部分構造合成法のための実験同定モード形の修正*

森 田 茂^{*1}, 熊 野 昌 平^{*2}Amendment of Identified Mode Shape
for Component Mode Synthesis

Shigeru MORITA and Shouhei KUMANO

In order to minimize the estimation error of the component mode synthesis, a method to amend the identified mode shape error is investigated. The method uses, ① natural frequencies and mode shapes of the assembled structure, ② an FEM model of parts which going to be modified. The results show that (1) lower mode seems to be more sensitive to the adjacent error of mode shapes, (2) the error is sufficiently corrected by this method, (3) simultaneously the joint forces are calculated.

Key Words: Component Mode Synthesis, Mode Shape, Error Amendment, Experimental Modal Analysis, Finite Element Method

1. 緒 言

自動車等の複雑な構造物の開発では、数回の試作が行なわれる。この過程で構造変更を行なうとき、振動の予測や解析を効率良く行なうために、実験とFEM(有限要素法)を併用した各種の部分構造合成法が開発され¹⁾、利用されている²⁾。この部分構造合成法の問題として、予測精度不足があり、その原因として次のような点が挙げられている。

- (1) 結合部剛性が不明
- (2) 剰余質量(剛体モード)の計測が困難
- (3) 剰余剛性の影響が不明
- (4) 回転自由度計測が困難
- (5) FEMの誤差
- (6) 実験誤差

この内、予測工数を数分の一に削減しながら、(1)～(4)を解決する方法として、筆者等はE-BBAと称する部分構造合成法の開発を行なった³⁾。

(5)のFEMに起因する誤差については、修正のための汎用のソフトも販売されている⁴⁾。しかし、(6)の実験誤差の修正に関する研究報告は見つからなかった。

そこで、経験的に重要と考える実験誤差、特にモード形の修正を研究した。実験誤差の内モード型に着目した理由は、次の経験等にある。

- (a) 実験-FEM混合部分構造合成法の場合には、変更後の予測固有振動数が実際より大きくなり易い。
- (b) FEMは近接自由度間の剛性の情報を有するため、モード形に近接誤差を生じにくい。加振実験では剛性情報を直接的には持っていないために近接誤差を生じやすいと考えられる。

本研究の目的は、工数を増加させることなく、部分構造合成法の予測精度向上を図ることにある。

2. E-BBAの理論とその特徴³⁾

E-BBAの狙いは、最小の工数で予測精度を向上さ

Fig.1 Concept of E-BBA

* 1995年3月29日 第72期通常総会講演会において講演、原稿受付 1996年3月25日。

^{*1} 正員、マツダ(株)(〒730-91 広島県安芸郡府中町新地3-1)。

^{*2} マツダ(株)。

せるところにあり、特徴は構造物全系を変更部と非変更部に二分する所にある。その方法をFig. 1で説明する。

まず、全系の加振実験①を行い、全系固有角振動数 ω_r と構造変更部のモード形 ϕ を計測する。次に、構造変更部のFEMモデルを作成し、変更部の特性を求める。全系特性からこの変更部特性を引けば、②の非変更部特性を計算することが可能である。次に、構造変更後のFEMモデルを作成し、この特性を非変更部特性に加えれば、③で示した構造変更後の全系の特性が求まる。

構造変更前の全系の加振実験で得られた、固有振動数を ω_r 、モード質量で正規化した構造変更部と評価点のモード形を ϕ 、FEMで得られた構造変更前後の剛性差と質量差を ΔK 、 ΔM 、外力を F 、角振動数を ω 、構造変更後のモード変位を γ' 、単位行列を「I」とし、変更後の運動方程式を、変更前のモード座標で表示すると、式(1)となる。

$$[[[\omega_r]^2 - [\phi]^T[\Delta K][\phi]] - \omega^2[I] - [\phi]^T[\Delta M][\phi]]\{\gamma'\} = [\phi]^T[F] \quad (1)$$

