2} - \gamma_2 \frac{2c^2\theta_1 s^2\theta_2 - 1}{2c\theta_1 s\theta_2 c\theta_2} \right] \\
 \frac{1}{b_{32}} &= \frac{1}{2c\theta_1 s\theta_2 c\theta_2} \left[1 - \frac{\phi_1 s\theta_1 c\theta_2 + \phi_2 s\theta_1}{c\theta_1 s\theta_2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\gamma_1 s\theta_1 s\theta_2}{c\theta_2} + \gamma_2 \frac{2c^2\theta_1 s^2\theta_2 - 1}{2c\theta_1 s\theta_2 c\theta_2} \right] \\
 X^* &= -H \tan\theta_1 \\
 &\quad + \frac{(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2)H}{c^2\theta_1 s\theta_2} \\
 &\quad - (h_1 - \gamma_1 f) \\
 &\quad - (h_2 + \gamma_2 f) \tan\theta_1 \dots\dots\dots(6) \\
 Y^* &= -\frac{H}{c\theta_1 \tan 2\theta_2} \\
 &\quad + \frac{(e_1 s\theta_2 + e_2)}{c\theta_2} \\
 &\quad + \frac{(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2)H \tan\theta_1}{c\theta_1 s\theta_2 \tan 2\theta_2} \\
 &\quad + (h_1 - \gamma_1 f) s\theta_1 \tan\theta_2 \\
 &\quad - (h_2 + \gamma_2 f) \left[c\theta_1 \tan\theta_2 + \frac{1}{c\theta_1 \tan 2\theta_2} \right] \dots\dots\dots(7)
 \end{aligned}$$

式(6), (7)の右边を導く際, 図1(a)に記入した次の関係を用いた。

$$P - H / (c\theta_1 \sin 2\theta_2) = f \dots\dots\dots(8)$$

式(6), (7)の右边第1項は式*(1)の右边と一致しており, 最終レーザスポット目標位置 X, Y に外ならない。これに, 光学系組立不精度 $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ に関して線形の誤差項が付加されている。こうして $[X^*, Y^*]^T$ は目標位置と組立不精度の明示的な関数に変形された。

4. 最終レーザスポット位置決め誤差の有り得る大きさ

例として, 裁断面の寸法 (裁断されるべき図形がその中に含まれるような上限寸法) を図8とし, また

$$H = 1.6 \text{ m}$$

$$f = 2.4 \text{ m}$$

とする。これらは衣服の生地を裁断するミラー揺動方

式レーザ裁断機として現実的な数値で, 実際に石井らが採用した設計諸元である。この裁断面とHの寸法を式*(2)に代入すると, ミラー揺動角の動作範囲は, 表1のfiniteの欄の数値となる。

光学系組立不精度の可能最大絶対値として, 石井らが見積った下記の数値を採用する。

$$|e_1| = 0.0001 \text{ m}$$

$$|e_2| = 0.00014 \text{ m}$$

$$|\phi_1| = |\phi_2| = 0.0014 \text{ rad}$$

$$|h_1| = |h_2| = 0.0055 \text{ m}$$

$$|\gamma_1| = |\gamma_2| = 0.0014 \text{ rad}$$

以上に基いて次のことがわかる。

- (1) 式(6), (7)の誤差項の形と, 表1のfiniteの場合のミラー揺動角動作範囲を照合すると, どの誤差項も無限大にはならないことが理論的に保証される。
- (2) 前掲のH, fと各組立不精度の可能最大絶対値を用い, 図7の裁断面上の点O, A, B, Cを例にとって, 何等補償を行わない時の式(6), (7)の各誤差項の可能最大絶対値を計算すると, 表2の通りである。

衣服の生地を裁断であっても最終レーザスポット位置決め誤差の絶対値は1mm以下に抑えたい。したがって表2は, ミラー揺動方式レーザ裁断機の実用化にとって, 理論的裏付けのある有効な誤差補償方法が欠かせないことを示す。

5. 結合調整法の理論的可能性

式(6), (7)から直ちに次のことが明白である。

- (1) ϕ_1 と ϕ_2, h_1 と γ_1, h_2 と γ_2 は夫々 $(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2), (h_1 - \gamma_1 f), (h_2 + \gamma_2 f)$ という結合因子の形で X^* と Y^* の式に現れる。 e_1 と e_2 は Y^* の式にのみ現れるがやはり $(e_1 s\theta_2 + e_2)$ という結合因子の形をしている。
- (2) このことは, 光学系を組立てる時に $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ を個々に零にすることが不可能でも, 適当な調整用部品を準備しておいて, 上記結合因子

