非線形むだ時間システムの安定化法と動特性*

朝倉 俊行^{*1}, 平 泉 敦 嗣^{*2}
高 野 宣 也^{*3}, 国 慶 志^{*3}

Stabilizing Method for Nonlinear Time-Delay System and Its Dynamics

Tosiyuki ASAKURA, Atsushi HIRAZUMI,
Yosinari TAKANO and Qingzhi GUO

This paper concerns a stabilizing method for nonlinear time-delay systems. Generally, hunting frequently occurs in a system with a time-delay, and is difficult to prevent. The Smith compensator is well known as a method for stabilizing such systems. However, it is fairly difficult to apply this method in practice because of both the existence of nonlinearity and the difficulty of modelling for a real system. In particular, the identified error between controlled object and controller causes instability of the system. In this research, to prevent hunting, a new stabilization method is proposed. This method can prevent hunting, and reduce the steady-state error to zero by parameter adjustment. First, the stability analysis of nonlinear time-delay system is clarified using the circle theorem. Second, in order to analyze the robustness of the new compensator, its robust stability condition is derived for such control systems with a dead time and a saturated-type nonlinearity, and the stability margins under the identified errors of time lag are evaluated. Third, the new compensator is directly represented by a z transform, and its stabilization and dynamical characteristics are analyzed using the root locus method. From these studies, it is verified that the new stabilization method can be useful for general nonlinear time-delay control systems.

Key Words: Control Device, Deadtime, Hunting, Nonlinear System, Stabilization, Robust Stability, Root Locus

1. 緒 言

プロセス制御において動特性の改善を妨げる問題点の一つにむだ時間の存在がある。むだ時間を含むシステムは無限次元システムであるため一般にその解析は困難であり、特に非線形むだ時間システムで表現される系においては、むだ時間による動作遅れのための発振現象(ハンチング)が生じ、安定な特性を得ることが困難である。このような系の安定化法としてスミス補償法⁽¹⁾が知られているが、系が線形でかつ制御対象の厳密なシステム同定を必要とすることや、外乱に対して定常偏差が生じる等実用上多くの課題がある。

著者らは電空弁ポジションのようなむだ時間と非線形要素をもつシステムを対象として、スミス補償器とは別のより簡便で新しいむだ時間補償器を提案した⁽²⁾。本補償法はスミス補償器と異なり、補償回路の中に制御対象の伝達関数を含まず、かつ制御対象と補償回路におけるむだ時間の同定誤差に対して強いロバスト性をもつ。さらに定常偏差も零にできるという特

徴を持つ。著者らはまず電空弁ポジションの動的挙動(特に発振現象の様態)およびその信号伝達手段である空気圧管路モデルを定性的、定量的に明らかにした⁽³⁾。次に新しいむだ時間補償器に基づくデジタル補償器を設計し、長い空気圧管路を含む電空弁ポジションの安定化実験を行い、本手法の有効性を確認した⁽⁴⁾。

本研究では、新しいむだ時間補償器のはん化性および定性的な検討を行うため、制御対象が0形およびI形からなる一般的な非線形むだ時間システムを考察の対象とする。また提案するむだ時間補償器を含む系は無限個の極をもつことから連続系における極および根軌跡による解析は困難である。さらに本むだ時間補償器は補償器の中にむだ時間要素を含むため、一般にデジタル補償器を構成する必要がある。ここでは系を離散化し、システムの極位置および特性根の挙動から動的挙動およびロバスト安定解析を行い、非線形要素を含むむだ時間システムにおける本補償器の有効性を確認する。

