最大の動剛性を有する静圧エアスピンドルの設計*

小 野 京 右^{*1}, 山 本 浩^{*2}
崔 長 植^{*1}, 都 築 正 浩^{*3}Design of a Hydrostatic Air Bearing Spindle
with Highest Possible Dynamic StiffnessKiyosuke ONO, Hiroshi YAMAMOTO,
Changzhi CUI and Masahiro TSUZUKI

In this study, we propose a new design method for maximizing the dynamic stiffness of a hydrostatic air bearing spindle. In order to decrease the rms value of dynamic displacement of the spindle against external disturbance forces, we design a hydrostatic air bearing spindle using the following procedure. First, we determine the basic dimension and supply pressure. Next, we determine the radius of radial bearing so as to minimize the static displacement at the point where the external force is imposed. Then, the non-dimensional static stiffness is determined so as to minimize the rms value of the response when the dynamic external force is applied. Finally, we determine the inside groove configuration which provides the static stiffness and the maximum damping ratio at the spindle natural frequency.

Key Words: Lubrication, Hydrostatic Bearing, Damping, Dynamic Stiffness, Air Bearing, rms Value, Optimum Design

1. ま え が き

静圧気体軸受は超精密加工技術を支える重要な非接触位置決め機構である。そのため、従来より剛性向上の見地から、表面絞り軸受⁽¹⁾、スロット絞り軸受⁽²⁾、多孔質軸受⁽³⁾等の軸受形式が提案されている。そして著者らの一人も、外周溝付き給気孔絞り形軸受構造⁽⁴⁾⁽⁵⁾を適用した、高剛性静圧エアスピンドル⁽⁶⁾を実現している。しかし加工機用エアスピンドルのように、外乱力が作用するロータの動的応答変位を低減するためには、静剛性(周波数零のときの剛性)ばかりでなく、スピンドル系の共振点近傍の減衰の向上が重要となる。

しかし、一般に静圧エアスピンドルにおいては、静剛性と、周波数依存性を有する減衰の最大値とは相反関係にある。そこでまず著者らは、軸受面を複数本の細溝で分割し、減衰が最大となる周波数を共振点に近づけることにより、静剛性を低下させることなく共振点近傍の減衰比を向上し得る格子形溝軸受面構造⁽⁷⁾⁽⁸⁾

を提案した。そして、無次元静剛性0.4を維持しながら、共振点における減衰比を0.1前後に高め得ることを示した⁽⁹⁾。

加工力などの特定の周波数特性をもつ不規則外乱力が作用するときの、外乱力作用点の応答変位を最小にするには、応答変位の rms 値が最小になるように、静剛性と、減衰の最大値との組合せを選択すべきである。しかし前報⁽⁹⁾においては、静剛性を一定とした場合の設計にとどまっており、外乱力に対する応答変位を最小化しているとはいえない。

応答変位を最小とするには、気体膜剛性と減衰の周波数特性を考慮して計算したスピンドルの周波数応答関数を用いて、応答変位の rms 値を求めることにより、それが最小となる軸受寸法諸元を選択すればよい。しかしこの場合、それぞれの軸受寸法諸元について、広い周波数領域で気体膜特性を計算する必要がある。膨大な計算時間を要するという問題がある。

そこで本論文では、外乱力が作用する静圧エアスピンドルの、応答変位の rms 値を最小にするという意味で、最大の動剛性を有する静圧エアスピンドルの設計手法を明らかにすることを目的とする。提案する手法においては、静剛性と減衰の最大値の組合せを、簡易計算により決定することなどにより、計算時間の短縮

* 原稿受付 1996年2月26日。

^{*1} 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。^{*2} 正員、埼玉大学工学部 (〒338 浦和市下大久保255)。^{*3} 日本ガイシ(株) (〒467 名古屋市中瑞穂区須田町2-56)。

