静摩擦特性をもつプラントの非線形ロバスト補償器の 構成法と空気圧調節弁の位置制御への応用*

鶴田 公一^{*1}, 申 鉄 龍^{*2}, 田村 捷利^{*3}
逸見 憲昭^{*4}, 中沢 徹^{*4}

Design of a Nonlinear Robust Compensator for Plant with Static Friction and Its Application to Position Control of a Pneumatic Valve

Koichi TURUTA, Tielong SHEN, Katsutoshi TAMURA,
Noriaki HENMI and Toru NAKAZAWA

In this paper, a nonlinear robust compensation approach is proposed for plants with uncertain static friction. A simple first-order model with a nonlinear function is introduced to describe the static friction. The parameters of the compensator are determined so as to ensure the asymptotic stability of the error system between the plant and the given reference model. Finally, the compensator is applied to the position control of a pneumatic valve and experimental results are given to show the validity of the proposed approach.

Key Words: Robust Control, Nonlinear Control, Positioning, Static Friction, Pneumatic Valve

1. は じ め に

静摩擦は機械システムにおいて非常によく見られる特性であるが、静摩擦特性は非線形であるため制御系の設計は取扱い難いものになっている。特に機械系で多く見られる位置決め制御やサーボ問題において、従来の設計手法では静摩擦特性による制御誤差のハンチング現象を抑制することが非常に困難である。例えば、LQ 最適理論による位置決め制御系では、静摩擦特性が存在するため、位相平面でリミット・サイクルが生じ、誤差を零に収束させることは不可能であることが文献(1)によってすでに示されている。

したがって、このような静摩擦特性を含むシステムの制御問題を解決するためにさまざまな研究がなされてきたが、多くの研究は Stick-Slip Friction そのものの正確な記述を目的としている⁽²⁾⁽³⁾。その中でも文献(2)によって提案された次に示す Karnopp モデルがよく知られている。

$$m\ddot{y} = \tau - \tau_F \dots\dots\dots (1)$$

ここに m は質量で、 y は位置、 τ は力である。 τ_F は Stick-Slip Friction の影響を表す非線形関数である。文献(2)ではこの τ_F の関数形式を与え、数値シミュレーションによってその有効性を示している。また、Karnopp モデルに基づいた制御手法もいくつか提案されている。文献(4)では、従来の PD 補償器に τ_F に対応する非線形補償項を導入し、Lyapunov 直接法によって安定性を保証する制御系の構成法が示され、文献(5)では、状態空間において Karnopp モデルに基づいた PID 補償器の構成法が示されている。しかし、これらの手法で補償器を設計する際にモデル式(1)の τ_F に関するより詳しい情報を必要とし、また Karnopp モデルの τ_F の記述が簡単ではないので、一般的な適用は容易ではない。実システムにおいては、静摩擦に関する詳しい事前情報は必要とせず、さらにプラントのパラメータの不確かさも考慮したロバスト制御系が望ましい。

この論文では静摩擦特性とパラメータの不確かさを有するプラントの非線形ロバスト補償器の一構成法を提案し、空気圧調節弁の位置制御に適用する。機械系における質量の比較的にかさい調節弁などの動特性は、基本的に静摩擦を伴う一次遅れの特徴をもっている。

* 原稿受付 1996 年 10 月 3 日。

*¹ 上智大学大学院 (〒102 東京都千代田区紀尾井町 7-1)。

*² 上智大学理工学部。

*³ 正員、上智大学理工学部。

*⁴ ニイガタ・メーソンネーラン(株) (〒261-71 千葉市美浜区中瀬 2-6)。

ることに着目し、本論文で用いるモデルは式(1)の二次系の代わりに一次系であり、静摩擦のみ強調してKarnoppモデルよりもっと簡単な非線形項で静摩擦の影響を表す。位置指令に関しては規範モデルを導入し、プラントの出力と規範モデルの出力との誤差を与えられた許容範囲内に抑える非線形補償器を設計する。一般的に機械系の静摩擦の大きさは作動レンジや平衡点によって異なるが、この設計法では静摩擦の大きさに関する事前情報を必要としないので、得られた系はよいロバスト性をもつ。最後にこの方法を静摩擦特性が強い空気圧調節弁の位置決め制御に適用し、実験によって従来のPI制御手法よりよい性能が確認された。