2. 定位性プロセスの安定化

本研究で提案するむだ時間補償器の有効性およびはん用性を調べるため、一般的な非線形むだ時間システ

* 1995年8月22日 Dynamics and Design Conference'95において講演。原稿受付 1996年5月30日。

^{*1} 正員、福井大学工学部 (〒910 福井市文京3-9-1)。

^{*2} 古河電気工業(株)平塚事業所 (〒254 平塚市東八幡5-1-9)。

^{*3} 学生員、福井大学大学院。

Fig. 1 Block diagram of control system with new time-delay compensator

Fig. 2 Characteristics of nonlinear element

ムを構成し、周波数応答解析、ロバスト安定解析等からその有効性を考察する。

2.1 ブロック線図 図1に新しいむだ時間補償器を含む定位性プロセス(0形)のブロック線図を示す。ただしこの論文で示す記号は次のとおりである。

- K_q : 補償器の一次遅れのゲイン
- T_q : 補償器の一次遅れの時定数
- K_b : 補償器のフィードバックゲイン
- L_1 : 補償器の同定されたむだ時間
- M : 非線形要素の線形係数
- e : 非線形要素への入力振幅
- δ : 非線形要素の入力の飽和値
- K_m : 制御対象のゲイン
- T_m : 制御対象の時定数
- L : 制御対象のむだ時間
- d : 外乱要素
- R : 入力信号
- Y : 出力信号

新しいむだ時間補償器の伝達関数は図1より次式で表される。

$$D_1(s) = \frac{K_q}{1 + T_q s - K_q K_b e^{-L_1 s}} \quad (1)$$

本むだ時間補償器は二つの特徴をもつ。一つは補償器の中に一次遅れのフィルタを含むことである。もう一つはスミス補償器と異なり、補償器の中に制御対象の伝達関数を含まず、むだ時間 L_1 のみが制御対象のむだ時間 L に近い値をとることを必要とすることである。本補償器により制御対象が電空弁ポジションナのような飽和形非線形要素とむだ時間要素を含むシステムにおいて、安定に動作させ得ることを明らかにした。本研究では、新しいむだ時間補償器のはん化性および定性的な検討を行うため、制御対象の伝達関数 $G_{m1}(s)$ を次式のような0形とし解析を行う。

$$G_{m1}(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1} \quad (2)$$

2.2 円板定理による安定判別 式(1)のむだ時間補償器の有効性を確かめるため、ここでは、実用上比較的適用の容易な円板定理⁽⁶⁾を導入し、図1の安定判別を行う。非線形要素の入出力関係は次式のように表されるものとする。

$$m = N(e) \quad (3)$$

また図2のように非線形特性は第1象限と第3象限にあり、かつ $m = k_2 e$ と $m = k_1 e$ の2直線で挟まれた領域にあるとした場合、非線形フィードバック制御系が大域的漸近安定であるためには

$$\operatorname{Re} \left[\frac{D_1(j\omega) G_{m1}(j\omega)}{1 + k_1 D_1(j\omega) G_{m1}(j\omega)} + \frac{1}{k_2 - k_1} \right] \geq 0 \quad (4)$$

を満足すればよい。

非線形要素が飽和形の場合、

$$0 \leq \frac{N(e)}{e} \leq M \quad (5)$$

となるから、式(1)、および(2)を用いて、式(4)の大域的漸近安定条件は次のように得られる。

$$\left[K_q K_m \frac{a \sin(\omega L) - b \sin(\omega L)}{a^2 + b^2} \right] \geq -\frac{1}{M} \quad (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} a &= 1 - K_q K_b \cos(\omega L_1) \\ &\quad - T_m \{ T_q \omega + K_q K_b \sin(\omega L_1) \}, \\ b &= T_m \omega \{ 1 - K_q K_b \cos(\omega L_1) \} \\ &\quad + T_q \omega + K_q K_b \sin(\omega L_1) \end{aligned} \quad (7)$$

新しいむだ時間補償器を付与した場合の安定限界を式(6)から求める。ただし安定解析に用いたパラメータは次式のように与えた。

$$\begin{aligned} T_q &= 2.5, \quad K_b = 1.0 / K_q, \quad L = L_1 \\ K_m &= 2.0, \quad T_m = 0.1 \end{aligned} \quad (8)$$

結果を図3に示す。ここでPI制御 ($T_i = 1.0$) についても同様の手法で安定限界を調べた。図3からPI制御の場合と比較してむだ時間補償器を付与した場合