を図り、厳密計算結果と比較してその有効性を検証する。本報で提案する設計法の既略は以下のとおりである。

- (1) 外乱力作用点の静的変位が最小となるスピンドル軸受寸法を決定する(2・2節)。
- (2) 外乱力の周波数特性が与えられた場合に、外乱力作用点の応答変位の rms 値を最小にし得る、静剛性と減衰の最大値の組合せを決定する(2・3節)。
- (3) 減衰が最大となる振動数が、固有振動数近傍となるように、格子形溝軸受面の詳細設計を行う(2・4節)。

本論文では具体的な外乱力として、共振振動数の調和励振力と、一様な広帯域スペクトル分布を有する励振力を例にとり設計法を論じる。

2. 静圧エアスピンドルの設計

2・1 基本軸受寸法諸元の決定 図1に設計の対象とする静圧エアスピンドルの概略図を示す。ロータ断面形状がH形の、短軸大径の汎用エアスピンドルであり、格子形溝を有するラジアル軸受面1面およびスラスト軸受面2面により構成される。基本軸受寸法諸元の決定にあたり、まずはじめに外形寸法と給気圧力を決定する。本設計例では市販品との比較を容易に行うため、外径と長さは代表的なC社の多孔質絞り形静圧エアスピンドル AB-100 R と同寸とする。また給気圧力を $p_{sg}=0.49$ MPa とする。

外形寸法が決まると、一部の軸受面寸法も以下のように決まる。まず軸受面はできるだけ広いほうがよいので、スラスト軸受面外径はスラスト板外径と同寸とする。次にスラスト・ラジアル軸受面境界となる、軸受ハウジング端部の排気のための面取りを2mmとし、ラジアル軸受長さ $2l_r$ はハウジング長さより $2 \times 2 = 4$ mm 短い45mmとする。図1に決定した基本寸

法を示す。未決定の寸法はラジアル径 r_r で、スラスト板内径 r_{ti} は面取り寸法によって決まり $r_{ti}=r_r+2$ である。

次に、軸受性能に影響をおよぼす各部の寸法を、加工や構造の制限条件を考慮して決定する。表1に以下の制限条件を考慮して決定した、限界的な軸受寸法諸元を示す。まず軸受剛性および減衰の絶対量を高めるには軸受すきまは狭いほうがよく、それに対応して給気孔径も小さくする必要がある。軸受すきまは、加工組立後の軸受すきまの総合誤差を10%以下とするため5 μ mとした。各軸受面に2列 $\times$ 4個設ける給気孔の径は、穴あけドリルの加工限界によって最小値が存在し、これを0.2mmとした。次に格子形溝については、減衰を高めるには溝幅は狭いほうがよいが、放電加工による加工可能な幅の最小値が存在する。ラジアル軸受面のほうが溝加工しにくいので、ラジアルおよびスラスト軸受面の溝幅を、それぞれ0.5mmおよび0.3mmとした。軸受端ランド幅(軸受端から給気溝までの距離)は、構造上の制限から決まる。軸受効率を高めるためには、軸受端ランド幅は小さくしたほうがよいが、給気溝内の給気孔と、給気孔に気体を導く給気通路も軸受端近傍に設ける必要がある。しかし、径3~5mm程度の給気通路を軸受端に近づけ過ぎると、軸受部の肉厚が薄くなり精度上問題となるので、軸受端ランド幅はラジアル面3mm、スラスト面2mmとした。

2・2 静的応答変位の最小化と曲げ振動の観点からのラジアル軸受直径の決定 ラジアルおよびスラスト軸受面の無次元剛性をそれぞれ一定とした場合、ラジアル軸受の直径を大きくするほど有次元のラジアル剛性は高くなり、スラスト剛性は逆に低くなる。よって静的加工力を加えたときの変位を最小化するラジアル軸受直径の最適値が存在する。

一方既報⁽¹⁰⁾に示したように、静圧エアスピンドルはロータ構造体としての固有振動モードを有し、このうちロータの曲げ一次振動が支配的となる固有振動数

Fig. 1 Configuration of hydrostatic gas bearing spindle

Table 1 Fundamental design parameter values of spindle

Outer diameter of thrust bearing	105mm
Length of radial bearing	45mm
Minimum clearance	5 μ m
Minimum feeding hole diameter	0.20mm
Minimum groove width	0.3mm (Thrust) 0.5mm (Radial)
Minimum outer land width	2mm (Thrust) 3mm (Radial)

