長大橋主塔模型構造物の振動制御*

(第4報, 建設過程のインテリジェントコントロール)

土井 文夫^{*1}, 背戸 一登^{*2}
南 真和^{*3}, 萩生田 弘^{*4}

Vibration Control of Model Structure of Large Bridge Tower

(4th Report, Intelligent Control under Construction)

Fumio DOI, Kazuto SETO,
Masakazu MINAMI and Hiroshi HAGYUDA

The vibration of towers of suspended bridges due to strong wind has been of great concern to scientists and engineers. In this study, attention is given to the vibration control of a tall bridge tower under construction. An active control method is presented based on the lumped model of the bridge tower and the suboptimal control theory. Since the dynamic parameters of the tower differ under different phases of construction, it is necessary to reevaluate the corresponding model, nevertheless, the control strategy is maintained. Three typical construction phases of a bridge tower are considered in this paper. The modeling method and results of the simulation control are presented to illustrate the validity of the proposed method.

Key Words: Vibration Control, Bridge Tower, Suboptimal Control, Lumped Mass Model, Control Law, Stage of Works

1. はじめに

最近建設される長大橋主塔は, 風による揺れを抑制するアクティブ振動制御装置の装着を前提に建設されているので, 十分な軽量化が可能になった。しかし, そのために一次モードの振動ばかりでなく高次モードの振動を制御をすることが必要になり始めた。例えば, 目下建設過程にある来島大橋の主塔は今までにないスリムな構造であり, 強度面から五次モードまで制御することが要求されている。さらに, 工事中の主塔は工期とともにクレーンと一体になって上方に延びていく典型的な可変構造の制御対象であり, この問題に対処できる制御方式が求められている。

これに対し, H^∞ 制御等のロバスト制御理論の応用が試みられ始めた⁽¹⁾。この制御理論は, 制御モデルの不確かさの制御特性に与える影響を排除して確定された制御モデルをもとにパラメータ変動に強い制御系を設計することを特徴としている。しかし, この制御方

法で高次モードの制御するには, コントローラの規模が肥大になるにもかかわらず, 期待したほどの制御効果が得られない。

一方, 著者らの一連の研究では, 主塔模型構造物を対象にして, まず低次元モデル作成法⁽²⁾を用いて五次モードまでを制御対象とする5質点モデルを作成した⁽²⁾。次いで, フィルタ包含準最適制御理論を提案し, これを用いて主塔模型構造物の振動制御に応用することによって, 五次モードまで優れた振動制御を行い, しかもそれ以上の高次モードのスピンオーバーの発生を抑制できることを示してきた⁽³⁾。この方法では, 最適制御理論に基礎を置いているので, 考慮するすべてのモードを制御することが可能であり, 最適制御理論の持つロバスト性の欠如は2種類のフィルタ技術で補っている。さらに, 準最適制御理論の導入によって完全フィードバックを不要としている。また, 風洞実験によって, 振動制御結果が渦励振の抑制に極めて効果があることも示した⁽⁴⁾。

本研究の目的は, 主塔構造物の建設過程で大幅に変わる振動特性に対して, 強風による揺れをインテリジェントに制御する方法の提案と, その有効性の検討である。これは, あらかじめ制御モデルを定めておき, 建設過程に応じて制御パラメータを変更して行く方法

* 原稿受付 1996年5月21日。

^{*1} 正員, 振動制御研究所(〒236 横浜市金沢区福浦1-1-1)。

^{*2} 正員, 日本大学理工学部(〒101 東京都千代田区神田駿河台1-8)。

^{*3} 正員, 三井造船(株)昭島研究所(〒196 昭島市つつじが丘1-1-50)。

^{*4} 三井造船(株)昭島研究所。

である。この方法の特徴は、先のフィルタ包含準最適制御理論を組合せて、インテリジェントに制御するためのステップ数を効率的に決定できることにある。今回、シミュレーションによってその有効性が検証され、振動制御実験でもシミュレーション結果の一部が立証されたので報告する。