なお、減衰は比例粘性を仮定し、表示を省略している。

本計算において、非変更部の ΔK 、 ΔM は零になるので、結合部剛性を変更しない場合には、結合部は非変更部となり、結合部剛性の問題を回避できる。また、非変更部の ϕ は式(1)の計算に関与しなくなるので、計測は変更部のみで良い。剰余質量と剰余剛性の影響については、質量と剛性はその差をとるので剰余項の影響を最小限にすることができる。回転自由度の問題に関しては、回転自由度の計測を行なう代わりに、Guyanの静縮小を用いてFEMの回転自由度を並進自由度に縮小して、実験とFEMの自由度の整合を図り、予測精度向上と工数削減を行なっているところに特徴がある。

変更後のモード特性を求めるには、式(1)を再度固有値解析すれば良い。

以上で述べてきたように、本方法では全系加振実験が1回で良く、モード形計測と、FEMモデル作成は構造変更部のみで良い。したがって、必要最小限の工数で予測が可能となる。また、結合部剛性、剰余質量、剰余剛

Fig. 2 Analysis Model

性、回転自由度等の点より、予測精度で有利になる。

3. 同定モード形の修正方法

その手順をFig. 2で説明する。変更部を加振していない場合、不拘束状態の変更部単体に、角振動数 ω_r で f_j の外力が働いて ϕ の変形をしているとみなすことができる。したがって、不拘束状態の構造変更部単体の周波数応答関数を H_{ij} とすれば、次式が成立する。

$$[H_{ij}]\{f_j\} = \{\phi_i\} \quad (2)$$

ここで、 H_{ij} は構造変更部のFEMモデルより作成する。 ϕ_i は全系の加振実験で求められる。

通常は、 ϕ_i の数は f_j の数（すなわち結合点の数）より多く取られるから、式(2)に最小自乗法を適用して未知の内力 f_j を計算をすることが出来る。この計算は、採用している固有角振動数 ω_r についてのみ繰り返せば良い。

次に、 f_j を式(2)に代入して、 ϕ_i を再度計算し、これを修正モード形とする。

なお、変更部を加振している場合は、加振点も結合点とみなし、 f_j を計算すればよい。

E-BBAでは、構造変更前の変更部のFEMモデルを持っているので、本計算に新たなデータは不要である。すなわち、必要最小限の工数で精度向上が可能である。

また、構造変更部の剛性の情報を利用して、次式により r 番目のモードについて、構造変更部の歪みエネルギー E_{K_r} を計算可能である。

$$E_{K_r} = \{\phi_{ir}\}^T [K_{ij}] \{\phi_{ir}\} / 2 \quad (3)$$

ϕ は質量で正規化されているから、 r 番目のモードの全系の歪みエネルギーは、 ω_r^2 である。したがって、変更部の全系に対する歪みエネルギー寄与率を ε_{K_r} とすれば、次式で計算可能である。

Marks and Numbers

	Mass	Spring
Modified (Measured)	●	=
Unmodified (Unkown)	○	=
Model A	1kg each	1 N/m each
Model B	↑	$K_3, K_4 = 0.5$ Another=1

Fig. 3 An example of a structural model

$$\varepsilon_{kr} = E_{kr} / \omega_r^2 \quad (4)$$

運動エネルギーについても同様に求めることが可能である。

しかし、モード形を未修正のまま歪みエネルギー寄与率を計算すると、その値は100%を越えることが多々あり、従来は実用になっていなかった。

4. 検証例

4.1 検証項目 ①モード形、②歪みエネルギーおよびその分担率、③結合点内力の項目について提案の方法の適用効果を検証する。

4.2 検証モデル Fig. 3に示すばね-質量モデル(引っぱり圧縮方向1次元)で検証する。

Fig. 4に、モデルAの全系のモード形を示す。4次モードは結合部に歪みエネルギーが集中しているモードで、いわば結合部剛性が問題となるモードである。

4.3 設定誤差 上記Fig. 4のモード形に、乱数表と正規分布表を用いて、正規分布する誤差を与えた。

Table 1 Assumed error

Error Class	Magnitude (σ / ϕ_{max})	Mode Shape
L	1/1	•Bad. •Retest should be recommended
M	1/3	•Moderate
S	1/10	•Good