Fig. 3 Stability region

Fig. 4 Simulation

の安定領域は大きく拡大していることがわかる。また非線形要素の線形係数 M が大きくなるにつれて安定領域が縮小する傾向にある。図 4 にむだ時間を $L=L_1=1.0$ s とした場合の動特性の一例を示す。実線がむだ時間補償器を付与した場合、点線が PI 制御器 (ゲイン $K_p=1.0$, 積分時間 $T_i=1.0$) の場合である。 $L=1.0$ s は空気圧管路では約 200 m (内径 6.0×10^{-3} m, 入力圧 0.1 MPa) に相当し、実用上この値以上のむだ時間を考えにくく、むだ時間補償という観点から十分であると考えた。図 4 から PI 制御の場合、系は周期 2.4 s の発振現象を生じ安定な制御特性を得られないが、補償器を付与した場合、定常偏差のない安定な制御特性が得られる⁽⁴⁾。

2.3 周波数特性 提案した補償器の有効性を周波数特性を調べるにより明らかにする。ここで制御対象を式 (2) とし、用いるパラメータを以下のように設定した。

$$\begin{aligned} K_p &= 1.0, \quad T_i = 1.0, \\ K_q &= 1.0, \quad T_q = 2.5, \quad K_b = 1.0, \quad L = L_1 = 1.0 \text{ s}, \\ K_m &= 2.0, \quad T_m = 0.1, \quad M = 1.0 \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

図 1 の制御系における一巡伝達関数の周波数特性を図 5, 6 に示す。実線が新しいむだ時間補償器を用いた場合、破線が PI 制御器を用いた場合の周波数特性である。図 5 より、新しいむだ時間補償器を付与した場合、低周波領域においてゲインの傾きが -20 db/dc

Fig. 5 Gain diagram

Fig. 6 Phase diagram

と大きく、周波数が 0 rad/s 付近ではゲインを大きくとれるため、目標追従特性、外乱除去特性、低感度化を図り、かつ定常偏差を零にすることができる。さらに高周波領域ではゲインを低く抑えて安定性を確保し、非振動の条件を満足しようとしていることがわかる。特にむだ時間系において L が大きい場合、低周波領域でも位相の遅れが大きくなるために、開ループの伝達関数のゲインを低周波領域のうちから 1 以下 (0 db) に抑えておく必要があり、図 5 から本補償器を用いた場合の一巡伝達関数のゲイン特性は $\omega \geq 0.6$ で 0 db 以下 (1 以下) となっており、これを満足している。また図 6 から PI 制御と比較して位相遅れが認められるが、制御仕様が要求する周波数帯域ではこれ以上の遅れはないものと考えられ、制御系の設計に際し図 5 とあわせて十分なゲイン余裕をとることができる。新しいむだ時間補償器を用いた場合、ゲイン余裕が 8.33 db, 位相余裕が 58.13 deg. となり、プロセス制御の設計仕様を満足することができる。

3. 無定位性プロセスの安定化

提案したむだ時間補償器が定位性プロセスにおいて有効であることは理論的、実験的に確認している⁽⁴⁾⁽¹¹⁾。しかし無定位相プロセスに対し、本むだ時間補償器の有効性は論じられていない。ここでは無定位性プロセスに対して、本むだ時間補償器の有効性を検

Fig. 7 Block diagram with improved time-delay compensator

証する。式(1)で表現されるむだ時間補償器を無定位性プロセスに付与した場合、その安定領域はP制御のみの場合と比較して縮小傾向にあり、定位性プロセスで有効であった式(1)のむだ時間補償器のパラメータ変更を行い、無定位性プロセスに対しても、有効であることを示す。

3・1 パラメータ変更によるむだ時間補償器の改良

図7に改良したむだ時間補償器を付与した飽和形非線形むだ時間システムのブロック線図を示す。ここで制御対象の伝達関数 $G_{m2}(s)$ を次式で表現する。

$$G_{m2}(s) = \frac{K_m}{s(T_ms + 1)} \tag{10}$$

式(1)で示される従来のむだ時間補償器は、正の局所フィードバックループによって構成されているが、ここでは負の局所フィードバックループによって補償器を構成する。ただし補償器の構成要素は従来の補償器と変わらないため、フィードバックゲイン K_b を負に設定すれば基本的な変更をすることなく補償器を改良できる。次式に改良したむだ時間補償器の伝達関数を示す。

$$D_2(s) = \frac{K_q}{1 + T_qs + K_q K_b' e^{-L_1 s}} \tag{11}$$

(ただし $K_b' = -K_b$)