2. プラントの記述

次の式で記述されるプラントを考える。

$$\dot{y}(t) + ay(t) = b(u(t) - h(\dot{y}, u)) \quad (2)$$

ただし、 u と y はそれぞれプラントの入力と出力、 a と b は未知の定数で以下の条件を満たすものとする。

$$0 < a_m \leq a \leq a_M, \quad 0 < b_m \leq b \leq b_M \quad (3)$$

ここに a_m, a_M, b_m, b_M は既知の定数である。 $h(\dot{y}, u)$ は非線形関数で以下のようなもの考える。

$$h(\dot{y}, u) = \begin{cases} u(t) - u(T_a), & \dot{y} = 0 \text{ and } |u(T_a) - u(t)| < \delta \\ 0, & \dot{y} \neq 0 \\ 0, & \dot{y} = 0 \text{ and } |u(T_a) - u(t)| \geq \delta \end{cases} \quad (4)$$

ここに T_a は以下のように決まる値である。

$$T_a = \min \{t_a | \dot{y}(\tau) = 0, t_a \leq \tau \leq t\} \quad (5)$$

すなわち、 T_a はプラントの出力が一定値にとどまり静摩擦が働きかけた最初の時刻である。 T_a において $u(T_a) = a/by(T_a)$, $\dot{y}(t_a) = 0$ が成り立つことに注意する。 $u(t) - h(\dot{y}, u)$ と $u(t)$ のグラフは図1に示すとおりである。ここで y を位置、 u を力とすると、式(2)、(4)で表されるプラントは質量を無視し、弾性と動摩擦を考慮した機械系において、位置がある定常値を保ってから、力をその定常状態に到達したときの値よりある大きさ以上加えない限り、位置はその定常状態にとどまる特性、つまり静摩擦特性をもつことを意味する。

このようなプラントに、PID など従来の制御手法を用いると、ハンチング現象を抑制し難いことはよく知られている。式(2)、(4)において、 $a = 8.35 \times 10^{-2}$, $b = 3.12$, $\delta = 5.00 \times 10^{-1}$ とし、図2に示すPI制御系を構成し、PI補償器のパラメータをそれぞれ $K_p = 0.5$

Fig. 1 The relation of $u-h(\dot{y}, u)$ and u

Fig. 2 Structure of PI control system

Fig. 3 Simulation result with PI controller

と $T_i = 10$ としたときのステップ応答のシミュレーション結果を図3に示す。

以下では式(2)、(4)のプラントに対して、規範モデルを導入し、Lyapunov関数によって誤差を許容範囲内に収束させる非線形補償器を構成する。

3. 非線形補償器

式(2)、(4)によって記述されるプラントに対して、次のような規範モデルを導入する。

$$\dot{y}_M(t) + \lambda y_M(t) = \lambda r \quad (6)$$

ただし、 r はステップ状の参考入力、 λ は $\lambda > a_M$ を満たす定数である。

プラントの出力と規範モデルの出力との追従誤差を

$$e(t) = y_M(t) - y(t) \quad (7)$$

とし、次式で表す非線形補償器を考える。

$$u(t) = k_1(e(t))r + k_2(e(t))y(t) + k_3(e(t)) \quad (8)$$

ただし、 $k_i(e(t))$ ($i=1, 2, 3$) は以下に示すスイッチング関数である。

$$k_i(e) = \begin{cases} g_i^+, & e(t) > 0 \\ g_i, & e(t) = 0 \\ -g_i^-, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$k_2(e) = \begin{cases} g_2^+, & e(t) > 0 \\ g_2, & e(t) = 0 \\ -g_2^-, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$k_3(e) = \begin{cases} g_3, & e(t) > 0 \text{ and } \dot{y}(t) = 0 \\ 0, & e(t) = 0 \text{ or } \dot{y}(t) \neq 0 \\ -g_3, & e(t) < 0 \text{ and } \dot{y}(t) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

