ジャイロ効果を有するオーバハングロータ・磁気軸受系の ゲインスケジュール H_∞ 制御*

Selim SIVRIOGLU^{*1}, 野波健蔵^{*2}
山内明^{*3}, 前島靖^{*3}

Gain-Scheduled H_∞ Control of Active Magnetic Bearing Systems with Gyroscopic Effect

Selim SIVRIOGLU, Kenzo NONAMI,
Akira YAMAUCHI and Yasushi MAEJIMA

This paper presents an application of a new concept gain-scheduled H_∞ control which was recently proposed for linear parameter varying (LPV) plants. These plants are a certain class of linear time-varying plants whose state-space matrices are a fixed function of time-varying physical parameters. Rotor-bearing systems with considerable gyroscopic and imbalance effects can be considered LPV plants due to the affine dependence of their state-space plant matrices to rotational speed as a varying parameter. Using a LPV plant model with the linear matrix inequality (LMI)-based approach, the designed H_∞ controller exhibits a continuous gain scheduling with respect to rotational speed measurements and maintains stability and good performance against the parameter uncertainty. In this study, a commercially available and vertically designed active magnetic bearing (AMB) system, which is called a turbomolecular pump, is modeled and controlled using LMI-based gain-scheduled H_∞ control and compared with an actual PID control. The results obtained here are reasonable and encouraging for future studies of gyroscopic AMB systems.

Key Words: Active Magnetic Bearing (AMB) Systems, Gyroscopic Effect, Gain-Scheduled H_∞ Control, LMI, Robust Control, Actual Turbomolecular Pump

1. 緒 論

磁気軸受は回転体を完全非接触, オイルフリーで支持し, 超高速回転が実現できる利点があり, さらに, 磁気軸受剛性と減衰特性を制御器によって任意に変更できる優れた機械要素システムであるため, 将来性のあるハイテク技術として期待されている。一方, 制御工学の観点からも磁気軸受は不安定系, 多変数制御系, 不釣り合い振動の強い外乱特性, 1 kHz 以上の高周波数帯域までの補償器設計が要求され, 先端制御理論の適用対象としてきわめて興味ある制御対象である。

特に, オーバハングロータを固定補償器による磁気軸受で支持して高速回転を行った場合, 強いジャイロ効果による前進歳差運動と後進歳差運動の発生およびそれらの固有振動数の変化によって, 制御性能が劣化してくる。ときには, 前向き危険速度が通過できなかったり, 後ろ向きの歳差運動による不安定現象が発生して回転不能となったりする。このようなシステムは一般に線形パラメータ変動プラント(LPV)と呼ば

れる。LPV システムに対してパラメータ変動が緩やかなときは従来のゲインスケジュール制御が適用可能であるが, 変動の割合が大きくなると安定性やロバスト性に問題が生じてくる⁽¹⁾。しかし, 近年提案された線形行列不等式(LMI)に基づくゲインスケジュール制御の場合, この問題が解決されて⁽²⁾⁽³⁾, 本研究対象に十分に適用可能な有力な設計法と考えられる。

著者らは線形ロバスト制御理論に関して H_∞ 制御理論⁽⁴⁾ や μ 設計理論⁽⁵⁾, LMI による混合 H_2/H_∞ 制御⁽⁶⁾ やディスクリプタ μ 設計⁽⁷⁾, などを適用した結果について報告し, その設計論特有の制御性能を検証してきた。しかし, これらはすべてジャイロ効果が考慮されていない線形時不変(LTI)システムであった。本研究では, 上述した強いジャイロ効果が作用する LPV システムに対して, LMI アプローチに基づくゲインスケジュール H_∞ 制御系を設計し, 従来の固定補償器である PID 制御の性能と比較する。本研究で設計される補償器は回転速度に依存して特性が変化する補償器であるため, 特に, 不釣り合い振動に注目して不釣り合いが小さい場合と大きい場合について制御性能を比較する。