がもっとも低く 4 kHz 前後である。この曲げ振動モードの減衰比は 0.02 程度と非常に低く、またこの値は気体膜の減衰を高めてもあまり高くできないことがわかっていて、このことから、静圧エアスピンドルの動剛性を高めるためには、曲げ振動モードの固有振動数をできるだけ高める必要があるが、そのためにはラジアル軸受径をできるだけ大きくすればよい。そこでこの二つの観点からラジアル軸受直径を決定する。

ラジアル、スラストおよびアンギュラ方向の有次元の剛性 k_r , k_t および k_a はそれぞれの無次元剛性 K_r , K_t および K_a を用いて以下のように書ける。

$$\begin{aligned} k_r &= K_r \frac{4r_r l_t p_{sg}}{c}, \\ k_t &= K_t \frac{2\pi(r_{to}^2 - r_{ti}^2) p_{sg}}{c}, \\ k_a &= K_a \frac{\pi(r_{to}^2 - r_{ti}^2)(r_{to} + r_{ti})^2 p_{sg}}{4c} \quad \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここで $2r_r$ および $2l_t$ はそれぞれラジアル軸受および長さ、 r_{to} および r_{ti} はそれぞれスラスト軸受外径および内径、そして c は軸受すき間で p_{sg} は給気圧力である。

いま加工機用エアスピンドルにおいて、図 2 に示すように片側のスラスト板の端部の y および z 方向に、それぞれ加工力 f_y および f_z が作用する場合を考える。図 2 のエアスピンドルの力学モデルにおいて、力と変位の関係は次式で表される。

$$\begin{aligned} f_y &= k_r y, \quad f_z = k_t z, \\ f_y l &= k_a \theta, \quad f_z r_{to} = -k_a \theta \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

傾き角 θ は微小なのでラジアルおよびスラスト方向の変位は次式で表される。

$$y = \frac{f_y}{k_r} + \frac{f_y l^2}{k_a} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$z = \frac{f_z}{k_t} + \frac{f_z r_{to}^2}{k_a} \quad \dots\dots\dots (4)$$

Fig. 2 Spindle model for static deflection evaluation

式(1)の無次元剛性を一定とし r_r を変化させて k_t , k_r および k_a を求め、式(3), (4)に代入し静的変位を求める。ここで無次元剛性は、スラストおよびラジアル軸受面の減衰比の最大値がともにほぼ 0.1 となる時の値である $K_t=0.45$, $K_a=0.45$ および $K_r=0.72$ を用いた⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

図 3 に、これらの条件下において、式(3), (4)を用いて計算した、ラジアル軸受半径 r_r と 1 N の力が作用したときの静的変位 y および z の関係を実線で示す。図中に Radial, Thrust および Angular とある破線は、それぞれ式(3)の第 1 項成分、式(4)の第 1 項成分、そして式(3), (4)の第 2 項成分の和である。ここでは l と r_{to} が等しいので、アンギュラ剛性の y および z 方向への寄与度は等しい。図 3 より、スラスト方向の変位 z は $r_r=21$ mm で最小となるが、ラジアル方向の変位 y は $r_r=32$ mm で最小となる。スラスト方向の変位自体がラジアル方向の変位に比べ小さいことを考慮すれば、この場合、ラジアル方向の変位が最小となるように $r_r=30$ mm とするのがよいと考えられる。

Fig. 3 Spindle edge deflection due to 1 N load vs. r_r

Fig. 4 Natural frequencies of bending mode vs. r_r

また図4に、ラジアル軸受半径とロータ曲げ振動モードの固有振動数の関係を示す。図4より $r_f \geq 22.5$ mm とすれば、最低次の曲げ振動モードの固有振動数は5 kHz より高くなることがわかる。以上の結果から、スラスト方向の変位をあまり大きくせずにラジアル方向の変位を最小にすることができ、かつ曲げ振動の1次の固有振動数も8 kHz 以上にできるように、 $2r_f = 60$ mm と決定する。