Fig. 7 Coordinates 3 and L

Fig. 8 Dimensions of cutting area

の値を零にするか或いは零に近づけることができれば、4章で明らかになった大きな最終レーザスポット位置決め誤差を有効に補償し得ることを意味する。光学系組立時のこのような手段を「結合調整法」と呼ぶことにすれば、式(6)、(7)は結合調整法が理論上可能であることを証明する。

- (3) 結合因子のうち、 $\phi_1 c\theta_2 + \phi_2 + e_1 s\theta_2 + e_2$ については、ミラー揺動角の動作範囲に於ける $c\theta_2$ や $s\theta_2$ の平均値に対して、これらの値を零にすることを狙うべきである。

表1のfiniteの場合の θ_2 の動作範囲に対して $c\theta_2$ と $s\theta_2$ の変化範囲ならびに平均値は次の通りである。

$$c\theta_2 = 0.52 \sim 0.86, \text{ 平均値} = 0.71$$

$$s\theta_2 = -0.85 \sim -0.50, \text{ 平均値} = -0.70$$

- (4) 石井らは文献(2)に於いて ϕ_1 と ϕ_2 の悪影響を相殺するような ϕ 調整機構の採用を報告しているが、本報によって、その理論的裏づけと、 ϕ_1 に重み $c\theta_2$ を乗ずるべきことが明らかになった。

- (5) ϕ 結合調整の外にも、理論上は、 e_1 と e_2 の悪影響を相殺する e 結合調整、特に表2の数値からみて h_1 と γ_1 、 h_2 と γ_2 の悪影響を夫々相殺するような h γ 結合調整が、適切な調整用部品さえ工夫できれば最終レーザスポット位置決め誤差の補償に有効であることが、本報によって明らかになった。

6. ヤコビアン

最終レーザスポット位置の目標値 $[X, Y]^T$ をミラー揺動方式レーザ裁断機に入力する際、 $[X, Y]^T$ の各々の値の近傍でマニピュレータ逆運動学的な位置決め誤差の一括補償が可能であるか否かを検討するため、まず式(6)、(7)のヤコビアンを導く。式(6)、(7)は

$$\left. \begin{aligned} X^* &= f_1^*(\theta_1, \theta_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2) \\ Y^* &= f_2^*(\theta_1, \theta_2, e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2) \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

の形であるが、 $[\theta_1, \theta_2]^T$ と $[X, Y]^T$ は式*(1)、式*(2)により互に一対一対応であるから

$$\left. \begin{aligned} X^* &= g_1^*(X, Y, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2) \\ Y^* &= g_2^*(X, Y, e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2) \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

と考えてもよい。式(10)をまとめて

$$\left. \begin{aligned} F^* &= G^*(F^T, e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2) \\ \text{ただし } F^* &= [X^*, Y^*]^T, F = [X, Y]^T \\ G^* &= [g_1^*, g_2^*]^T \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

と書き

Table 1 Operating ranges of reflector rocking angles θ_1, θ_2

cutting area	ranges of $\frac{X}{H}$ and $\frac{Y}{H}$	ranges of θ_1 and θ_2 in rad.
infinite	$-\infty < X/H < \infty$ $-\infty < Y/H < \infty$	$-\pi/2 < \theta_1 < \pi/2$ $-\pi/2 < \theta_2 < 0$
finite (Fig. 8)	$-0.46875 < X/H < 0.46875$ $-0.56250 < Y/H < 0.56250$	$-0.43834 < \theta_1 < 0.43834$ $-1.02093 < \theta_2 < -0.52920$

Table 2 Possible max absolute value of positioning error for final laser spot

positioning error terms		possible max absolute value	point
X^*	$(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2)H / (c^2\theta_1 s\theta_2)$	10.0 mm	A
	$-(h_1 - \gamma_1 f)$	8.9 mm	A, B, O
	$-(h_2 + \gamma_2 f) \tan \theta_1$	4.2 mm	A, B
Y^*	$(e_1 s\theta_2 + e_2) / c\theta_2$	0.4 mm	B
	$(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2)H \tan \theta_1 / (c\theta_1 s\theta_2 \tan 2\theta_2)$	2.4 mm	A
	$(h_1 - \gamma_1 f) s\theta_1 \tan \theta_2$	6.1 mm	B
	$-(h_2 + \gamma_2 f) [c\theta_1 \tan \theta_2 + \{1 / (c\theta_1 \tan 2\theta_2)\}]$	19.0 mm	C

$$\left. \begin{aligned} \delta F^* &= \frac{\partial G^*}{\partial F} \delta F = J(F) \delta F \\ \text{ただし } \delta F^* &= [\delta X^*, \delta Y^*]^T, \delta F = [\delta X, \delta Y]^T \\ J(F) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial X^*}{\partial X} & \frac{\partial X^*}{\partial Y} \\ \frac{\partial Y^*}{\partial X} & \frac{\partial Y^*}{\partial Y} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