なお, ゲインスケジュール H_∞ 制御に関しては文献(8)でも報告されているが, 二つの点が本質的に異なる。

* 原稿受付 1996 年 11 月 15 日。

^{*1} 千葉大学大学院 (〒263 千葉市稲毛区弥生町 1-33)。

^{*2} 正員, 千葉大学工学部。

^{*3} セイコー精機(株) (〒275 習志野市 4-3-1)。

Fig. 1 Cross-sectional view of turbomolecular pump

Fig. 2 Natural frequencies depending on the rotational speed

っている。第1は、文献ではスケジューリングパラメータが Q パラメトリゼーションの自由パラメータになっていること、このため補償器はロバスト線形時不変(LTI)補償器となっている。第2は、文献の補償器のスケジューリングが、いくつか設計された補償器を切り換えることによっている点である。そして、著者らの研究と比べてきわめて低回転速度領域での研究であるということである。

本研究で扱うシステムははん用のターボ分子ポンプの実機で、その断面図を図1に示す。ロータ下側部には一定の安定性と減衰効果を有する受動形永久磁石軸受があり、上側部は制御入力によって安定化される能動形磁気軸受がある。すなわち、このシステムは上部ラジアル方向と下部アキシャル方向のみアクティブ制御される三軸能動形磁気軸受である。図1から明らかなように、オーバハング形ロータであるため強いジャイロ効果が作用する。図2は回転速度に依存する固有振動数線図である。本供試ポンプの定格回転速度は48 000 rpmで、剛性モードに対するロータの危険速度は約6 000 rpmである。また、ロータの一次弾性曲げモードは剛性モードの少なくとも20倍以上である。したがって、本研究では弾性モードの影響は無視している。

2. LMIアプローチに基づくゲインスケジュール H_∞ 制御の定式化

LMIベースのゲインスケジュール H_∞ 制御の定式化は文献(2)、(3)に詳しく述べられている。本研究ではこの定式化に基づき制御系を設計することである。制御対象プラントと制御器の状態空間表現を次式で表す。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_K \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_K & B_K \\ C_K & D_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_K \\ y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 x および x_K はそれぞれプラントと制御器の状態ベクトル、 z と y は制御量と測定された出力ベクトルを表す。 u は制御入力、 w は外乱入力ベクトルである。二つの式を組合せると次式の閉ループ系の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{cl} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{cl} \\ w \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

閉ループ行列 A_{cl} , B_{cl} , C_{cl} , D_{cl} は

$$\begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + \bar{B}\Omega\bar{C} & B_0 + \bar{B}\Omega\bar{D}_{21} \\ C_0 + \bar{D}_{12}\Omega\bar{C} & D_{11} + \bar{D}_{12}\Omega\bar{D}_{21} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_0 & \bar{B} \\ C_0 & D_{11} & \bar{D}_{12} \\ \bar{C} & \bar{D}_{21} & \Omega \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & 0 & B_1 & 0 & B_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & I_k & 0 \\ \hline \bar{C}_1 & 0 & D_{11} & 0 & D_{12} \\ \hline 0 & I_k & 0 & A_K & B_K \\ \hline C_2 & 0 & D_{21} & C_K & D_K \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (5)$$

制御器行列は単位行列 Ω にまとめられることに注目しよう。リアプノフ関数 $V(x) = x^T P x$, $P > 0$ が閉ループ系(3)に対して定義されれば、大域的漸近安定性を保障できる。いま、LTIシステムの w から z までの L_2 誘導ノルムは

$$\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

と与えられる。これから最終的に、次式を満たす正定なリアプノフ関数 $V(x) = x^T P x$ が存在する。

$$-\frac{d}{dt} V(x) + z^T z - \gamma^2 w^T w < 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

H_∞ 準最適制御問題は、 $X_{cl} > 0$ に対して次の不等式の解が存在することと等価である。

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X_{cl} + X_{cl} A_{cl} & X_{cl} B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T X_{cl} & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

さらに, LMI (8) の解は次の不等式を満足する二つの対称行列 R および S が存在することと等価である.

$$N_R^T \begin{bmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} N_R < 0 \quad \cdots \cdots (9)$$

$$N_S^T \begin{bmatrix} A^T S + SA & SB_1 & C_1^T \\ B_1^T S & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} N_S < 0 \quad \cdots \cdots (10)$$

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0 \quad \cdots \cdots (11)$$

ここで, N_R および N_S はそれぞれ (B_2^T, D_{12}^T) および (C_2, D_{12}) の零空間を表す.