2・3 動的応答変位を最小とする無次元軸受剛性と減衰比

2・3・1 一自由度振動系モデルによる外乱力応答変位のrms値 研削盤などの超精密加工機のスピンドルの精度向上のためには、加工外乱力に対する加工点の動的応答変位を小さくすることが必要である。そこで図2の力学モデルにおいて、加工力がスラスト板端部に作用すると仮定し、加工力作用点の動的応答変位のrms値を最小にする設計法を明らかにする。

外乱力のパワースペクトルを $F(\omega)$ 、外乱力が作用する点における力に対する変位のコンプライアンス周波数応答関数を $H(\omega)$ とすると、外乱力が作用する点の応答変位のパワースペクトル $X(\omega)$ は次式で表される。

$$X(\omega) = |H(\omega)|^2 F(\omega) \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

よって応答変位のrms値は次式で表される。

$$\begin{aligned} \sqrt{x(t)^2} &= \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 F(\omega) d\omega} \quad \cdots \cdots \cdots (6) \end{aligned}$$

動的変位のrms値を支配するのは軸受剛性と共振周波数における減衰比である。しかし気体軸受の場合、気体膜剛性および減衰は周波数特性を有し、減衰は剛性と相反する性質がある。そこで、ここでは簡単のため、軸受・ロータ系を、周波数に対して一定のばねと粘性減衰で支えられたロータ質量という一自由度振動系にモデル化する。そしてそのロータ質量に外乱力が作用する場合の、応答変位のrms値を明らかにする。

外乱力として最も厳しいのはエアスピンドル系の共振周波数成分であるが、研削加工力は多くの周波数成分を有する広帯域スペクトル外乱力と予想される。そこで代表的な二つの外乱力として、軸受・ロータ系の共振周波数 ω_n を含む狭帯域スペクトル外乱力のうち最も厳しい共振周波数の調和励振力と、パワースペクトル一定の広帯域スペクトル外乱力を検討する。

力のrms値が1 Nの共振調和励振力 $f(t) = \sqrt{2} \sin \omega_n t$ のパワースペクトル $F(\omega)$ は

$$F(\omega) = \pi \{ \delta(\omega - \omega_n) + \delta(\omega + \omega_n) \} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

で与えられる。一方、力のrms値が1 Nである広帯域一様スペクトル外乱力について考えると、その帯域を増やすにつれパワースペクトルの大きさが低下する。そこで代表例として、5 kHz まで一様でそれ以上で零である場合を考えれば、rms値が1 Nの広帯域外乱力のパワースペクトル $F(\omega)$ は

$$F(\omega) = \frac{1}{10\,000\pi} \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

で与えられる。

ロータ・軸受系の応答を支配する、主要なモードの静剛性を k 、不減衰固有角振動数を ω_n 、減衰比を ζ とすれば、ロータのコンプライアンス周波数応答関数 $H(\omega)$ は次式となる。

$$H(\omega) = \frac{1}{k} \cdot \frac{\omega_n^2}{-\omega^2 + 2j\zeta\omega_n\omega + \omega_n^2} \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

この主要なモードに関する、外乱力によるロータの応答変位のrms値は、共振調和励振力の場合、式(7)、(9)を式(6)へ代入して

$$\sqrt{x(t)^2} = \frac{1}{2k\zeta} \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

となる。一方式(8)の広帯域一様スペクトル外乱力の場合について考えると、ラジアル、スラストおよびアンギュラ振動モードの固有振動数は5 kHz の1/2倍以下であるので、式(9)は $\omega > 10\,000\pi$ の領域では著しく小さくなる。よって式(6)において $\omega > 10\,000\pi$ の領域の積分成分は無視することができ、式(8)、(9)を式(6)に代入して

$$\sqrt{x(t)^2} = \sqrt{\frac{\omega_n}{4k^2\zeta} \cdot \frac{1}{10\,000\pi}} \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