として、この $J(F)$ を求めることを考える。

ヤコビアン $J(F)$ は、最終レーザスポット位置の目標値 F に於いて、 F を僅かに δF だけ変更したら、最終レーザスポット位置の現実値 F^* が δF^* だけ変化する、その変化の比率を示す。式(6)と式*(2)から

$$\begin{aligned} \frac{\partial X^*}{\partial X} &= \frac{\partial X^*}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial X} + \frac{\partial X^*}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial X} \\ \frac{\partial X^*}{\partial Y} &= \frac{\partial X^*}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} \end{aligned}$$

であり、式(7)と式*(2)から

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y^*}{\partial X} &= \frac{\partial Y^*}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial X} + \frac{\partial Y^*}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial X} \\ \frac{\partial Y^*}{\partial Y} &= \frac{\partial Y^*}{\partial \theta_2} \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} \end{aligned}$$

であるから、具体的に計算すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial X^*}{\partial X} &= 1 \\ &-(\phi_1 c\theta_2 + \phi_2) 2 \tan \theta_1 / s\theta_2 \end{aligned} \right\} (13)$$

$$\begin{aligned}
 & +(\phi_1 + \phi_2 c\theta_2) 2 \tan \theta_1 c^2 \theta_2 / \tan 2\theta_2 \\
 & + (h_2 + \gamma_2 f) / H \\
 \frac{\partial X^*}{\partial Y} & = -(\phi_1 + \phi_2 c\theta_2) 2 c^2 \theta_2 / c\theta_1 \\
 \frac{\partial Y^*}{\partial X} & = -(e_1 + e_2 s\theta_2) \sin 2\theta_1 \tan \theta_2 \cos 2\theta_2 / (2H) \\
 & - \phi_1 \cos 2\theta_2 (c^2 \theta_1 + 2 s^2 \theta_1 s^2 \theta_2) / (2 c\theta_1 s^2 \theta_2) \\
 & + \phi_2 (s^2 \theta_1 c^2 \theta_2 \cos 2\theta_2 - 1) / (c\theta_1 s\theta_2 \tan 2\theta_2) \\
 & - (h_1 - \gamma_1 f) c\theta_1 \tan \theta_2 (1 - 2 s^2 \theta_1 s^2 \theta_2) / H \\
 & - (h_2 + \gamma_2 f) s\theta_1 c^2 \theta_1 \tan \theta_2 (1 - \cos 2\theta_2) / H \\
 \frac{\partial Y^*}{\partial Y} & = 1 \\
 & + (e_1 + e_2 s\theta_2) 2 c\theta_1 s^2 \theta_2 / H \\
 & - \phi_1 \tan \theta_1 (1 + \cos 2\theta_2) / \tan \theta_2 \\
 & - \phi_2 \tan \theta_1 (1 + c^2 \theta_2 \cos 2\theta_2) / s\theta_2 \\
 & + (h_1 - \gamma_1 f) \sin 2\theta_1 s^2 \theta_2 / H \\
 & - (h_2 + \gamma_2 f) 2 c^2 \theta_1 s^2 \theta_2 - 1 / H
 \end{aligned}$$

したがってヤコビアンは

$$J(F) = \begin{bmatrix} 1 + \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & 1 + \alpha_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

