外乱周波数推定形適応アルゴリズムによる 磁気軸受系の不釣り合い振動制御*

範 啓 富^{*1}, 野 波 健 蔵^{*1}, 上 山 拓 知^{*2}

Unbalance Vibration Control of Magnetic Bearing Systems Using Adaptive Algorithm with Disturbance Frequency Estimation

Qi-fu FAN, Kenzo NONAMI and Hirochika UHEYAMA

This study is concerned with the adaptive forced rejection approach for a single periodic output disturbance with an unknown period and its application to unbalance vibration suppression in rotor-magnetic bearing systems. A discrete recursive technique is applied to estimate the unknown disturbance period and then to internally and adaptively generate a pseudofeedforward reference signal such that this disturbance is eliminated. Simulations and demonstration experiments are carried out. The results indicate that both the estimation algorithm of an unknown period and reference signal adaptive generation algorithm are stable. Finally, the approach is applied to a problem of unbalance vibration suppression in rotor-magnetic bearing systems. Approximately 20dB and 7dB reductions in unbalance vibrations were experimentally obtained in the horizontal and vertical directions of the front and rare sides of the rotor, respectively. The experimental results show that the proposed algorithm is effective for achieving unbalance vibration suppression.

Key Words: Magnetic Bearing System, Adaptive Control, Unbalance Vibration Control, Frequency Estimation, Nonlinear Discrete System, Phase Plane Trajectory, Experiments

1. はじめに

磁気軸受は(1)摩擦磨耗がない；(2)振動騒音が小さい；(3)真空、極低温など特殊環境下での使用が可能である；(4)超高速回転を実現できるなどさまざまな長所があるため、近年、磁気軸受の研究が極めて活発となっている。磁気軸受系は本来不安定な系であることから、フィードバック制御による安定化が不可欠である⁽¹⁾⁽²⁾。

磁気軸受系を含めて、回転機械の宿命的な問題点は、質量不釣り合いによる回転と同期した不釣り合い励振力によるロータの振動である。このような振動は切削、研削スピンドルにおいては、機械の加工精度の低下をもたらすおそれがある。さらにこのような不釣り合い振動が大きくなると、危険速度を通過できなかったり、回転不能に陥ったりすることになる。したがって、磁気軸受系の安定化のためのフィードバック制御以外に、このような不釣り合い励振力による周期振動を抑制する制御が極めて重要となる。このような観点から、一般的な外乱抑制制御法として、未知周波数の周期性外乱

の抑制を目指す繰り返し制御法と擬似フィードフォワード制御法を適用した応用例が報告されている^{(3)~(7)}。さらに、磁気軸受系を対象として不釣り合い力相殺制御の研究が報告されている^{(8)~(12)}。

本研究ではこれらの方法とはまったく異なる手法により不釣り合い振動を抑制する。本手法の最大の特徴は制御対象のモデルを必要としないことである。まず、未知周波数不釣り合い振動の外乱周波数推定形周期性出力外乱の適応抑制手法を提案する。そして、この手法の有効性を検証実験により確認したうえで、さらに磁気軸受系の不釣り合い振動の制御への応用を試みて、この手法の有効性を確認する。

2. 単一周波数の周期性出力外乱の 適応抑制手法

2・1 周波数が既知の場合 適応抑制手法による周期性外乱のアクティブ制御のブロック線図を図1に示す。さらにこの適応抑制アルゴリズムの詳細を図2と図3に示す。図2に示されるように、適応抑制アルゴリズムは誤差 e により周期性出力外乱を低減する、またはキャンセルするプラントの出力と対応するプラントの入力を内部に生成するものである。まず、本研究で提案する新しい制御アルゴリズムについて述べる。

* 原稿受付 1996年8月21日。

^{*1} 正員、千葉大学工学部 (〒263 千葉市稲毛区弥生町1-33)。

^{*2} 正員、光洋精工(株) (〒582 柏原市国分東条町24-1)。

Fig. 1 Block diagram of the control system rejecting periodic disturbance

Fig. 2 Block diagram of adaptive algorithm internally generating reference signal