となる。式(10)、(11)から、いずれの場合も応答変位のrms値を小さくするには、 k および ζ を大きくすることが重要であることがわかる。しかし広帯域スペクトル励振力の場合は、 ζ の効果は平方根でしかかからないため、 k の影響が大きくなる。

2・3・2 円周溝付き軸受による動的応答変位最小とする無次元静剛性の決定 静圧気体軸受では、気体膜の剛性と減衰が周波数特性をもち、静剛性と減衰は相反関係にある。したがって、格子形溝軸受面構造に基づいて、動的応答変位最小となる軸受を厳密に設計するには、残された給気孔径、溝本数および溝深さの諸元の値を変化させて、式(6)が最小となるように寸法決定する必要がある。しかしこの場合、変化させなければならないパラメータが三つあり、周波数特性計算も必要なので、最適値の概略値がわかっていなければ

ば計算量が膨大となる。

そこで既報⁽⁷⁾⁽⁸⁾で示したように、減衰の極大値を軸受共振点に同調させたときの、最適な格子形溝軸受の静剛性と最大減衰値は、格子形溝がなく外周給気溝のみ有する円周溝付き軸受の、静剛性と最大減衰値とほとんど同じであることに注目する。そして簡略設計法として、まず表1に示す軸受諸元をもつ円周溝付きラジアルおよびスラスト軸受構造に対して、給気孔径と円周溝深さだけを変えて式(10)または(11)のrms値を最小とする静剛性と減衰比の組合せを求める。ここで減衰は、低周波数領域で負とならない範囲で円周溝深さを大きくして極大値を最大化し、この減衰の最大値と静剛性、ロータ質量を用いて減衰比を計算する。

図5および6に、rms値が1Nの共振調和励振力が図2のモデルに作用したときの、それぞれラジアルおよびスラスト方向の応答変位 y および z のrms値と無次元静剛性の関係を示す。ただしラジアルおよびスラスト方向の応答変位にはアンギュラモードも影響するが、ここでは基本的な設計手法を示すため、それぞれラジアルおよびスラスト振動モードのみの一自由度振動系とみなしている。また図7、8に、式(8)の一樣な広帯域スペクトルを有する外乱力が図2のモデルに作用したときの、応答変位のrms値と無次元剛性の関係を示す。

共振調和励振力の場合には、図5、6よりラジアル方向では無次元剛性が0.5のとき、またスラスト方向では無次元剛性が0.3のとき、rms値が最小になることがわかる。一方、一樣スペクトル外乱力の場合には、図7、8よりラジアル方向静剛性は0.6のとき、スラスト方向静剛性は0.4のとき、応答変位のrms値が最小になる。一樣スペクトル外乱力の場合のほうが最適静剛性が大きいのは、共振点の減衰比がやや小さくてよく、しかも共振点以下の周波数成分の応答をも剛性により抑圧する必要があるからである。

これら両極端のスペクトル特性をもつ励振力に対する結果から、任意のスペクトル分布をもつ外力に対する応答変位のrms値を最小にするには、ラジアル静剛性を0.5~0.6、スラスト静剛性を0.3~0.4とすればよいといえる。円周溝付き軸受では、このときラジアルおよびスラスト方向の減衰比はそれぞれ0.19~0.24および0.16~0.24となっている。

2・4 軸受面形状の決定 研削盤用エアスピンドルにおける加工力は一樣スペクトル特性をもつと考えられる。そこで2・3節で議論した最適無次元静剛性の簡易設計法において、ラジアル方向静剛性0.6、スラスト方向静剛性0.4を設計値として、格子形溝を有する軸受面の詳細設計を行う。すなわち既報⁽⁹⁾に示したように、まず設計値の静剛性を満たす給気孔径を

Fig. 5 rms value of y vs. radial static stiffness (Resonance frequency harmonic disturbance)

Fig. 7 rms value of y vs. radial static stiffness (Wide frequency bandwidth random disturbance)

Fig. 6 rms value of z vs. thrust static stiffness (Resonance frequency harmonic disturbance)

Fig. 8 rms value of z vs. thrust static stiffness (Wide frequency bandwidth random disturbance)