の形をしている。ただし α_{11} , α_{12} , α_{21} , α_{22} は光学系組立不精度の1次の微小項である。

7. 逆運動学的一括補償法

7.1 逆運動学的一括補償法の内容と、それが可能であることの理論的証明 式(14)は

$$\det J(F) \neq 0 \dots\dots\dots (15)$$

すなわち $J(F)$ が正則であることを示すから、逆行列 $J(F)^{-1}$ を考えることができ、式(12)から

$$\delta F = J(F)^{-1} \delta F^* \dots\dots\dots (16)$$

を得る。

今、ミラー揺動方式レーザ裁断機に最終レーザスポット位置の目標値 F を入力して (すなわち、式*(2)によって F と一対一に対応するミラー揺動角 $[\theta_1, \theta_2]^T$ を用いて)、最終レーザスポット位置の現実値が F^* になったとする。この時、式(16)右辺の δF^* に

$$\delta F^* = F - F^* \dots\dots\dots (17)$$

すなわち位置決め誤差を代入すると、左辺 δF は、現実値を目標値に一致させるため、入力を目標値から意

図的にずらすべき大きさと方向を与える。この δF に対応するミラー揺動角の意図的なずらし量 $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ は、式*(2)から

$$\left. \begin{aligned} \delta\theta_1 &= -\left(\frac{H}{H^2 + X^2}\right) \delta X \\ \delta\theta_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{H^2}{H^2 + Y^2 c^2 \theta_1}\right) \left(\frac{Y s\theta_1}{H^2 + X^2} \delta X + \frac{c\theta_1}{H} \delta Y\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。

この考え方は、いわばマニピュレータのツール先端の位置を目標値に合わせるためには、マニピュレータの関節角をどう与えるべきかというマニピュレータ逆運動学の考え方であり、8種類の光学系組立不精度の悪影響を一括して補償するものでもあるので、「逆運動学的一括補償法」と呼ぶことにする。

誤差補償能力に於いて、この逆運動学的一括補償法の方が5章の結合調整法より理論的に優れているといえよう。結合調整法の場合、適切な調整用部品を設計することが必ずしも容易ではないし、 θ_2 の項を含む結合因子についてはそれを全動作範囲に於いて零にすることが理論的にできないからである。

逆運動学的一括補償法が可能なのは、本研究の対象であるミラー揺動方式レーザ裁断機の場合、式(14)によりヤコビアンの正則性が成立つからである。

7.2 具体的実行方法 逆運動学的一括補償法の具体的実行方法として下記数種が考えられる。

(1) 光学系組立不精度 $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ の各々の大きさと符号が判っている場合：

目標値 F のすべてに対し現実値 F^* を式(6), (7)および式*(2)により計算できるから、補償しない時の位置決め誤差 $F - F^*$ がわかる。ヤコビアン $J(F)$ は式(13)と式*(2)により計算できる。一括補償に必要な揺動角のずらし量 $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ は式(17), (16), (18)の順にたどって計算できる。計算は、裁断機が裁断を開始する前に行って、結果を制御装置に記憶させておき、裁断時にミラー角度を自動修正させる、という方式でもよいし、或いは、制御装置に基礎データだけ記憶させておいて、ミラー角度の修正量をオンライン・実時間で計算させる、という方式でもよい。

(2) 光学系組立不精度 $e_1, e_2, \phi_1, \phi_2, h_1, h_2, \gamma_1, \gamma_2$ の各々の大きさと符号が不明な場合 (通常の場合)：

裁断機組立完了後の試運転時に、充分な数の網目状の代表目標値 F を入力して、それらに対応する現実値 F^* を計測することにより、補償すべき位置決め誤差 $F - F^*$ を求める。これを式(17)に代入し、式(16), (18)の順にたどって、一括補償に必要な揺動角の

ずらし量 $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ を求める. この $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ を
裁断機の制御装置に記憶させておき, 実運転時にミ
ラー角度を自動修正させる. 代表目標値以外につい
ては, $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ を内挿で計算させる. このよう
にして, ヤコビアン $J(F)$ の逆行列を経由し, 繰り返し無
しで修正量 $[\delta\theta_1, \delta\theta_2]^T$ を求めることができる.

この時, ヤコビアン $J(F)$ の求め方に次の二つが
考えられる.

- (a) 前述のように, 試運転時に, 目標値 F を入力して
現実値 F^* を計測した後, 今度は目標値 $[X + \delta X,$
 $Y]^T$ を入力して現実値 $[X^* + \delta X^*, Y^* + \delta Y^*]^T$ を
計測したとすると

$$\frac{\partial X^*}{\partial X} = \frac{\delta X_1^*}{\delta X}, \quad \frac{\partial Y^*}{\partial X} = \frac{\delta Y_1^*}{\delta X} \quad (19)$$

次に $[X, Y + \delta Y]^T$ を入力して $[X^* + \delta X^*, Y^* +$
 $\delta Y^*]^T$ を計測したとすると

$$\frac{\partial X^*}{\partial Y} = \frac{\delta X_2^*}{\delta Y}, \quad \frac{\partial Y^*}{\partial Y} = \frac{\delta Y_2^*}{\delta Y} \quad (20)$$

これから式(12)により $J(F)$ を得る.