パラメータの変更により改良したむだ時間補償器の有効性を調べるため、ベクトル軌跡による安定解析を行う。解析結果の一例を図8に示す。ただし制御対象のパラメータを次式とする。

$$K_m = 2.0, \quad T_m = 0.1, \quad M = 1.0, \quad L = L_1 = 1.0 \text{ s} \tag{12}$$

実線が改良したむだ時間補償器を含む系、点線が従来のむだ時間補償器を含む系のベクトル軌跡である。図8より従来の補償器によるベクトル軌跡は飽和形非線形要素の振幅軌跡 $-1/N(z)$ と安定な交点を持ち、この点でリミットサイクルを生じていることがわか

Fig. 8 Stability analysis based on Nyquist method

Fig. 9 Stability region

Fig. 10 Simulation

る。一方、改良した補償器のベクトル軌跡は振幅軌跡と交点をもたず漸近安定となっている。このことから改良したむだ時間補償器により発振現象を回避することができると考えられる。また比例制御との安定領域を比較しその有効性を図9に示す。またシミュレーションによる動特性の一例を図10に示す。

3・2 動特性実験 式(11)のむだ時間補償器の付与により動特性の改善が図られているかどうかを検証するため、無定位系における過渡特性のシミュレーションを行った。ただしシミュレーションに用いるパラメータを以下のように設定した。

$$\begin{aligned} K_p &= 1.0, \\ K_q &= 1.0, \quad T_q = 8.0, \quad K_b' = 5.0, \quad L = L_1 = 1.0 \text{ s}, \\ K_m &= 2.0, \quad T_m = 0.1, \quad M = 1.0 \end{aligned} \tag{13}$$

実験結果の一例を図10に示す。実線が改良したむ

Fig. 11 Gain diagram

Fig. 12 Phase diagram

Fig. 13 Block diagram of discrete system

Fig. 14 Root locus with P controller

Fig. 15 Root locus with new compensator

だ時間補償器を付与した場合、点線が P 制御の結果である。 P 制御の場合、発振現象を生じ、安定な制御特性を得られていない。しかしむだ時間補償器を付与した場合出力値は約 7.8 s で定常状態に達し、定常偏差のない良好な制御特性を得ることができた。

3.3 周波数応答特性 定位系の場合と同様に、無定位系における一巡伝達関数の周波数応答を調べた結果を図 11, 12 に示す。ここで用いるパラメータは式(13)のように設定した。

図 11, 12 より補償器が高周波数領域でゲインを低く抑えているためにロバスト安定性に対して有利であると言える。

4. 根軌跡による動特性解析

制御系の過渡応答特性は、閉ループ伝達関数の極の配置と目標出力の形により定まる。閉ループ伝達関数の極が与えられていれば、制御出力の各モードの大きさが決まり、応答の評価が可能になる。しかし、新しいむだ時間補償器を含む系は次式のように状態にむだ時間を含むことから一般に無限個の極をもつ。

$$\begin{aligned} x(t) &= Ax(t) + Bx(t-L_1) + Cx(t-L) \\ &\quad + Dr(t-L) \\ y(t) &= Ex(t) \end{aligned}$$

$$A, B, C \in R^{2 \times 2}, \quad D \in R^{2 \times 1}, \quad E \in R^{1 \times 2} \quad \dots (14)$$

よって連続系においては Pade の近似手法等を適用せ

ずに極および根軌跡による動特性解析を行うことは困難である。本章ではむだ時間補償器の定性的な検討を行うため、系を離散化し z 平面による極およびその特性根の位置から補償器のはん化性を調べる。さらに上述の結果を基に根軌跡による定性的検討を行い、むだ時間補償器を含む制御系の動的挙動を考察する。

4.1 定位系の根軌跡 図 13 に離散系のブロック線図を示す。図 13 においてディジタル補償器のパルス伝達数を $D(z)$ とする。制御対象を 0 形とすると、制御対象のパルス伝達関数は 0 次ホルダおよび式(2)の伝達関数より式(15)のようになる。

$$G_m(z)z^{-n} \triangleq G_m'(z) = K_m \frac{1-p}{z-p} z^{-n} \dots \dots \dots (15)$$

Fig. 16 Robust stability analysis by root locus ($\Delta L = -0.3$)

Fig. 17 Robustness of response ($\Delta L = -0.3$)