Fig. 9 Grid-shaped groove thrust bearing
($N_{g\theta}=1$, $N_{gr}=3$)

Fig. 10 Grid-shaped groove radial bearing
($N_{g\theta}=4$, $N_{gr}=0$)

決定する。次に静剛性と圧縮性剛性(周波数が非常に高いときの剛性)の平均値で近似できる、固有振動数近傍における剛性と質量から固有振動数を計算する。そして求めた固有振動数において減衰比が最大となるように、格子形溝軸受面の溝本数および深さを決定する。ここでのスラスト軸受面には、図9に示するような複数の円周方向溝を有する Type 1 を用いた。またラジアル軸受面には、図10に示するような複数の軸方向溝を有する Type 2 を用いた。表3および2に、それぞれ決定したスラストおよびラジアル軸受面の軸受設計諸元を示す。

表4に、表2および3に示した寸法諸元を用いて計算したエアスピンドルの性能諸元を示す。スラスト軸受はスラスト方向無次元静剛性0.4を満たす。そして低周波数領域で減衰が負とならずに、スラスト振動モードおよびアンギュラ振動モードの減衰比はそれぞれ0.112および0.161となる。またラジアル軸受はラジ

Table 2 Detailed specification of hydrostatic gas radial bearing

Design parameter		Design value
Number of feeding holes		$4 \times 2 = 8$
Diameter	$2r_r$ (mm)	60.0
Length	$2l_r$ (mm)	45.0
Clearance	c (μm)	$5.0_{-0.5}^0$
Feeding hole diameter	d_r (mm)	0.20 ± 0.01
Groove width	w (mm)	0.5
Groove gap width	l_g (mm)	2.5
Land width	l_o (mm)	3
Number of dividing grooves		
Axial direction	$4N_{g\theta}$	4×4
Circumferencial direction	N_{gr}	0
Groove depth	g (μm)	100_{-10}^0

Table 3 Detailed specification of hydrostatic gas thrust bearing

Design parameter		Design value
Number of feeding holes		$4 \times 2 = 8$
Inner diameter	$2r_i$ (mm)	64.0
Outer diameter	$2r_o$ (mm)	105.0
Clearance	c (μm)	$5.0_{-0.5}^0$
Feeding hole diameter	d_{ti} (mm)	$0.28_{-0.02}^0$
	d_{to} (mm)	$0.36_{-0.03}^0$
Groove width	w (mm)	0.3
Groove gap	l_g (mm)	$5 \sim 8$
Land width	l_o (mm)	2
Number of dividing grooves		
Radial direction	$4N_{g\theta}$	1×4
Circumferencial direction	N_{gr}	1
Groove depth	g (μm)	150_{-10}^0

Table 4 Performance of designed gas bearing spindle
($p_{sg}=0.49$ MPa)

		Designed spindle	AB-100R
Stiffness	Radial (N/ μm)	169	50
	Thrust (N/ μm)	442	400
Natural Frequency (Hz)	Radial	1198 ^{*1}	1010 ^{*2}
	Angular	1224 ^{*1}	1480 ^{*2}
	Thrust	1937 ^{*1}	2000 ^{*2}
	1st bending	6946 ^{*1}	4840 ^{*2}
Damping Ratio	Radial	0.136 ^{*1}	0.120 ^{*2}
	Angular	0.161 ^{*1}	0.095 ^{*2}
	Thrust	0.112 ^{*1}	0.088 ^{*2}
	1st bending	0.003 ^{*1}	0.091 ^{*2}

*1 Housing is supported rigidly. $p_{sg} = 0.49$ MPa

*2 Housing is supported freely. $p_{sg} = 0.40$ MPa

アル無次元静剛性0.6を満たし、低周波数領域で減衰が負とならずに減衰比0.136となる。

比較する代表例としてとりあげた市販の同一外形寸法のエアスピンドルの実測値⁽¹¹⁾も比較的を示す。本設計の場合は給気圧力が1.2倍高いが、固有振動数は

軸受ハウジングが固定されている場合の値であり、自由支持の場合はラジアル、スラスト方向で1.37倍、アンギュラ方向で1.72倍に高くなる。このことを考慮すると、ラジアル方向の静剛性が2倍以上高く、またラジアル、スラストおよびアンギュラ剛体振動モードについては固有振動数と減衰比が高くなっていることがわかる。そして曲げの1次の振動モードに関しては、減衰比は低くなっているものの固有振動数はかなり高くなっており、本論文で提案した設計手法により、かなり高い動剛性を有する静圧エアスピンドルを実現できる可能性が示された。