まず、外乱 d を次式のように与えるとする。

$$d = \alpha_d \sin(\omega t) + \beta_d \cos(\omega t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

プラントの伝達関数が $G(s)$ であるとする。

$$G(j\omega) = Ae^{j\theta}$$

したがって、プラントの制御入力 r は次のように与えられる。

$$r = \alpha(t)\sin(\omega t) + \beta(t)\cos(\omega t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

さて、上式の入力に対して、図1よりプラントの定常出力 y と誤差信号 e はそれぞれ式(3)と(4)のようになる。

$$y = A(\alpha(t)\sin(\omega t + \theta) + \beta(t)\cos(\omega t + \theta)) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$e = A(\alpha(t)\sin(\omega t + \theta) + \beta(t)\cos(\omega t + \theta)) + \alpha_d \sin(\omega t) + \beta_d \cos(\omega t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

誤差信号 e を図3に示されるように処理する。ここで、 $h(t)$ は低域通過フィルタである。このフィルタのカットオフ周波数は $\omega_B \ll 2\omega$ を満たすように選ばれる。いま、ゲインのとても小さい高周波成分を無視すると、定常状態の低域通過フィルタの出力は近似的に次式のように書かれる。

$$n_1(t) = 0.5(A\alpha \cos(\theta) + \beta_d - A\beta \sin(\theta)) \quad \dots\dots\dots (5)$$

Fig. 3 Details of SEC

$$n_2(t) = 0.5(A\beta \cos(\theta) + \beta_d + A\alpha \sin(\theta)) \quad \dots\dots\dots (6)$$

次にプラント入力 r のフーリエ係数 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ の適応修正則について述べる。

(a) θ が既知の場合

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) - (\cos(\theta)n_1(k) + \sin(\theta)n_2(k))/A \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) - (\cos(\theta)n_2(k) - \sin(\theta)n_1(k))/A \quad \dots\dots\dots (8)$$

このとき

$$n_1(k+1) = 0.5 n_1(k) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$n_2(k+1) = 0.5 n_2(k) \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(9)、(10)より、容易にこの系は線形系で、しかも、固有値が全部 -0.5 で、漸近安定であることがわかる。しかし、プラントの周波数特性が得られない場合や、また、プラントの周波数特性が得られても、 θ が周波数に依存するため、実装が困難という場合に遭遇する。さらに、 θ には不確かさが存在するので、式(7)、(8)という適応則が不安定になる恐れがある。したがって、 θ に依存しない適応則を導く必要がある。

(b) θ が未知の場合

$\alpha(k)$ 、 $\beta(k)$ の適応修正則は次のようである。

$$\alpha(k+1) = \alpha(k) - \mu_1(k+1)n_1(k) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\beta(k+1) = \beta(k) - \mu_2(k+1)n_2(k) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 μ_i はステップサイズである。

$$n_1(k+1) = n_1(k) + 0.5 A(\mu_2(k+1)n_2(k)\sin(\theta) - \mu_1(k+1)n_1(k)\cos(\theta)) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$n_2(k+1) = n_2(k) - 0.5 A(\mu_2(k+1)n_2(k)\cos(\theta) + \mu_1(k+1)n_1(k)\sin(\theta)) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$\mu_1(k+1) = \mu_1(k) \text{sgn}(n_1^2(k-1) - n_1^2(k)) \quad \dots\dots (15)$$

$$\mu_2(k+1) = \mu_2(k) \text{sgn}(n_2^2(k-1) - n_2^2(k)) \quad \dots\dots (16)$$