ここに $g_3 \geq \delta$ は定数で, $g_1^+, g_1, g_1^-, g_2^+, g_2, g_2^-$ は設計パラメータである。

このとき, 誤差系は以下ようになる。

$$\dot{e} + \lambda e = b \left\{ \frac{\lambda}{b} r - \frac{\lambda - a}{b} y - u + h(\dot{y}, u) \right\} \quad (12)$$

補償器のパラメータの選択則を次の定理にまとめる。

定理 1 式(2), (4)で与える系を考える。 $r > 0$ かつ $y(t) \geq 0$ がすべての $t \geq 0$ に対して成り立つとする。補償器(8)のパラメータが次の条件を満足するならば, 誤差系(12)は大域的に漸近安定である。

$$g_1^+ \geq \frac{\lambda}{b_m}, \quad g_1 = -\frac{\lambda}{b_m}, \quad g_1^- \geq -\frac{\lambda}{b_M},$$

$$g_2^+ \geq -\frac{\lambda - a_M}{b_M}, \quad g_2 = \frac{\lambda - a_M}{b_M}, \quad g_2^- \geq \frac{\lambda - a_m}{b_m}$$

[証明] 次の Lyapunov 関数を考える。

$$V(e(t)) = \frac{1}{2} e(t)^2 \quad (13)$$

この $V(e)$ の誤差系(12)の軌道に沿った時間微分を計算すると, 以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= e(t) \frac{d}{dt} e(t) = -\lambda e(t)^2 \\ &+ \left\{ b \left(\frac{\lambda}{b} r - \frac{\lambda - a}{b} y(t) \right) \right. \\ &\quad \left. - b(u(t) - h(\dot{y}, u)) \right\} e(t) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで, 式(8), (9)~(11)を上式に代入すると, 以下の式が得られる。

(a) $e(t) > 0$ の場合,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= -\lambda e(t)^2 + b \left\{ (h(\dot{y}, u) - k_3(e)) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\lambda}{b} - g_1^+ \right) r - \left(\frac{\lambda - a}{b} + g_2^+ \right) y(t) \right\} e(t) \end{aligned} \quad (15)$$

(b) $e(t) = 0$ の場合,

Fig. 4 Structure of nonlinear control system

$$\dot{V}(e(t)) = 0 \quad (16)$$

(c) $e(t) < 0$ の場合,

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= -\lambda e(t)^2 + b \left\{ (-h(\dot{y}, u) + k_3(e)) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\lambda}{b} + g_1^- \right) r + \left(\frac{\lambda - a}{b} - g_2^- \right) y(t) \right\} e(t) \end{aligned} \quad (17)$$

したがって, 定理の補償器パラメータに関する条件を用いると, 式(3)を満たす任意の a と b に対して, 次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &\leq -\lambda e(t)^2 \\ &+ \begin{cases} b(h(\dot{y}, u) - k_3(e))|e(t)|, & e(t) > 0 \\ 0, & e(t) = 0 \\ b(-h(\dot{y}, u) + k_3(e))|e(t)|, & e(t) < 0 \end{cases} \\ &= -\lambda e(t)^2 \\ &+ \begin{cases} b(h(\dot{y}, u) - g_3)|e|, & e(t) > 0, \dot{y} = 0 \\ 0, & e(t) > 0, \dot{y} \neq 0 \\ 0, & e(t) = 0 \\ 0, & e(t) < 0, \dot{y} \neq 0 \\ -b(h(\dot{y}, u) + g_3)|e|, & e(t) < 0, \dot{y} = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