3. 設計手法の妥当性の検討

2・3節では設計計算量を低減するため、応答変位のrms値の計算の際には軸受剛性および減衰比は全周波数領域で一定であると仮定している。そして格子溝のない場合について計算した、減衰比の最大値と静剛性との組合せを用いて応答変位のrms値を計算し、それを最小とする静剛性を設計基準値とした。しかし気体膜剛性および減衰は周波数依存性があるため、厳密にはおのおのの静剛性の場合について、2・4節と同様に軸受面の詳細設計を行った上で、そのスピンドルの周波数応答関数を用いて式(6)の積分計算を行う必要がある。そして、応答変位のrms値を最小とする

軸受面形状寸法を決定する必要がある。

そこで以下では、気体膜の周波数特性を考慮して計算した応答変位のrms値の厳密計算結果と、2・3節で求めたrms値の近似計算結果を比較する。厳密計算結果においては、それぞれの静剛性の場合について、格子形溝本数および溝深さを変化させて、気体膜の周波数特性を考慮した上で式(6)の積分計算よりrms値を計算し、最もrms値が小さくなる場合を選択した結果を示している。

図11、12に、共振調和励振力が作用した場合のラジアルおよびスラスト方向の応答変位のrms値の厳密計算結果をそれぞれ○印で示す。また図13、14に、一様な広帯域スペクトルを有する外乱力が作用した場合の、ラジアルおよびスラスト方向の応答変位のrms値の厳密計算結果をそれぞれ○印で示す。いずれの場合も●印で示す点は2・3節で近似的に求めた結果である。いずれの場合も厳密計算結果において応答変位が最小となる静剛性は、近似計算結果に比べやや低くなっているが、この理由は以下のように考えられる。

2・3節の近似計算においては、剛性の値として静剛性を用いているが、減衰比を高めるためには静剛性を小さくする必要がある。一方共振調和励振力に対する厳密計算においては、共振振動数における気体膜剛性を用いている。この値は静剛性と圧縮性剛性のほぼ平

Fig. 11 Comparison of rms values of y by approximate and rigorous design methods (Resonance frequency harmonic disturbance)

Fig. 12 Comparison of rms values of z by approximate and rigorous design methods (Resonance frequency harmonic disturbance)

Fig. 13 Comparison of rms values of y by approximate and rigorous design methods (Wide frequency bandwidth random disturbance)

Fig. 14 Comparison of rms values of z by approximate and rigorous design methods (Wide frequency bandwidth random disturbance)

均値となり、一般に静剛性より大きな値となる。そして減衰比を高めるため静剛性を小さくしたときでも圧縮性剛性はあまり変わらないため、共振振動数における剛性はあまり小さくはならない。よって厳密計算においては、近似計算に比べ静剛性がやや低く減衰比が高くなるときに応答変位の rms 値は最小となる。また広帯域一様スペクトル分布を有する外乱力に対する応答変位に関しても、共振振動数近傍の振幅の影響が大きい同様の傾向となる。

近似計算においては剛性の値として静剛性を近似的に用いているが、厳密計算においてはそれぞれの周波数における気体膜剛性を用いている。そして一般に、周波数が高くなるにつれて気体膜剛性は大きくなるが、この値は静剛性に比べ大きくなる。そこで、図 11～14 に示すように、応答変位の rms 値の厳密計算結果は、近似計算に比べ小さくなる傾向がある。一方溝本数が多くなるにつれ溝をあまり深くできなくなり、減衰の最大値そのものがやや低くなってしまふ。この傾向は静剛性が高い場合ほど顕著であり、このため静剛性の高い領域で厳密計算結果の rms 値が近似計算結果より大きくなる傾向がある。