2. 建設過程の振動モードと制御モデル作成法

主塔構造物建設の流れを図1に示す。強風による揺れが問題となるのは、完成時の高さの2/3程度に建設が進んだ時期と思われるので、それを第一段階と呼ぶことにする。第二段階は2本の主柱が最大に張り出した時点とする。そして、第三段階が主塔完成時である。橋りょうの建設機材は、主塔に支えられたクレーンから受け渡されるので、クレーン塔は常に主塔の高さに先行して建設される。各図で中央にあるのがそのクレーン塔を示す。図1の各主塔構造物の右側に示すのが5質点物理モデルである。このモデルによって、一次から五次の振動モードまで制御できることが前報によって明らかにされている。○印で示した質点位置でモデル化され、その位置にセンサを取付けば直接フィードバック信号として使えるので、これを物理モデルと呼んでいる。

そこで、まずこの一連の研究で用いている物理モデル作成法の概要を説明する。分布定数系から低次元化によって集中定数系が得られていれば次の2式が成立するはずである。ここに、 M, K は集中定数系の質量行列と剛性行列である。なお、質量行列は質量連成がないものと仮定しているので対角行列である。 Ω は固有振動数行列である。また、 Φ は正規化されたモード行列であり、次の手順で作られる。

- (1) 各モードごとに参照点を1点選び、その点のモード成分を“1”と定めて行列成形を行う。
- (2) その点で各モードの等価質量を算出する。

- (3) 各モードごとに等価質量の平方根で割れば正規化モード行列が得られる。

$$\Phi\Phi^T = M^{-1} \dots\dots\dots (1)$$

$$\Phi(\Omega^2)^{-1}\Phi^T = K^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

図2には、各段階で解析された主塔構造物模型の一次から六次モードまでの振動モード形を示す。五次モードまでが振動制御の範囲とすれば、この振動モード形上で5質点の場所を指定すればよい。図2の黒丸印がその位置を示す。各振動モード形から得られた仮の正規モード行列を式(3)のように定義する。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} \\ \Phi_{31} & \Phi_{32} & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} \\ \Phi_{41} & \Phi_{42} & \Phi_{43} & \Phi_{44} & \Phi_{45} \\ \Phi_{51} & \Phi_{52} & \Phi_{53} & \Phi_{54} & \Phi_{55} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3)$$

しかし、この式を式(1)に代入しても質量行列が対角行列である条件を満たすことができない。なぜならば、式(3)は仮のモード行列であって、まだ集中定数系の正規化モード行列は求まっていないからである。

(a) At 1st stage of works

(b) At 2nd stage of works

(c) At 3rd stage of works

Fig. 1 Construction procedure of a bridge tower and the corresponding modelling

Fig. 2 Vibration mode shapes and its modeling points expressed by 5 masses

Table 1 Parametres of each stages

		1st stage	2nd stage	3rd stage
Natural frequency	1st mode (Hz)	5.05	4.23	3.75
	2nd mode (Hz)	10.84	10.13	10.12
	3rd mode (Hz)	18.18	13.54	13.08
	4th mode (Hz)	44.34	25.78	17.10
	5th mode (Hz)	54.57	42.58	37.38
Mass	M1 (Kg)	0.656	2.488	0.630
	M2 (Kg)	0.656	2.488	0.630
	M3 (Kg)	1.279	2.388	0.901
	M4 (Kg)	1.279	2.388	0.901
	M5 (Kg)	0.497	1.272	0.450
Spring constant	$K_{11} \times 10^4$ (N/m)	-1.173	-0.600	-0.136
	$K_{22} \times 10^4$ (N/m)	-1.173	-0.600	-0.136
	$K_{33} \times 10^4$ (N/m)	2.939	2.413	0.486
	$K_{44} \times 10^4$ (N/m)	2.939	2.413	0.486
	$K_{55} \times 10^4$ (N/m)	-0.093	-0.024	-0.007
	$K_{12} \times 10^4$ (N/m)	0.880	2.483	0.739
	$K_{13} \times 10^4$ (N/m)	4.019	4.957	1.060
	$K_{14} \times 10^4$ (N/m)	-0.737	-2.467	-0.741
	$K_{15} \times 10^4$ (N/m)	0.040	0.370	0.063
	$K_{23} \times 10^4$ (N/m)	-0.737	-2.467	-0.741
	$K_{24} \times 10^4$ (N/m)	4.019	4.957	1.060
	$K_{25} \times 10^4$ (N/m)	0.040	0.370	0.063
	$K_{34} \times 10^4$ (N/m)	1.407	3.598	1.140
	$K_{35} \times 10^4$ (N/m)	0.044	-0.214	0.010
	$K_{45} \times 10^4$ (N/m)	0.044	-0.214	0.010