ただし $p=e^{-h/T_m}$, $L=n \cdot h$, h はサンプリング周期である。
離散時間特性方程式を DKA 法⁽⁶⁾ を用いて数値計算することにより図 13 の系における動的挙動を根軌跡により解析する。ここで制御対象のパラメータを次式とし、むだ時間を $L=L_1=0.5$ s とする。

$$\begin{aligned} T_q &= 1.5, \quad K_b = 1.0/K_q, \quad K_m = 2.0, \\ T_m &= 0.1, \quad M = 1.0 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

図 14 に P 制御における根軌跡, 図 15 にむだ時間補償器を考慮した場合の根軌跡を示す。ここで○印が零点, ×印が極である。 z 平面における安定化条件は, パルス伝達関数の極および根が単位円内に存在することと同値である。

図 14 より, P 制御の場合, 制御器のゲインが $K_p \geq 0.7$ と多少増加するだけで根は単位円外に発散し, 不安定システムとなる。しかし図 15 より新しいむだ時間補償器を付与した場合, 安定限界に達する補償器のゲイン幅が $K_q \leq 2.7$ と P 制御に比べて大きくすることができる。

次に補償器におけるむだ時間の同定は一般に困難であり, そのパラメータは変化しやすい。このためむだ時間システムでは, むだ時間の同定誤差に対するロバスト性が要求される。そこでむだ時間の同定誤差が生

Fig. 18 Root locus with P controller

Fig. 19 Root locus with new compensator

じた場合の根軌跡と過渡応答を調べる。むだ時間を $L=0.5$ s とし, 補償器のむだ時間を $L_1=0.8$ s とした場合の根軌跡を図 16 に, 過渡応答を図 17 に示す。

図 16 より, むだ時間の同定誤差 ($\Delta L = -0.3$) が生じた場合においてもゲインの調整範囲を広く設計することができ, 系を安定化することができる。またゲインが大きくなるにつれて単位円の外に根が移動するだけでなく実軸もしくは原点に向かって移動する根が存在し, ゲインが大きいつきに對しても系を安定化させる要因の一つとなっていると推察できる。図 17 からむだ時間の同定誤差が生じて, 良好な応答が得られていることがわかる。

4・2 無定位系の根軌跡

4・1 節と同様にして無定位系の根軌跡を調べる。図 13 における制御対象のパルス伝達関数は零次ホルダおよび式 (10) の伝達関数より次式となる。

$$\begin{aligned} G_m(z)z^{-n} &\triangleq G_{m2}'(z) \\ &= K_m \frac{(h - T_m + T_m p)z + T_m - T_m p - ph}{(z-1)(z-p)} z^{-n} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし $p=e^{-h/T_m}$, $L=n \cdot h$ である。
定位系の場合と同様の手法で, 無定位系の場合の動的挙動を根軌跡により解析する。ここで制御対象のパラ

Fig. 20 Structure of experimental equipment

Fig. 21 Experimental result

メータを次式とし、むだ時間を $L=L_1=0.6$ s とする。

$$T_q=8.0, \quad K_b'=5.0, \quad K_m=2.0,$$

$$T_m=0.1, \quad M=1.0 \quad \cdots \cdots (18)$$

図 18 に P 制御における根軌跡、図 19 にむだ時間補償器を考慮した場合の根軌跡を示す。応答に最も影響を与える代表根、(1, 0) 近傍の根の動きを見ると、図 19 の補償器を使用したほうが、代表根の軌跡が広がり、根が単位円外に出るときのゲインも $K_q=5.0$ となり、図 18 の場合の $K_p=1.32$ に比べて、ゲインの安定範囲を広げている。このため P 制御よりゲインの選択の幅を広げて設計できる。

5. 空気圧ロボットへの適用

無定位系に対し、式 (11) で表される改良した補償器の有効性を確かめるため、空気圧モータを用いた 1 リンク空気圧ロボットを用いて実験を行った。図 20 に空気圧ロボットの実験装置概略図を示す⁽⁷⁾。