このように近似計算結果は厳密計算結果からややずれているが、応答変位が最小となる静剛性の値および応答変位の rms 値は、厳密数値解析結果のよい近似値となっている。また近似計算においては、簡易計算により決定した静剛性の場合についてのみ、軸受面の詳細設計を行えばよく、また、気体膜の周波数特性を考慮した計算を行う必要もない。そこで、rms 値が最小となる軸受寸法諸元を選択する厳密な設計法に比べ、(選択した静剛性の数)×(周波数特性を計算する際の周波数の数)相当分の、大幅な計算時間を短縮できるという利点がある。

図 13, 14 における、応答変位の rms 値の最小値の結果から、加工外乱力に対する動的応答変位の rms 値を最小化する本設計法により、rms 値が 1 N の一様スペクトル外乱力に対する応答変位の rms 値がラジアル方向 4 nm 以下、スラスト方向 2 nm 以下となる高い動剛性を有する静圧エアスピンドルが実現できる見通しが得られた。

4. ま と め

本論文では、超精密加工機械用静圧エアスピンドルの加工外乱力作用点の応答変位を最小にする設計論を提案し、それに基づき、最大の動剛性を有する格子形

溝付き静圧エアスピンドルの設計例を示した。本論文で提案した設計手法をまとめると以下のようになる。

(1) 基本外径寸法および給気圧力を決定し、加工上および構造上の制限によって決まる軸受寸法諸元の限界値を決定する。

(2) 無次元剛性一定の条件のもとで、外乱力作用点の静的変位が最小となり、かつ曲げ振動モードの固有振動数が十分高くなるようにラジアル軸受径を決定する。

(3) 格子形溝のない円周溝軸受面を前提として、給気孔径と溝深さを変化させて気体膜の静剛性と減衰の最大値を計算する。そして、与えられた外乱力のパワースペクトル $F(\omega)$ とスピンドルの各振動モードに対する周波数応答関数 $H(\omega)$ により、剛性および減衰が周波数によらず一定であると仮定した場合の応答変位の rms 値

$$\sqrt{x(t)^2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 F(\omega) d\omega}$$

が最小となる静剛性と減衰比を決定する。

(4) 軸受系の固有振動数を気体膜静剛性および圧縮性剛性の平均値から推定する。そして推定した固有振動数近傍で、減衰比が最大となるように格子形溝本数を決め、かつ周波数の低い領域で減衰が負にならない範囲で溝深さが最大となるように決定する。

動剛性を最大にする本設計法により、外径 105 mm、長さ 105 mm の静圧エアスピンドルで、1 N の rms 値をもつ一様スペクトル分布外乱力による応答変位の rms 値を、ラジアル方向 4 nm、スラスト方向 2 nm 以下にできる見通しが得られた。

文 献

- (1) Arneson, H. E. G., *U. S. Patent*, 3305282(1967).
- (2) Dee, C. W. and Shires, G. L., *Trans. ASME, Ser. F*, **93** 4 (1971), 441-450.
- (3) 十合晋一・岡野 真・秋山好胤, 潤滑, **17** 6(1971), 360-368.
- (4) 小野京石, 機論, **47** 424, C(1981), 1635-1642.
- (5) 小野京石・茶谷雅彦, 機論, **51** 468, C(1985), 2009-2016.
- (6) 小野京石・道村晴一・都倉光生・植本浩紀, 潤滑, **33** 12(1988), 915-921.
- (7) 山本 浩・小野京石, 機論, **61** 581, C(1995), 204-211.
- (8) 山本 浩・小野京石, 機論, **61** 581, C(1995), 212-219.
- (9) 小野京石・山本 浩・植本浩紀, 機論, **61** 581, C(1995), 220-227.
- (10) 山本 浩・小野京石・崔 長植・都築正浩, 機論, **62** 603, C(1996), 4294-4301.
- (11) 山本碩徳・小山内英司, 設計・製図, **25** 9(1990), 342-346.