σ : Standard Deviation
 ϕ_{max} : Maximum Deflection of mode Shape

Fig.4 Mode shapes (model-A)

その大きさは、Table 1のように、大(L)、中(M)、小(S)と経験的に3種類設定した。通常の加振実験では、誤差中程度の精度が得られるものと考えている。

4.4 モード形修正結果 Fig. 5に、注目モード形の修正効果を示す。誤差大(L)の場合には、修正前はモード形を想像できないほどの誤差があったが、格段に平滑化されている。誤差中(M)の場合には、正解値にかなり近くなっている。4次モードは結合部の影響で折れ曲がっているが、修正値も折れ曲がっていることが注目される。この場合、結合部剛性等の数値は未知のままである。なお、誤差小(S)の場合には、修正後のモード形は本図の表示では、修正値は正解値の線上にあるので、表示を省略した。

4.5 歪みエネルギー寄与率修正結果 式(4)を用いて、変更部の歪みエネルギー寄与率修正を行なった結果をFig. 6に示す。誤差大の場合には、寄与率が正解の数倍から数十倍にも達し、誤差中の場合でも数倍に達し、この場合寄与率は100%を越えるから、明らかに不適切であることが分かる。しかし、これらの誤差は提案の修正により数分の一以下に修正される。

運動エネルギーについては、修正前でも大きな誤差はなく、修正によって悪化することなかったので、図示は省略する。

Fig.5 An effect of the amendment on mode shapes (model-A)

今回の例では、①寄与率計算は正解値より大きくなり、②各モードに同一の誤差を与えると、低次モードほど誤差が大きくなった。前者①の結果は、固有振動数変化の予測値が、正解値より大きくなる場合があることを示している。後者②の結果は、実験とFEMを混用した部分構造合成法は、低次モードほど予測誤差が出易い場合があることを示している。これらのことは、最初に述べた経験と一致している。

しかるに、自動車の振動騒音問題は周波数に関係なく、そのほとんどが特定部分の1, 2次モードで発生しており、解決も低次モードが対象となっている^{5)~10)}。この点を考慮すると、従来の部分構造合成法は実用上重要な低次モードに対して、誤差が発生し易いという弱点を有する場合があることが予想される。

4.6 結合点内力予測結果 モード形近接誤差の修正の過程で求める結合点内力の予測結果を、Fig. 7に示す。誤差がM, L以下の場合には、正解値に近く、実用的な値が得られていると考える。

なお、通常の部分構造合成法においても、結合部周辺のFEMモデルを作成すれば、結合部周辺のモード形修正が可能となる。また、入力点に適用すれば構造物全系

に働く外力がより精度良く推定可能となる。

4.7 不均一剛性構造物での検証 Fig. 3に示したモデルBについて提案の手法を適用し、歪みエネルギー分

Fig. 7 Estimated joint force (model-A)

Fig. 6 An effect of the amendment on strain energy (model-A)

Fig. 8 An effect of the amendment on strain energy (model-B)

Table 2 Estimation of natural frequencies and effects of amendment

Hz [Increment %] (%)

Mode #			1st		2nd		4th	
Correct	Premodification		.242 [0]		.375 [0]		.717 [0]	
	Postmodification		.358 [48] (0)		.549 [46] (0)		.896 [25] (0)	
Amendment			Unamended	Amended	Unamended	Amended	Unamended	Amended
Estimated	Error Class	L	2.76 (670)	.397(11)	1.73(215)	.495(-10)	1.30(45)	.817(-8.8)
		M	.750(110)	.370 (3.4)	.806(47)	.525(-4.4)	1.02(14)	.868(-3.1)
		S	.397 (11)	.361 (0.8)	.574(4.6)	.544(-0.9)	.911(1.7)	.889(-0.8)