上式は非線形系である。この非線形系が漸近安定で

あることの理論的な証明については現在検討中であるが、シミュレーションにより、いろいろな θ に対して、この非線形系の位相平面軌跡を調べた。代表例として、いくつかの θ と対応した非線形系の位相平面軌跡を図4に示す。図4より、 $|\mu_i|=0.9/A, i=1, 2$ の場合、この非線形系が漸近安定であることがわかった。さらに、 $|\mu_i|<1/A, i=1, 2$ を満たすいろいろな μ_i を用いて、この非線形系の位相平面軌跡を調べた。結果として、 μ_i は $|\mu_i|<1/A, i=1, 2$ を満たせば、この非線形系の漸近安定性が保障できるという結論が得られる。さらに、式(4)~(6)より、 $n_1(t)$ と $n_2(t)$ が零に収束すると、誤差信号 $e(t)$ は零に収束することがわかる。また、外乱信号 d に周波数 ω の信号を含むほかに別の周波数の信号も含む場合、この周波数 ω と別の周波数の差が ω_B より大きければ、式(5)と(6)は依然成立する。このとき、誤差信号 $e(t)$ は零に収束するかわりに、別の周波数の信号に収束する。別の周波数の信号はプラントの動特性に大きく影響することはない。

2.2 周波数が未知で単一周波数の場合 もし外乱 d の周波数 ω が未知であれば、 r のフーリエ係数 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ を適応修正する前に、まず、外乱 d の周

波数 ω を推定する必要がある。ここで、Tsao と Qian の提案した周波数の推定アルゴリズム⁽⁴⁾を用いて、外乱の周波数 ω を推定する。次にその周波数の推定アルゴリズムを述べる。

周期が τ^* である信号 $d(t)$ を考えると、その周波数の推定アルゴリズムは次の評価関数のこの配最小化法に基づいた方法である。

$$J(\tau)=0.5 \int_{t-\tau_{\max}}^t [d(s)-d(s-\tau)]^2 ds \quad \cdots \cdots (17)$$

ここで、 $T_{\max}>\tau^*$ 。このよう配適応アルゴリズムは次のように与えられる。

$$\tau(t+1)=\tau(t)-h \frac{\partial J[\tau(t)]}{\partial \tau}, \tau(0)=\tau_0 \cdots \cdots (18)$$

Tsao と Nemani は $|\tau_0-n\tau^*|<\sigma$ が成立すれば、 $t \rightarrow \infty$ のとき、 $\tau \rightarrow n\tau^*$ を成立させる $\gamma, \sigma, h>0$ が存在することを証明した⁽⁷⁾。ただし、 n は整数である。

評価関数 $J(\tau)$ は周期性をもつので、

$$\tau=n\tau^*, n=\pm 1, \pm 2, \cdots \cdots (19)$$

において、極小値をもつ。したがって、この配適応アルゴリズム(18)を τ^* に収束させることができるために、初期値 τ_0 を τ^* を含める凹区域内に置かなければならない。

Fig. 4 Phase trajectories of nonlinear discrete system (13)~(16) with different θ

次に上述のアルゴリズム(18)を用いて、出力外乱の周期を求める。 τ はこの信号の周期の可能な上限で、 ΔT はサンプリング時間で、 $T_{\max}$ は $T_{\max} > \tau$ を満足するとする。しかも、 $T_{\max}$ と τ はサンプリング時間 ΔT でそれぞれ次のように書ける。

$$T_{\max} = L\Delta T, \tau = \eta\Delta T. \quad \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 L は整数で、 η は実数である。実数 η の整数部分を $[\eta]$ と定義すると、 η と隣接の両整数は $[\eta]$ と $[\eta]+1$ である。さて、信号の既知データ集合 $\{d_k; 1 \leq k \leq 2L+2\}$ に対して、この両整数点における J の偏微分は次のように書かれる。

$$\frac{\partial J([\eta]\Delta T)}{\partial \tau} \cong \sum_{k=L+1}^{2L} (d_k - d_{k-[\eta]}). \frac{d_{k-[\eta]+1} - d_{k-[\eta]-1}}{2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

と

$$\begin{aligned} & \frac{\partial J([\eta]+1)\Delta T}{\partial \tau} \\ & \cong \sum_{k=L+1}^{2L} (d_k - d_{k-[\eta]-1}). \frac{d_{k-[\eta]} - d_{k-[\eta]-2}}{2} \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

線形補間により次のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\eta\Delta T)}{\partial \tau} & \cong \frac{\partial J([\eta]\Delta T)}{\partial \tau} ([\eta]+1-\eta) \\ & + \frac{\partial J([\eta]+1)\Delta T}{\partial \tau} (\eta - [\eta]) \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