ここで空気圧管路は一次遅れ伝達関数 $G_L(s)$ とむだ時間 e^{-Ls} で表され、空気圧ロボット $G_m(s)$ は I 形の系で表現される⁽⁸⁾。この場合、防爆性の観点から空気圧駆動部と電空変換部を長い空気圧管路で結ぶものとする。このような空気圧ロボットは無定位系プロセスであり、空気圧管路が長くなると、信号遅れ(むだ時間)により発振現象が生じ安定な動作が行えない。そこで本補償器を適用し、安定な制御動作を行わせる。ここでは空気圧管路の長さは 40 m とした。この場合、むだ時間は実験により $L=0.12$ s となる⁽⁴⁾。したがって、式 (11) で表される補償器のパラメータは次のように決定した。

$$K_p=0.2, \quad T_i=10.0,$$

$$K_q=1.2, \quad T_q=20.0, \quad K_b'=2.5,$$

$$K_v=9.72, \quad L_1=0.12 \quad \cdots \cdots (19)$$

図 20 の空気圧ロボットによる実験結果の一例を図 21 に示す。マニピュレータの目標角度は 20 deg. およ

び 30 deg. に設定した。実線が補償器を用いた場合、点線が目標角度 20 deg. とした場合の PI 制御器による過渡応答特性の一例である。

図 21 に示すように PI 制御器を用いた場合立上がりが遅く、オーバーシュートが大きいため制動時間が長くなる。またゲインを上げた場合発振現象が生じ、安定な制御特性が得られない。これに対して本補償器を用いた場合、過渡特性に関し良好な応答が得られている。以上の結果より、本補償器は無定位系の実システムへの安定化に対しても有効であることを示した。

6. 結 言

本研究は非線形むだ時間システムに対して生ずる発振現象を防止するための安定化法として、新しいむだ時間補償法を提案し、その有効性をシミュレーションと実験により確認したもので、次の結果が得られた。

(1) 本研究で提案したむだ時間補償器のはん化性を調べるため、0 形で表される一般的な非線形むだ時間システムを構成し、むだ時間の同定誤差が生じた場合の許容誤差範囲を示した。

(2) 制御対象が I 形とむだ時間で表現できる系においても補償器のパラメータを調整することで、定常偏差のない良好な応答特性が得られることを確認した。

(3) システムの定性的な検討を行うため、系を離散化し、 z 平面による極および特性根の配置からむだ時間補償器を付与した系の安定限界ゲインと動的挙動を調べた。

(4) 本補償器を I 形とむだ時間で表される空気圧ロボットに適用し、実験により本法の有効性を確認した。

以上の解析結果から、非線形むだ時間システムとして表される制御系の安定化に関し、実用性のある有効な安定化手法を示した。

文 献

- (1) Smith, O. J. M., A Controller to Overcome Dead time, *ISA J.*, **6**-2(1959), 28-33.
- (2) 朝倉俊行・ほか2名, 電空弁ポジションにおける発振現象の防止とロバスト安定性, *機論*, **57**-541, C (1991), 82-88.
- (3) 朝倉俊行・ほか3名, 非線形性を考慮した電空弁ポジションの発振現象の解析, 電子情報通信学会研究報告, NLP89-82, 84-460, (1990), 1-9.
- (4) 徐彬・朝倉俊行・ほか3名, 防爆式電空弁ポジションの安定化と実験的検討, *機論*, **60**-578, C (1994), 111-119.
- (5) 計測自動学会編, 自動制御ハンドブック基礎編, (1983), 283-284, オーム社.
- (6) 石田義久, デジタル制御のポイント, (1990), 86-93, 産業図書.
- (7) 朝倉俊行・ほか4名, 防爆式空気圧ロボットの動特性解析, 北信越支部第31期総会講演会論文集, 947-01(1994), 102-104.
- (8) 香川利治・ほか3名, 空気圧管路の動特性を表示する低次元モデルに関する研究, 計測自動制御学会論文集, **21**-9 (1985), 67-72.
- (9) 長谷川健介, 基礎制御理論II, (1987), 131-133, 昭晃堂.
- (10) Palmor, Z., Stability properties of Smith dead-time compensator controllers, *Int. J. Control*, **32**-6 (1980) 937-945.
- (11) 徐彬・朝倉俊行・ほか2名, 飽和型非線形特性をもつむだ時間システムディジタル制御とロバスト安定性, *機論*, **59**-564, C (1993), 237-243.