Fig. 9 Power plant with stiffner

Fig. 10 FEM model of the stiffner

布を計算すると、Fig. 8に示した結果を得た。その結果、均一剛性のモデルに適用した場合以上の精度まで修正されていた。結合部内力の推定結果も同様であり、不均一剛性の構造物にも適用可能であることが確認できた。

4.8 固有振動数予測精度への効果 この効果を、構造変更後の固有振動数の予測精度で検証する。例として、本検証モデルAの構造変更部の剛性を一律2倍にする（質量は増加しないものとする）。その結果をTable 2に示すが、変更後の固有振動数が約50%に達する大きな変更である。誤差中では修正前で110%の誤差が修正後で±5%、誤差小では同じく±1%以内に納まる。これらの結果は、通常の精度のモード形をそのまま用いると、大きな予測誤差になるが、提案の修正により、十分に実用的な予測精度が得られることを示している。

5. 適用例

パワープラント曲げ共振の問題解決のために開発されたスティフナーについて、その軽量化の指標を得るために歪みエネルギーを計算した例を示す。

Fig. 9はスティフナーの取り付け状態を示すが、本例は、結合部剛性が問題となりやすい部品である。本例で作成したFEMモデルを、Fig. 10に示す。殻要素（6自由度）を使用しているので、Guyanの静縮小を用いて³⁾並進の3自由度とし、計測自由度と整合を図っている。計算結果をFig. 11に示すが、歪みエネルギーで重要な部分は、A、B、C部であることが分かる。

本例では、スティフナーを外して固有振動数を計測することが容易に可能である。分析精度の推測のために、この実験結果とFig. 11他のデータよりスティフナーを外した時の固有振動数を予測した結果を比較すると、Table 3に示すようになった。最も重要な1次モードで誤差は1%となっており、通常の開発では十分な精度が得られたので、Fig. 11の分布も十分な精度を有してい

Table 3 Validation of the natural frequency estimation when the stiffner is removed

	stiffner	Natural frequency Hz (%)		
		1st	2nd	3rd
Test data	with	239(100)	265(100)	286(100)
	without	197(82)	247(93)	288(101)
Estimation		199(83)	240(91)	281(98)

Fig.11 Contribution of the strain energy and the big three

と考えている。2次モードでは2%，3次で3％となり，本手法は低次モードほど精度が良くなることが，再確認できた。

6. 結 論

構造物の変更を行なったとき，振動騒音への影響を必要最小限の工数で精度良く予測する方法として，E-B B Aと称している実験とFEMを併用した部分構造合成法の研究を行なってきた。その一環として，さらに精度向上を図るためにモード形の実験同定誤差の修正を研究し，以下の知見を得た。

- ①通常の加振実験で得られたモード形では，近接誤差によって，固有振動数の変化が低次モード程大きく予測される場合がある。
- ②提案の方法でモード形を修正することにより，従来は解析困難であった次のものを実用的な精度で予測あるいは解析可能である。
 - ・構造変更後の固有振動数
 - ・結合点内力
 - ・全系に対する構造変更部の歪みエネルギー寄与率
- ③E-B B Aでは，本修正のために新たなデータは不要である。
- ④適用例として，パワープラント用スティフナーの歪みエネルギー分布を求め，妥当な結果を得た。

参考文献

- 1) 長松，モード解析，培風館
- 2) 日本機械学会編，モード解析の基礎と応用，丸善
- 3) 森田他，機論C，57巻543号，P.120
- 4) SDRC編，高度解析テクノロジーによる振動音響問題へのアプローチ，SDRCカタログ，1995
- 5) 久保他，マツダ技報，No.1，P.136
- 6) 東他，マツダ技報，No.5，P.92
- 7) 出口他，マツダ技報，No.5，P.58
- 8) 森田他，自技誌，Vol.40，No.12，P.1575
- 9) 中野他，自技誌，Vol.46，No.6，P.63
- 10) 田中他，自技論，No.42，P.79