式(18)は次のように書き直せる。

$$\eta(t+1) = \eta(t) - \frac{h}{\Delta T} \frac{\partial J(\eta\Delta T)}{\partial \tau} \quad \dots\dots\dots (24)$$

3. シミュレーション

まず、2・2節で述べた周波数推定アルゴリズムを用いて、外乱の周波数が100 Hzである場合について、初期値を120 Hzにして、シミュレーションを行った。そのシミュレーション結果を図5に示している。図5

Fig. 5 Estimation of frequency ω

より、この周波数推定アルゴリズムにより迅速かつ正確に未知周波数を推定していることがわかる。次に、2・1節で述べた外乱の適応抑制アルゴリズムの外乱抑制能力を調べるために、いろいろな θ に対して、シミュレーションを行った。紙面の制約によって、図6には $A=1, \theta=0$ の場合のシミュレーション結果のみを示し、図7には $A=1, \theta=11\pi/6$ の場合のシミュレーション結果を示している。図6より誤差が1秒以内で零に収束していることがわかる。図7より、 $\theta=11\pi/6$ の場合は $\theta=0$ の場合より収束が少々遅いが、誤差が1秒前後で零に収束していることがわかる。

(a)

(b)

(c)

Fig. 6 Transient response of the error signal and Fourier coefficients and energy signals by simulation when $A=1, \theta=0$

(a)

(b)

(c)

Fig. 7 Transient response of the error signal and Fourier coefficients and energy signals by simulation when $A=1$, $\theta=11\pi/6$

4. 検証実験および磁気軸受系の不釣り合い振動制御への適用

シミュレーションの結果を確認するために、まず簡単な検証実験を行った。検証実験の概略図を図8に示す。ここで、FFTを用いて周期性外乱信号を発生する。DSPを用いて2章で述べた適応アルゴリズムを実現し、出力する信号はFFTからの周期性外乱信号を相殺する。図9には検証実験の実験結果を示している。この図から誤差が1秒以内で零に収束したことがわかった。図10には五軸制御形磁気軸受系の実験装置を示す。ロータはモータの両側にあるラジアル磁気軸受と軸の左端にあるスラスト磁気軸受によって支持されている。ラジアル方向の磁気軸受は直角 x と y

Fig. 8 Block diagram for demonstration

Fig. 9 Transient response of the error signal (experiment)

Fig. 10 Test apparatus

方向の二方向独立に制御され、スラスト方向の磁気軸受は軸方向のみ制御される構造となっている。ここでは、モータの両側にある x と y 方向のすべて四つのラジアル磁気軸受は非干渉とみなして、四つのラジアル磁気軸受にあるロータの不釣り合い振動を分散制御することにした。

図11には本研究の制御システムのブロック線図を示す。まず、アナログPID補償器によって、ロータを安定に浮上させる。さらに、本研究では提案した周期性出力外乱の周期の推定アルゴリズムとステップサイズ切換え形適応アルゴリズムをDSP中に実装して不釣り合い振動を制御する。回転数6204rpmにおける実験結果の一例を図12~15に示す。これらの図はすべてアルゴリズムが収束した後の測定値である。図12と13により、不釣り合い振動制御前の x 1の振幅は約

0.3 vp-p, y_1 の振幅は約 0.16 vp-p, x_2 の振幅は約 0.3 vp-p, y_2 の振幅は約 0.2 vp-p であった。これに対して、本研究で提案した周期性出力外乱の周期の推定アルゴリズムとステップサイズ切換え形適応アルゴリズムを適用した後、それぞれ約 0.035 vp-p, 0.042 vp-p, 0.052 vp-p, 0.1 vp-p に抑えられ、本手法が極めて有効であることがわかる。さらに、図 12 と 13 より、回転数 6 204 rpm の基本周波数の振動 x_1, y_1, x_2, y_2 をそれぞれ約 22 dB, 20 dB, 20 dB, 8 dB に抑えられている。シミュレーション結果と検証実験結果が必ずしもよく一致しない一つの理由は、観測ノイズのために回転数の推定精度が落ち、またフーリエ係数 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ の推定値にも推定誤差をもたらすことに起因している。2 番目の理由はサンプリング時間が大きいことため大きな位相遅れをもたらすとも考えられる。