上記の H_∞ 制御問題は LTI システムにのみ有効であるが, LPV システムにまで拡張することも可能である. LPV プラントを状態空間モデルで表すと

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta(t))x + B(\theta(t))u \\ y &= C(\theta(t))x + D(\theta(t))u \end{aligned} \quad \cdots \cdots (12)$$

ここで, x, y, u はそれぞれ状態ベクトル, 観測出力ベクトル, 制御入力ベクトルを表す. θ は時変プラントのパラメータベクトルであり, この結果, 制御対象のプラントは θ の関数となる. 実際に θ は速度や減衰, 剛性といった時間依存の物理パラメータとなっており, 次のように変動幅の最小値と最大値与えられる.

$$\theta_{\min} \leq \theta_i(t) \leq \theta_{\max} \quad \cdots \cdots (13)$$

$\theta(t)$ が制御中に大きな変動を受けるとき, 固定されたロバスト LTI 制御器で高性能な制御性能を得ることはもはやできない.

もし, $\theta(t)$ の実測値が制御中に実時間で得られるならば, 制御器の動特性を実測値 $\theta(t)$ に依存して実時間で変化させることができる. このとき, 制御器は次式で示される.

$$\begin{aligned} \dot{x}_K &= A_K(\theta(t))x + B_K(\theta(t))y \\ u &= C_K(\theta(t))x + D_K(\theta(t))y \end{aligned} \quad \cdots \cdots (14)$$

ここで, y は観測ベクトル, u は制御入力である. 時変パラメータを正確に実測できれば, 制御器をプラントダイナミクスの変動に追従させて連続的に調整することにより大域的安定性と良好な制御性能を実現できる. いま, LPV プラントの状態空間表現を一般的な表現で考える.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2 \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (15)$$

ここで, 行列 $A(\cdot), B_1(\cdot), C_1(\cdot), D_{11}(\cdot)$ は変動パラメータ θ の関数である. また B_2, C_2, D_{12}, D_{21} 行列はパラメータ θ の影響を受けない. LPV プラントに対する H_∞ 制御問題の解は, 次式のように LTI

プラントと同じ形をしている.

$$N_R^T \begin{bmatrix} A_i R + RA_i^T & RC_{1i}^T & B_{1i} \\ C_{1i} R & -\gamma I & D_{11i} \\ B_{1i}^T & D_{11i}^T & -\gamma I \end{bmatrix} N_R < 0 \quad \cdots \cdots (16)$$

$$N_S^T \begin{bmatrix} A_i^T S + SA_i & SB_{1i} & C_{1i}^T \\ B_{1i}^T S & -\gamma I & D_{11i}^T \\ C_{1i} & D_{11i} & -\gamma I \end{bmatrix} N_S < 0 \quad \cdots \cdots (17)$$

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0 \quad \cdots \cdots (18)$$

ここで, $A_i, B_{1i}, C_{1i}, D_{11i}$ はポリトープ形パラメータ $\theta = \theta_i$ での $A(\theta), B_1(\theta), C_1(\theta), D_{11}(\theta)$ のパラメータ値である. 不等式 (16)~(18) は凸最適化アルゴリズムを使ったツールボックス⁽⁹⁾ で解くことができる. 行列 R と S から得られた制御器行列 Ω の構造も同じ凸プログラムで得られる.

3. ロータ・磁気軸受系のモデリング

図 3 に示すロータ・磁気軸受系の運動方程式は次式で表される. 表 1 に各諸元をまとめて記述する.

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_g &= f_{x_u} + f_{x_b} + m_{un}l_w^2 \cos w_z t \\ J_r \ddot{\beta} &= -J_a w_z \dot{\alpha} + L_u f_{x_u} - L_b f_{x_b} \\ m\ddot{y}_g &= f_{y_u} + f_{y_b} + m_{un}l_w^2 \sin w_z t \\ J_r \ddot{\alpha} &= J_a w_z \dot{\beta} - L_u f_{y_u} + L_b f_{y_b} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (19)$$