そこで、 ϵ を対角要素以外の要素で構成される誤差関数と定義して、誤差関数の感度行列 $[\partial \epsilon / \partial \Phi]$ を作成する。また修正ベクトル $\delta \Phi$ を導入して式(4)を使って正規モード行列の補正を行う。

$$[\delta \Phi] = \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right]^T \left[\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right] \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right]^T \right]^{-1} [-\epsilon] \dots (4)$$

この誤差関数が零に収れんするような反復計算を行えば、所要の Φ が求まり、これを用いて式(1)、(2)を計算すれば質量行列と剛性行列が算出される。このパラメータ自動算出のパッケージソフトは著者らによってすでに用意されている。したがって、構造解析ソフトウェアを用いて建設の進行に連れて振動モード形を解析し、各質点位置のモード成分を入力すれば、パラメータは自動的に算出される。表1に算出した各ステージのパラメータを示す。

Fig. 3 Lumped 5 mass model of bridge tower with two controller

3. フィルタ包含準最適制御理論による制御則の決定

各建設段階の5質点モデルのパラメータが定まったら、その段階で制御則を決定する。制御則の決定には、第2報で提案したフィルタ包含準最適制御理論を用いる。これは、制御モデルの特性にフィルタ特性を加えた拡張系を作り、提案されている準最適制御理論⁽⁶⁾⁽⁷⁾によってフィードバック則を決定する方法である。

フィルタ包含の目的は、無視した六次モード以上の高次モードの影響を排除することにある。この方法は、フィルタの信号をソフトウェア的に状態フィードバックしていることである。したがって、フィルタの特性が制御不安定を招く恐れがない。制御対象の状態方程式は容易に図3から導くことができる。

ここでは、制御装置としてアクティブ動吸振器を用いる。図3には、その5質点モデルと質点3と4に取付けたアクティブ動吸振器の力学モデルを示す。このモデルに基づいて運動方程式を作り、さらに状態方程式を導く。

$$\dot{X}_c = A_c X_c + B_c U_c \dots (5)$$

ここで、状態ベクトルは次のように定義する。

$$X_c = \{x_1 \quad \dot{x}_1 \quad \ddot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2 \quad \ddot{x}_2 \quad x_3 \quad \dot{x}_3 \quad \ddot{x}_3 \quad x_4 \quad \dot{x}_4 \quad \ddot{x}_4 \quad x_5 \quad \dot{x}_5 \quad \ddot{x}_5\}^T \dots (6)$$

そうすると、制御対象の係数行列 A_c , B_c は次のように表される。

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \dots (7)$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_{c3}}{M_3} & 0 & 0 & -K_{c3} \left(\frac{1}{m_{d3}} + \frac{1}{M_3} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{c4}}{M_4} & 0 & 0 & -K_{c4} \left(\frac{1}{m_{d4}} + \frac{1}{M_4} \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \dots (8)$$