Fig. 11 Block diagram for control system

Fig. 12 The trajectories of the geometric center positions when rotating at 6 204 rpm

Fig. 13 The stationary response of the geometric center positions when rotating at 6 204 rpm

Fig. 14 The spectra of stationary response of the geometric center positions without applying the proposed algorithm when rotating at 6 204 rpm

Fig. 15 The spectra of stationary response of the geometric center positions with applying the proposed algorithm when rotating at 6 204 rpm

もう一つの理由は四つの磁気軸受系の間に干渉があるとも考えられる。

5. 結 論

以上のシミュレーション結果と実験結果をまとめると、以下の結論が得られる。

本研究で提案した適応抑制手法が磁気軸受系の不釣り合い振動の制御に極めて有効であることを明らかにした。しかも、回転数と同期した不釣り合い振動を約 20 dB 低減した。また、単一の未知周波数の適応推定アルゴリズムは少ない繰返しで、凹区域にある任意な周波数初期値から真値に収束できることを明らかにした。今後の課題として、

(1) 観測ノイズに強いロバストな未知周波数の適応推定アルゴリズムを開発すること。

(2) 周波数トラッキング付きの適応抑制手法を回転数変動の磁気軸受系の不釣り合い振動の制御に適用すること。

(3) 多入力多出力系の周期性出力外乱の適応抑制法の研究および磁気軸受系の不釣り合い振動の制御への適用を行うこと。

(4) 提案した適応抑制手法の収束性の理論的証明を行うことなどである。

文 献

(1) 電気学会, 磁気浮上応用技術調査専門委員会(委員長 松

- 村文夫)編, 磁気浮上と磁気軸受, (1993), コロナ社.
- (2) 日本機械学会編, 磁気軸受の基礎と応用, (1995), 養賢堂発行.
- (3) Ziegler, E. W., Selective active cancellation system for repetitive phenomena, *U. S. patent*, No. 4878188, Oct. 31 (1989).
- (4) Tsao, T. C. and Qian, Y. X., An adaptive repetitive control scheme for tracking periodic signals with unknown period, *Proc. Amer. Contr. Conf.*, San Francisco, CA, (1993), 1736-1740.
- (5) Hillerstrom, G., Adaptive Suppression of Vibrations—A Repetitive Control Approach, *IEEE Contr. Syst. Mag.*, 4-1 (1996), 72-78.
- (6) Hillerstrom, G. and Sternby, J., Rejection of periodic disturbances with unknown period—A frequency domain approach, *Proc. Amer. Contr. Conf.*, Baltimore, MD, (1994), 1626-1631.
- (7) Tsao, T. C. and Nemani, M., Asymptotic rejection of periodic disturbances with uncertain period, *Proc. Amer. Contr. Conf.*, (1992), 2696-2699.
- (8) 水野毅・樋口俊郎, オブザーバによる不釣り合い推定信号を利用した磁気軸受の制御について, 電気学会論文誌, **110**-8, C(1990), 917-924.
- (9) 野波健蔵, 調和励振力を受ける多自由度振動系の外乱相殺制御, 機論, **57**-334, C(1991), 364-370.
- (10) Kanemitsu, Y., Ohsawa, M. and Watanabe, K., Real Time Balancing of a Flexible Rotor Supported by Magnetic Bearings, *Proc. 2nd Int. Symp. on Magnetic Bearings*, (1990), 265-272.
- (11) Shafai, B., Beale, S., LaLocca, P. and Cusson, E., Magnetic Bearing Control Systems and Adaptive Forced Balancing, *IEEE Control Systems April*, (1994), 4-12.
- (12) 樋口俊郎・水野毅・大塚まなぶ, 繰り返し制御を利用した磁気軸受における不釣り合い補償, システム制御情報論文誌, **3**-5(1990), 147-153.