上側部磁気軸受で得られる制御力は次式となる

Table 1 Parameters of AMB system

Parameter	Symbol	Value	Unit
Mass of the rotor	m	1.595	kg
Moment of inertia	J_r	0.00383	kgm^2
Polar moment of inertia	J_a	0.00161	kgm^2
Distance of upper AMB to C.G	L_u	0.0128	m
Distance of below PMB to C.G	l_b	0.0843	m
Distance of sensor to C.G	l_u	0.0314	m
Force/current factor	K_{iu}	200	N/A
Force/displacement factor	K_{du}	3×10^5	N/m
Stiffness coefficient of PMB	K_b	60000	N/m
Damping coefficient of PMB	C_b	28.08	kg/s
Unbalance mass	m_{un}	0.0008	kg
Distance of unbalance mass	l	0.02	m
Sensor gain	K_s	10000	V/m

Fig. 3 Rotor-bearing model

$$\begin{bmatrix} f_{xu} \\ f_{yu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2K_{du} & 2L_u K_{du} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2K_{du} & -2L_u K_{du} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ y_g \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2K_{iu} & 0 \\ 0 & 2K_{iu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{xu} \\ i_{yu} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

また下側部の受動的な力は

$$\begin{bmatrix} f_{xb} \\ f_{yb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2C_b & 2C_b L_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2C_b & -2C_b L_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{\beta} \\ \dot{y}_g \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2K_b & 2K_b L_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2K_b & -2K_b L_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ \beta \\ y_g \\ \alpha \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

式(19)～(21)をまとめて記述するとロータ・磁気軸受系の運動方程式は次式の表現となる。

$$M\ddot{z} + (G_c + G_j)\dot{z} + Kz = Fu + Ew \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 M 、 G_c 、 G_j 、 K はそれぞれ質量行列、減衰行列、ジャイロ行列、剛性行列である。 F 、 E はそれぞれ制御入力と外乱の加わる位置を示す行列である。ベクトル z は次式で表されるように固定座標から計測してロータ重心に関する変位ベクトルである。

$$z = [x_g \quad \beta \quad y_g \quad \alpha]^T \dots\dots\dots (23)$$

ジャイロ効果は反対称行列 $G_j = -G_j^T$ で特性づけられ、ロータの速度 w_z がシステム行列に入ってくる。外乱の不釣り合い力に関する行列も回転速度 w_z の二乗の関数として変動する。いま、不釣り合い力に関する行列について LPV システムとみなすために線形化を行うと

$$G_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_a w_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -J_a w_z & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} m_{un} l \gamma_p w_z & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & m_{un} l \gamma_p w_z \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 γ_p は定数である。

最終的に、このシステムの状態空間表現は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A(\theta)x_s + B_1(\theta)w + B_2u, \\ y &= Cx_s \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

ここで、 x_s は状態ベクトル、 u は制御入力ベクトルである。 θ は時変パラメータベクトルである。この系の行列は

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}(G_c + G_j) \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}E \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

観測出力ベクトル y は上側部に設置したセンサで得られ次式となる。

$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \end{bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} 1 & l_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_u & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ \beta \\ y_g \\ \dot{\beta} \\ \dot{y}_g \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

4. ゲインスケジュール H_∞ 制御系設計

ターボ分子ポンプは約3分間で始動から48000 rpm までの定格回転数に達する。したがって、回転速度の稼働範囲、すなわち、プラントのパラメータの変動範囲は

$$w_z \in [0, 2\pi \times 800] \dots\dots\dots (28)$$

特に、この問題ではパラメータ $\theta(t)$ は次式の凸状態を呈し

$$\theta(t) = \alpha_1 \delta_1 + \alpha_2 \delta_2, \quad \sum_{i=1}^2 \alpha_i = 1 \quad \alpha_i \geq 0 \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 δ_i はポリトープ形パラメータ変動領域の極値を与える。この問題でのパラメータ変動領域の極値は

$$\delta_1 = (0, 0), \quad \delta_2 = (0, 2\pi \times 800) \dots\dots\dots (30)$$