ただし、

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3/M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_4/M_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(c_3/m_{d3} + c_3/M_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(c_4/m_{d4} + c_4/M_4) \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -K_{11}/M_1 & k_{12}/M_1 & k_{13}/M_1 & k_{14}/M_1 & k_{15}/M_1 & 0 & 0 \\ k_{12}/M_2 & -K_{22}/M_2 & k_{23}/M_2 & k_{24}/M_2 & k_{25}/M_2 & 0 & 0 \\ k_{13}/M_3 & k_{23}/M_3 & -K_{33}/M_3 & k_{34}/M_3 & k_{35}/M_3 & k_{d3}/M_3 & 0 \\ k_{14}/M_4 & k_{24}/M_4 & k_{34}/M_4 & -K_{44}/M_4 & k_{45}/M_4 & 0 & k_{d4}/M_4 \\ k_{15}/M_5 & k_{25}/M_5 & k_{35}/M_5 & k_{45}/M_5 & -K_{55}/M_5 & 0 & 0 \\ -k_{13}/M_3 & -k_{23}/M_3 & K_{33}/M_3 & -k_{34}/M_3 & -k_{35}/M_3 & -\left(\frac{k_{d3}}{m_{d3}} + \frac{k_{d3}}{M_3}\right) & 0 \\ -k_{14}/M_4 & -k_{24}/M_4 & -k_{34}/M_4 & K_{44}/M_4 & -k_{45}/M_4 & 0 & -\left(\frac{k_{d4}}{m_{d4}} + \frac{k_{d4}}{M_4}\right) \end{bmatrix}$$

ここで

$$K_{11} = k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14} + k_{15}$$

$$K_{22} = k_{12} + k_{22} + k_{23} + k_{24} + k_{25}$$

$$K_{33} = k_{13} + k_{23} + k_{33} + k_{34} + k_{35}$$

$$K_{44} = k_{14} + k_{24} + k_{34} + k_{44} + k_{45}$$

$$K_{55} = k_{15} + k_{25} + k_{35} + k_{45} + k_{55}$$

また、他の項については

$$A_{21} = I$$

ここで、 $I, 0$ は 7×7 の単位行列と零行列である。また、 K_{c3}, K_{c4} : 制御力 f と制御量 U の力変換係数である。この A_c, B_c 行列に含まれる M_i, k_{ij} (ij は質点番号) が式 (1), (2) によって定まるパラメータである。

ローパスフィルタを包含する拡張系の状態方程式を作り、リカッチ方程式を解いて最適制御の状態フィードバックゲインベクトルが次のように定まったならば、

$$K_{opt} = [K_f \quad K_c]_{opt} \quad (9)$$

準最適制御理論を用いて使用するセンサの数を縮小する。主塔建設時はセンサの移動も伴うので、これを多数用いることは得策でない。ここでは、クレーン塔にセンサを取付け移動することが困難なので、この観測

を外す目的で準最適制御を用いた。

最小ノルム解を用いた準最適制御問題は次のように定式化されている。すなわち、測定できない状態量を除いた状態ベクトルを Z として、次のような線形変換を行う。

$$Z = MX \quad (10)$$

ここに、 M は状態量縮小のための変換行列である。この状態ベクトル Z を準状態フィードバックすると、制御量 U は次のように与えればよい。

$$U = -K_s Z \quad (11)$$

ここに、 K_s は次のようにして定まる準最適フィードバックゲインベクトルである。

$$K_s = K_{opt} M^T (M M^T)^{-1} M \quad (12)$$

この K_s は、次式のようにフィルタからの状態フィードバックゲインベクトル K_f と、センサからの状態フィードバックゲインベクトル K_c の2成分からなる。これが状態フィードバック制御則として用いられる。

$$K_s = [K_f \quad K_c] \quad (13)$$

以上の関係をブロック線図によって示したものが図4である。このシステムの特徴は、フィルタをコントローラの一部と考えてソフトウェアで構成し、フィルタの状態ベクトルもフィードバック系に組入れ、ロバスト性を高めることと、各建設仮定に応じてあらかじめ表1のように用意されたパラメータから状態フィードバックゲイン行列 K_c を求めておき、それを三段階に切替えるようにしたことである。