- (b) 式(14)に着目して, 近似的に

$$J(F) \approx I_2 \quad (21)$$

と見做す.

石井らは, 本報 6, 7 章のような理論的検討をせ
ぬまま直観的に, $J(F) = J(F)^{-1} = I_2$ とする(2)の(b)の
方法, すなわち目標値 F を入力とした時の位置決め
誤差 $F - F^*$ を入力修正量 δF とする方法, を用いて,
最終レーザスポット位置決め誤差の絶対値を一挙に
1 mm 以下に収めることができた⁽²⁾. このことから逆
運動学的一括補償法が非常に有効であることがわかる.

8. 結 言

一種の光学式マニピュレータであるミラー揺動方式
レーザ裁断機の最終レーザスポット位置決め誤差とそ
の補償法に関する理論的研究を行った. 光学系組立不
精度の影響下にある現実のスポット位置を, 目標位置
と 8 種の組立不精度の関数として定式化し, さらに,
その目標位置に対するヤコビアンを導出した. その
ようにして次のことがわかった.

- (1) 実際に設計, 製作された衣服の生地裁断用のミ
ラー揺動方式レーザ裁断機を例にとって, 全く補償
を行わない場合の有り得る最終レーザスポット位置
決め誤差を理論的に見積ると, 約 20 mm にも達する.
位置決め誤差は 1 mm 以下に収めることが必要である
から, ミラー揺動方式レーザ裁断機の実用化のため
に, 理論的裏付けのある有効な補償法が不可欠であ
る.

- (2) 補償方法として, 光学系組立時の結合調整法と,
組立完了後の逆運動学的一括補償法とが, 理論上可
能である. 前者は, 上述の定式化された現実のス
ポット位置の中の誤差を表す項が, 組立不精度が 2
個ずつ組になった 4 種の結合因子によって構成され
ているという事実に基く. 後者は, 上述のヤコビ
アンが単位行列に近い形をしており, 正則である
という事実に基く.

- (3) 結合調整法としては, 既に石井らによって実用
化されている ϕ 結合調整の外に, 理論的には, e 結
合調整と h, γ 結合調整が可能である. 特に h, γ 結合調
整は, もし適切な調整用部品が設計できて実用化さ
れれば, 補償効果が大きいとえられる.

- (4) 逆運動学的一括補償法は, 現実の最終レーザ
スポット位置を目標位置に一致させるために, ミラー
揺動角度を目標位置に対応する理論値から意図的に
ずらす, そのずらし量を理論的に決定するのに必要
な実験データは裁断機の試運転で取得する, という
ソフトウェア的方法である. この方法は,

- (a) 理論上, 動作範囲全域で位置決め誤差を零
にできる.

- (b) 8 種の組立不精度の悪影響を一括補償できる.

- (c) 特殊な部品などハードウェアを要しない.

という点で, 理論上, 結合調整法より効果が大き
く, かつ容易である.

- (5) 工業的には, 可能な範囲での結合調整法適用に
よりハードウェアとして一定の精度レベルを維持し
た後, 逆運動学的一括補償法適用により目標最終精
度を実現するという考え方が妥当と思われる.

文 献

- (1) 石井明, 岩佐辰弥, 安井公治, ミラー揺動方式レーザ裁断機の
開発研究 (第 1 報, 光学設計), 精密工学会誌, 60-6, (1994),
794-797
- (2) 石井明, 原正一郎, 三宅展明, ミラー揺動方式レーザ裁断機の
開発研究 (第 2 報, 精度と誤差補償), 精密工学会誌, 60-7,
(1994), 969-973
- (3) A. Ishii, H. Okubo and H. Sasai, Control of Rocking
Mirror Type Laser Cutting Machine, Proc. Japan USA
Symposium on Flexible Automation, ASME Book No.
10338 B, (1992), 1029-1034
- (4) A. Ishii, T. Iwasa and Y. Kawashima, Rocking Mirror
Type Laser Cutting Machine, Proc. Int. Conf. on
Advanced Mechatronics, (1989), 421-426
- (5) J. J. Craig, Introduction to Robotics: Mechanics and
Control, 2nd edition, (1989)
- (6) R. C. Smith and D. Nitzan, A Modular Programmable
Assembly Station, Proc. 13th ISIR, (1983), 5-68