θ の極値で、プラント行列は

$$G(\theta) = \alpha_1 G(\delta_1) + \alpha_2 G(\delta_2) \dots\dots\dots (31)$$

制御系における望ましい性能特性は周波数成形フィルタ W_1 、 W_2 、 W_3 に基づいて決定される。フィルタ W_1

Fig. 4 Bode plot of the frequency shaping filters

は制御器の入力側に、 W_2 と W_3 はそれぞれ制御器の出力側、プラントの出力側に設置される。 W_1 , W_2 , W_3 は次のように選定された。図4にそのボード線図を示す。

$$W_1(s)=\frac{3s+0.003}{s^2+0.002s+10^{-6}}$$
$$W_2(s)=\frac{0.12s^2+1\,500s+7.2\times10^5}{s^2+2.4\times10^4s+1.44\times10^8}$$
$$W_3(s)=\frac{2\,920s+8.76\times10^6}{s^2+6\,000s+9\times10^6}$$

拡大されたプラントは次式で与えられる。

$$G(\theta)=\begin{bmatrix} \bar{A}(\theta) & \bar{B}_1(\theta) & \bar{B}_2 \\ \bar{C}_1 & D_{11} & D_{12} \\ \bar{C}_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (32)$$

パラメータ依存の拡大プラントを用いて、ゲインスケジュール制御器が設計される。厳密なゲインスケジュール制御器は次式で与えられる。

$$K(\theta)=\begin{bmatrix} A_K(\theta) & B_K(\theta) \\ C_K(\theta) & D_K(\theta) \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (33)$$

式(33)の実現が困難なときは、近似的に内挿補間による次式より算出する。

Fig. 5 Simulink diagram of gain-scheduled controller

Fig. 6 Convex parametrization of controllers

Fig. 7 Closed-loop system with GS control

$$\begin{bmatrix} A_K(\theta) & B_K(\theta) \\ C_K(\theta) & D_K(\theta) \end{bmatrix} = \frac{\theta_{\max} - \theta(t)}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \begin{bmatrix} A_K^{(1)} & B_K^{(1)} \\ C_K^{(1)} & D_K^{(1)} \end{bmatrix} + \frac{\theta(t) - \theta_{\min}}{\theta_{\max} - \theta_{\min}} \begin{bmatrix} A_K^{(2)} & B_K^{(2)} \\ C_K^{(2)} & D_K^{(2)} \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots (34)$$

ここで、 $\theta(t) = \theta_{\min}$ におけるロータの静止時浮上 ($w_z = 0$) に用いられる制御器が得られる。また $\theta(t) = \theta_{\max}$ における定格回転時 ($w_z = 48\,000$ rpm) の制御器が得られる。DSP 内部のアルゴリズムによって式(34)は実装されるが、式(34)の内部構造を Simulink を用いた制御器構造ブロック線図として図5に示す。この図からわかるように制御器のゲインスケジュールは二つの制御器の凸状のパラメトリゼーションで達成されている。

式(33)を満たす制御器は文献(10)の MATLAB Real Time Workshop を使って θ の実測値を用いながら制御器行列を計算して得られる。しかし、これを直接適用することは一般には不可能である。なぜなら、ステップごとに莫大な計算を要するからである。本研究はサンプリング周波数 5 kHz のため時変パラメータの最小値と最大値をもった二つの末端制御器を使ってスケジューリングしている。ここでは近似法である凸パラメトリゼーションを使って得ている。制御器が図6の凸集合の内側に存在すると仮定しよう。この凸集合内では制御器 K_1 および K_2 は時変パラメータの最小値と最大値の場合である。二つの末端制御器を結んだ直線上にあるいかなる制御器式(35)も二つの制御器のパラメトリゼーションとし凸集合内に存在する。

$$(1-\lambda)K_1 + \lambda K_2 \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \cdots \cdots \cdots (35)$$

ゲインスケジュール制御器の閉ループ系は図7に示さ

Fig. 8 Closed-loop system with PID control

Fig. 9 PID controller structure

れている。

5. PID 制御

PID 制御は分散形制御で各方向に対して同一の PID 制御器が図 8 のように配置される。パラメータ K_i , K_p は定数である。PID 制御器は図 9 に示すように 7 段のフィルタを装着している。 S_1 および S_6 はノッチフィルタである。 S_2, S_3, S_4 は位相進み・遅れの

フィルタである。ローパスフィルタ S_5 によりノイズが減少される。制御器の積分動作は S_7 によっている。PID 制御器の次数は 10 であり PID 制御器を用いたシミュレーション結果は MATLAB の Simulink を使って得られる。図 10 に PID 制御器のボード線図を示す。