4. 制御効果のシミュレーション

以上に述べたフィルタ包含準最適制御によって建設時の制御則を随時に変更するシステムができあがった

Fig. 4 Block diagram representation of expanded control system with filters

ので、以下にシミュレーションによって制御効果を調べる。拡張系の重み行列 Q はフィルタに掛ける重みを零とし、質点1から4までのみ1を掛けた次のような値として調べた。

$$Q = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

また、制御量に掛ける重み行列は次の値に定めた。

$$R = \text{diag}[1 \times 10^{-3} \quad 1 \times 10^{-3}]$$

フィルタは二次遅れのローパスフィルタとし、カット

(a) Frequency responses

(b) Impulse responses

Fig. 5 Frequency and impulse responses on the 1st stage of works

(a) Frequency responses

(b) Impulse responses

Fig. 6 Frequency and impulse responses on the 2nd stage of work

トオフ周波数を 30 Hz に定めた。このときの周波数応答とインパルス応答を非制御時と比較する。図 5, 6, 7 は図 1 に定義した第一段階, 第二段階, 第三段階の M1 点を加振したときの M1 点での応答比較である。

第一段階では、一次が 5 Hz のクレーン塔曲げモード、二次が 10.8 Hz の主塔の一次曲げモード、三次が 18.2 Hz の主塔一次ねじりモード、四次が 44.3 Hz にある主塔二次曲げモード、五次が 54.6 Hz の主塔二次ねじりモードである。一次モードのクレーン曲げモードを除いて、よく制御されていることがわかる。

図 2 に示した振動モード形に相当する周波数応答を図 6 に示す。図 5 との大きな相違は、一次と二次モードが入れ替わっていることである。また、一次モードが 4.2 Hz に低下しているのを始め、全体に各モードの固有振動数が低下している。制振効果は第一段階とほぼ同じ状態を維持している。

図 7 は構造物がさらに柔軟になり、それに伴って固有振動数が低下し制振効果が向上している点が興味深い。

5. ロバスト性の検証

本研究では建設過程のステップを三段階に分け、それぞれにパラメータを設定したが、実際の建設工事では刻々と工程が進むにつれ、パラメータも変化する。

(a) Frequency responses

(b) Impulse responses

Fig. 7 Frequency and impulse responses on the 3rd stage of works

各ステップ中間のパラメータが必要となるが、あまりステップを細分化し過ぎるのは実用的ではない。各ステップごとに計算したパラメータをもとに設計されたシステムのロバスト性が高ければ、構造変化によるパラメータの変動を吸収でき、効率的な制御設計ができる。そこで、ロバスト性の検証として、第二段階該当するモデルのM1点、M2点に750 gの質量を付加した場合のシミュレーションを行った。M1点加振によるM2点での周波数応答を図8に示し、同様に各質点の質量を750 g減少させた場合を図9に示す。

これによると、実際の建設工事で工程が進んだときに考えられる質点の質量が増加したときだけでなく、予定より質量が減少した場合でも制御効果が損なわれ

ていないのがわかる。

さらに、図10に第三段階に該当するモデルのM1点、M2点に500 gの質量を付加した場合のシミュレーションを示すが、図7の無付加時と比較して制御効果の損失はみられない。

これは、制御設計を行った質点モデルの各モードの共振点とその間の反共振点の関係、すなわちモード構成が実際のモデルと同等であれば構造変化によるパラメータの変動、特に等価質量の変動に対してロバスト性が高いことを示している。

6. 実験

シミュレーション結果の検証のために、図7に示す制御実験装置を構成し、制御実験を行った。制御実験のために構成した実験装置の概要を図11に示す。詳細は文献(5)に述べているので参照されたい。