式(4)より, $|h(\dot{y}, u)| < \delta$ なので, $g_3 \geq \delta$ より上式右辺の第2項はいつも負となり, 次の式が成り立つ。

$$\dot{V}(e(t)) \leq -\lambda e^2(t) \leq 0 \quad (19)$$

以上より, $|e(t)| \neq 0$ のとき, $\dot{V}(e(t))$ は負定関数となる。そして, 誤差方程式(12)に制御入力(8)を代入すると, $e=0$ が誤差系(12)の平衡点である。ゆえに, リアプノフの安定論より, この平衡点の漸近安定性がいえる。

この非線形制御系は図4に示すとおりになる。 $\lambda = 0.4$ において, 表1に示すパラメータを用いたシミュ

Table 1 Parameters of controller

g_1^+	g_2^+	g_1^-	g_2^-	g_1	g_2	g_3
0.128	-0.102	-0.128	0.103	-0.128	0.102	0.5

----- :PI Control, — :Nonlinear Control

Fig. 5 Simulation results with PI control and nonlinear control

レーション結果を図5に示す。実線は非線形補償器(8)の制御結果、点線は2章のPI補償器による結果を示す。非線形補償器の場合はハンチング現象が起らず、誤差が零に収束するのがわかる。

4. 補償器の実用化への改善

3章で示した非線形補償器を実際のプラントに適用する際、補償器にスイッチング関数を用いているので、誤差の原点付近において、頻繁な正負切替えとアクチュエータの遅れにより、制御入力信号にチャタリング現象が発生しやすい。その改善策の一つとして、本論文では補償器の関数 $k_3(e)$ を以下のように修下することを考える。

$$k_3(e) = \begin{cases} g_3, & e(t) \geq \kappa \text{ and } \dot{y}(t) = 0 \\ 0, & |e(t)| < \kappa \text{ or } \dot{y}(t) \neq 0 \\ -g_3, & e(t) \leq -\kappa \text{ and } \dot{y}(t) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

このとき、誤差系の安定性について次の結果が示される。

$$E_I = \{e \mid |e| \leq \kappa\} \dots\dots\dots (21)$$

定理2 ゲイン関数(9)、(10)、(20)によって与えられる補償器式(8)、(12)からなる誤差系に対して、次の式が大域的に成り立つ。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \kappa \dots\dots\dots (22)$$

[証明] 3章の式(12)で定義される Lyapunov 関数 $V(e)$ を考え、 $V(e)$ の誤差方程式の解軌道に沿った時間微分を計算すると、定理1の証明と同様に以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &\leq -\lambda e(t)^2 \\ &+ \begin{cases} b(h(\dot{y}(t), u(t)) - g_3)|e(t)|, & e(t) \geq \kappa \\ \{\lambda r - (\lambda - a)y \\ - b(u - h(\dot{y}, u))\}e, & |e(t)| < \kappa \\ -b(h(\dot{y}(t), u(t)) + g_3)|e(t)|, & e(t) \leq -\kappa \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

(a) $|e(t)| \geq \kappa$ の場合、上式より明らかに $\dot{V}(e) < 0$ となる。

(b) $|e(t)| < \kappa$ かつ $\dot{y} \neq 0$ の場合、 $h(\dot{y}, u) = 0$ なので、式(9)、(10)を上式に代入すると、 $\dot{V}(0) = 0$ で、

$$\dot{V}(e) < 0, \quad e(t) \neq 0$$

が成り立つ。

(c) $|e(t)| < \kappa$ かつ $\dot{y} = 0$ の場合、ある時刻 t_0 において $\dot{y}(t_0) = 0$ となったとすると、式(4)より、

$$ay(t_0) = b(u - h(0, u)) \dots\dots\dots (24)$$

が成り立つ。この式を(23)の第2行めに代入すると、

$$\dot{V}(e(t_0)) = 0$$

が得られる。

以上によって、集合 E_I の外では $\dot{V}(e) < 0$ 、 E_I の中では $\dot{V}(e) \leq 0$ が成り立つので、式(22)が示される。■

定理2は誤差システム(12)の解が、 $|e| \geq \kappa$ では領域 $|e| \leq \kappa$ へ収束し、 $|e| < \kappa$ 領域内に入ってからいったんとどまると、静摩擦力の影響でそのままその位置にとどまることを示す。つまり、この系は誤差の大きさを最大 κ 以内に抑制できる。