6. シミュレーション

ゲインスケジュール H_∞ 制御器は MATLAB の LMI コントロールツールボックス⁽⁹⁾ を使用して得ている。本研究のゲインスケジュール制御器の次数は 14 である。この制御器は 2 入力, 2 出力で制御器の伝達関数行列には四つの要素がある。20 Hz から 400 Hz までのゲインスケジュール制御器の周波数応答のパラメータの変動による動特性の変化を図 11 に示す。離散時間制御器は双一次変換を用いて得られ、そのボード線図を図 12 に示す。ただし、不釣り合い力を無視した場合でジャイロ効果のみによる影響を示す。不釣り合い力を式 (25) のように考慮して制御器を求めるとよ

Fig. 10 Bode plot of PID controller

(a) Two-dimensional bode plot

(b) Three-dimensional bode plot

Fig. 11 Continuous time GS controller

(a) 0 rpm

(b) 48 000 rpm

Fig. 12 Discretized GS controller

Fig. 13 Configuration of the experimental setup

り複雑なボード線図になる。

7. 高速回転時の実験結果

実験装置の概略を図13に示す。実験には実機のターボ分子ポンプを使用した。実験ではアナログPID制御器との比較によってデジタルゲインスケジュール H_∞ 制御の性能を検証した。LMIアプローチによるゲインスケジュール H_∞ 制御器はDSP(TMS 320 C 40)に実装された。x, y 方向の二つの変位センサでロータ位置を実測し、回転速度信号をA/D変換器を通してDSPに送る。制御入力にD/A変換器とパワーアンプを通して電磁石に与えられる。ゲインスケジュール制御器のサンプリング時間は0.2 ms(5 kHz)である。

一般に、回転機械では完全に不釣り合い質量を去除することは不可能である。ここで、ゲインスケジュール H_∞ 制御器の特徴を検証するために、不釣り合い質量がほとんどない場合、大きな不釣り合い質量を付加した場合についてPID制御と比較することとした。すなわち、本研究の場合、基本的には H_∞ 制御器が回転数の関数で変化していくわけで、その特徴はロバスト性にあると判断し、不釣り合いの大きい最悪外乱に対するロバスト安定性を考察した。

7.1 不釣り合い質量がほとんどない場合(ノミナルなケース) ノミナルなケースでは十分なバランシングが行われているのでロータ上に不釣り合い質量はほとんど存在しない。上部変位の軌跡を図14, 15に示す。軸中心軌跡の平均直径は、ゲインスケジュール制御とPID制御はほぼ同じである。 H_∞ 制御では一般に最悪外乱や未知の不確かさに備えて、閉ループ系の安定化とロバスト性を最優先に設計されるため、ノミナルケースの場合、保守的な制御がなされることが多い。こ

Fig. 14 Orbits at 10 000 rpm (nominal case)

Fig. 15 Orbits at 48 000 rpm (nominal case)

Fig. 16 Orbits at 10 000 rpm (big unbalance case)

Fig. 17 Orbits obtained with GSC (big unbalance case)

のため、PID制御のような従来の制御は、ノミナルなケースに対して、ロバスト制御よりよい結果が得られることが多い。ここでは、両者がほぼ一致していることからゲインスケジュール制御器が保守的な制御器ではないことが判断される。

7.2 大きな不釣り合い質量を付加した場合 ロータに 0.6×10^{-3} kgの不釣り合い質量を回転中心から20 mm位置に装着する。この場合の軌跡を図16, 17に

示す。PID 制御の場合、剛性モード危険速度通過時の約 6 000 rpm 付近から下側部受動形磁気軸受の部分で保護軸受と接触を起こしてタッチダウンする。そのまま、増速を続けるとタッチダウンのため大きな騒音を発しながらゆっくり回転数が上昇していき、約 16 000 rpm で一気に不安定になる。一方、センサのある上部の変位は特に変化がないが、15 000 rpm 付近で急に大きな軌跡になり不安定化するのが確認される。この実験では PID 制御において、いったんタッチダウンしたロータが再度、浮上に至るかどうかをチェックしてみたが再浮上は不可能であった。ところで、上部変位が 10 000 rpm でもゲインスケジュール制御と比べて変化が見られないのは、上部は強いジャイロ作用が働くため、これにより振幅に大きな変化が見られない。結果的に、下部が変位の大きな「みそすり運動」となっている。また、大きな不釣り合い振動を抑制するために PID 制御の場合、大きな制御入力になっておりこれが制御器の飽和状態を招いている。