図6に示したシミュレーション結果に対応する実験

Fig. 8 Frequency response when addition masses with 750 g are mounted on each mass point M1 and M2 on the 2nd stage

Fig. 9 Frequency response when addition masses with -750 g are mounted on each mass point M1 and M2 on the 2nd stage

Fig. 10 Frequency response when addition masses with 500 g are mounted on each mass point M1 and M2 on the 3rd stage

Fig. 11 Experiment setup

(a) Frequency responses

(b) Impulse responses

Fig. 12 Experimental results corresponding to Fig. 6

結果を図12に示す。一次から五次までの共振ピークはそれぞれよく抑制されており、シミュレーションの結果ともよく一致している。特に、インパルス応答に見る制御効果が1自由度系の減衰振動の応答のようになっている。これは動吸振器の取付位置が構造物の中央当たりにあるため、一次モードの振動よりも二次以上の高次モードのほうがより制御されるためこのような応答になり、これらの比較によって、シミュレーション結果の有効性が検証されたと思われる。

また、ロバスト性の検証実験として図10のシミュレーションに対応させ、図2(c)に示した第三段階に該当するモデルの質点1, 2付近に各々500gの付加質量を取付け、制御条件は質量付加前を維持した場合について、図13に質点1を加振したときの質点1の周波数応答を示す。これを見ると、付加質量の影響でこのモデルのモードの構成の特徴であった10Hz付近にある非常に接近した曲げとねじれのモードがはっきり分離され、制御外となったモードの制御ができていないがスピルオーバー不安定には至っていない。しかし、制御対象モードについてはパラメータの変動にもかかわらず十分な効果を示していることがわかる。

7. 結 論

本研究では、長大橋主塔構造物の建設過程の振動制御問題を扱い、大幅に変化する制御パラメータに対して常に同じような制振効果をもたらす方法を提案した。この方法は、工事の進捗状況に応じて主塔構造物の振動モード解析を行い、5質点モデルのパラメータを算出して、それを用いて適応的に制御則を更新する考え方である。本報で建設工程を三段階に分けて制御則を更新したように建設前にFEM解析などを用いて同じパラメータで制御可能なモデルの選択を最適に行えば効率のよい制御設計が可能である。また、このような制御設計を可能にできるのは、一連の研究で示し

Fig. 13 Frequency response when addition masses with 500 g are mounted on each mass point M1 and M2 on the 3rd stage

たフィルタ包含準最適制御法を用いて、無視した高次モードの影響を排除したシステムを実現しているからであり、 H^∞ 制御等より簡単な方法で極めて実用的なロバスト制御が可能であることを示している。

文 献

- (1) 坂井藤一・ほか5名, H^∞ 制御理論による橋梁主塔の振動制御—力学的相似模型を用いた実験的検証—, 機論, No. 930-42 (1993), 144-149.
- (2) 松野亮・ほか3名, 長大橋主塔模型の振動制御(第1報, 低次元モデル化法と振動制御効果), 機論, 62-599, C (1996), 2585-2590.
- (3) 背戸一登・ほか3名, 長大橋主塔模型の振動制御(第2報, フィルタ包含準最適制御とその効果), 機論, 63-609, C (1997), 1413-1420.
- (4) 土井文夫・ほか3名, 長大橋主塔模型構造物の振動制御(第3報, 風洞内の渦励振振動に対する制御効果), 機論, 63-609, C (1997), 1421-1427.
- (5) 背戸一登・光田慎治, 不可制御・不可観測性の活用による弾性構造物の低次元化物理モデル作成法と振動制御法, 機論, 57-542, C (1991), 3393-3399.
- (6) Kosut, L. R., Suboptimal Control of Linear Time-Invariant Systems Subject to Control Structure Constraints, *IEEE Trans. on Automatic Control*, AC-15-5, (1970), 557-563.
- (7) 吉田和夫・下郷・猪瀬, スピルオーバーを考慮した弾性構造物の最適制御, 機論, 54-497, C (1988), 201-208.