5. 空気調節弁への応用

この章は以上提案した補償器を空気圧調節弁の位置決め制御問題に適用し、実機における実験によってその有効性を示す。

空気圧調節弁の構造を図6に示す。調節弁は大きく操作部と本体部とに分けられる。操作部は空気の圧力とばねの反力の合力によってプレートを上下させ、シャフトを介して本体部の弁の位置を操作する。空気圧の調節はEPC(Electronic Pneumatic Converter)リレーで行い、EPCリレーの入力電圧が調節信号である。したがって、この調節弁はEPCリレーの入力電圧信号を入力し、弁の位置を出力とするプラントである。しかし、本体部の中を流れる流体液またはガス等の漏れを防ぐため、ボンネット内にパッキングを納めてあるが、このパッキングが静摩擦の原因となり、またその締め具合には均一性が乏しいので、不確かさをもつ。

まず、パッキングの締め具合が異なるプラントに対して、異なる操作範囲におけるステップ応答実験の結果を用いてモデル同定を行い、以下の数学モデルが得られた。

$$\dot{y} + ay = 3.12\{u - h(\dot{y}, u)\} \dots\dots\dots (25)$$

ここに $0.078 \leq a \leq 0.082$ である。したがって、 $a_m = 0.078$ 、 $a_M = 0.082$ 、 $b_m = b_M = 3.12$ とし、さらに $\lambda = 0.4$ 、 $\delta = 0.5$ 、 $\kappa = 0.5$ とおいて、前述の補償器を構成し、パッキング付の実機において実験を行った。図7は表1

Fig. 6 The pneumatic control valve

Fig. 7 Experimental results with PI control and nonlinear control with Packing

Fig. 8 Experimental result with no packing

に示した補償器のパラメータを用いた弁開度 45% から 55% へのステップ状位置指令に対する実験の結果である。また、従来の PI 補償器の実験結果も点線で示す。明らかにここで提案した補償器を用いた結果は、ハンチング現象も発生せず、誤差が 0.5% 以下に抑えられていることが確認できる。

最後にこの補償器を用いて、パッキングをつけてないプラントに対して制御実験を行った。その結果を図 8 に示す。ややオーバーシュートが大きくなるものの、誤差が安定に零へ収束することが確認でき、得られた補償器がよいロバスト性をもつことが示された。

6. 終わりに

機器の静摩擦力は使用時間の長さや製造工程での非均一性によって不確かさが多く、一般的に扱うのが困難である。また、静摩擦特性を伴うプラントに従来の PI 制御等を適用する場合、誤差を一定値に抑制することは難しい。本論文では、非線形ロバスト制御の視点から静摩擦特性を伴うプラントの制御問題を考えた。提案した補償器は構造が割合に簡単でありながら、静摩擦に関する詳しい事前情報を必要とせず、よい収束特性をもっている。さらに、空気圧調節弁の位置決め制御にこの補償器を適用し、実験によってその有効性を示した。

文 献

- (1) Yang, S. and Tomizuka, M., Adaptive Pulse Width Control for Precise Positioning Under the Influence of Stiction and Coulomb Friction, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **110**(1988), 221-227.
- (2) Karnopp, D., Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **107**(1985), 100-103.
- (3) Haessig, Jr. D. A. and Fredland, B., On the Modeling and Simulation of Friction, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **113**(1991), 354-362.
- (4) Southward, S. C., Radcliffe, C. J. and NacCluer, C. R., Robust Nonlinear Stick-Slip Friction Compensation, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*, **113**(1991), 639-645.
- (5) Huang, C. J., Yen, J. Y. and Lu, S. S., Stability of PDF Controller with Stick-Slip Friction Device, *Proc. American Control Conf.*, (1995-6) 3289-3293, Seattle.
- (6) E. Slotine, J. J. and Weiping, L., *Applied Nonlinear Control*, (1991), 68-73, Prentice Hall.