ゲインスケジュール H_∞ 制御では 48 000 rpm の定格回転数までタッチダウンすることなく、また、他の何のトラブルも発生せず安全に昇速できた。この場合のゲインスケジュール制御の軌跡を図 17 に示す。これらはほとんど完全な回転同期振動であり、安定している。

8. 結 論

本研究では、実機のオーバハングロータを有するターボ分子ポンプに対して、ゲインスケジュール H_∞ 制御器を設計して適用し、その制御性能を従来の PID 制御と比較して検証した。得られた結論は以下のようである。

(1) 実機のオーバハングロータを有するターボ分子ポンプの数学モデルを作成し、これを基にして、ゲインスケジュール H_∞ 制御器を設計した。

(2) 二つの固定 H_∞ 制御器を設計した後、ジャイロ効果と不釣り合い力を考慮して、スケジューリングする近似法によりゲインスケジュール H_∞ 制御器を得た。結果的に補償器は、ジャイロ効果による影響が大変大きく、かつ、不釣り合い力による影響も受けていた。

(3) 実機のターボ分子ポンプに実装して実験を行った結果、不釣り合い質量が小さい場合は PID 制御とほとんど同じ特性であった。しかし、大きな不釣り合い質量の場合、PID 制御は回転不能となるが、ゲインスケジュール H_∞ 制御器はタッチダウンすることなく安全に定格回転数まで昇速できた。このことから、ゲインスケジュール H_∞ 制御器の有効性を実証できた。

課題として、不釣り合い力を考慮したスケジューリングの場合、線形化が必要となるため正確な不釣り合い振動のスケジューリングが困難となる。この点を設計にどう反映するかを今後明らかにする予定である。

文 献

- (1) Shamma, J. and Athans, M., Gain Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies, *IEEE Control Systems Magazine*, **12** 3 (1992), 101-107.
- (2) Apkarian, P. and Gahinet, P., A Convex Characterization of Gain Scheduled H_∞ Controllers, *IEEE Trans. Autom. Control*, **40**(1995), 853-863.
- (3) Apkarian, P., Gahinet, P. and Becker, G., Self-scheduled H_∞ Control of Linear Parameter varying Systems: a Design Example, *Automatica*, **31** 9(1995), 1251-1261.
- (4) Nonami, K., Ueyama, H. and Segawa, Y., H_∞ Control of Milling AMB Spindle, *JSME Int. J.*, **39** 3(1996), 502-508.
- (5) Nonami, K. and Ito, T., μ Synthesis of Flexible Rotor Bearing Systems, *IEEE Trans. Control Systems Technology, Special Issue on Magnetic Bearings*, **4** 5(1996), 503-512.
- (6) 野波健蔵・Sivrioglu, S.・上山拓知, 線形行列不等式 (LMI) に基づく磁気軸受の H_∞ 制御と混合 H_2/H_∞ 制御, 機論, **62** 600, C(1996), 3159-3167.
- (7) 野波健蔵・井出訓之・上山拓知, ディスクリフト μ 設計に基づく磁気軸受系のロバスト制御, 機論, **63** 606, C(1997), 457-463.
- (8) Matsumura, F., Namerikawa, T., Hagiwara, K. and Fujita, M., Application of Gain Scheduled H_∞ Robust Controllers to a Magnetic Bearing, *IEEE Trans. Control Systems Technology, Special Issue on Magnetic Bearings*, **4** 5 (1996), 484-493.
- (9) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J. and Chilali, M., LMI Control Toolbox, *For Use with MATLAB*, (1995).
- (10) Kajiwar, H. and Gahinet, P., LMI Based Design of Gain Scheduled Controllers for an Arm Type Inverted Pendulum, *Proc. 3th Int. Conf. Motion and Vib. Control (MOVIC)*, Vol.3, 445-448, Japan.