2点磁気支持柔軟梁への非線形ロバスト制御の応用*

岩谷 幸太郎^{*1}, 秋 下 貞 夫^{*2}, 奥村 圭一朗^{*3}Hybrid Nonlinear Robust Control
for Magnetically Supported Flexible Beam

Kotaro IWATANI, Sadao AKISHITA and Kei-ichiro OKUMURA

This paper describes a design method for applying nonlinear robust control to a two-point-support magnetic levitation system on a flexible beam. The beam investigated here is assumed to be flexible enough that the gravitation causes noticeable static deflection. A unified dynamic model including static modes is introduced and an exactly linearized state equation system is derived by use of the feedback linearization technique. A direct output feedback controller is applied to the sensor/actuator colocated system, and an H^∞ robust control system is applied to the linearized systems to compensate for modelling errors. The experimental results proved the effectiveness of the proposed design method.

Key Words: Magnetic Bearing, Flexible Structure, Nonlinear Control, Robust Control, Vibration Control, Control Systems Design

1 はじめに

近年, 磁気支持系は非接触無摩擦, 低消費エネルギー, 高信頼性, などの利点により回転体の軸受, 移動体の支持系など多方面にわたる用途への応用が注目を集めるようになった⁽¹⁾. 磁気支持系の特徴の1つは, 支持物体の定位置保持のための磁力を, 柔軟物体の弾性振動の抑制にも適用できることにある. ところで柔軟ロータの磁気軸受の制御に関して既に多くの研究成果が報じられており^(2,3,4), 最近ではロバスト制御の適用も盛んになった^(5,6). 本報において取り上げる2点磁気支持柔軟梁は, これ自身が実機モデルとして工業製品となるものではないが, 柔軟物体の完全非接触磁気支持系の最も基本的なモデルとしての意義を持つ. 即ち2点磁気支持柔軟梁系とは, 図1に示すように, 2カ所に配置した電磁石の反重力方向への吸引力のみにより, 柔軟梁の水平な安定支持の制御を図るものである. いま剛体梁を仮定したとしても, この物体の安定支持には, 6自由度の運動の安定化が必要であるが, 2カ所の磁気吸引力の制御によって2自由度のみを能動安定化し, 他の4自由度の運動は磁気吸引力の特質により受動安

定化される. 柔軟梁の磁気軸受支持については, ロバスト制御を応用した藤田らの先駆的な研究⁽⁷⁾があるが, この場合に支持物体の一端は機械的にピン固定されており, 磁気吸引力の制御は他端のみにおいてなされた. 本研究では柔軟梁を完全非接触支持するので, 2カ所の磁気吸引力は物体の剛体モードの2自由度の他に柔軟モードをも能動安定化しなければならず, 精確で安定度の高い磁気支持制御性能が要求される.

よく知られているように, 電磁石の吸引力はコイルの電流と, 静・動磁極間のギャップに関して非線形性を持つ. 従来, この非線形性は, 平衡状態における制御変数からの偏差量について近似的に線形化することにより回避されてきた. しかし, 本研究のように一方向の磁気吸引力のみを適用する場合には, 近似線形化の有効性は平衡点近傍のごく狭い範囲のみに限られる. 近年, ある種の非線形制御システムについてフィードバック線形化手法を適用すれば, 厳密な線形化システムを導出できることが示された⁽⁸⁾. 既に杉江らは⁽⁹⁾球状の物体の磁気支持系に, 中島らは⁽¹⁰⁾板状の物体の3点磁気支持系に, それぞれフィードバック線形化手法を適用し, いずれも優れた制御性能を得た. 著者らは, フィードバック線形化手法により線形化した制御モデルにロバスト制御を適用することにより, 上述のように精確で安定度の高い磁気支持制御が可能となることに着目

* 原稿受付 1996年10月23日.

^{*1} 三菱重工業(株)長崎造船所 (☎ 850 長崎市飽の浦町1-1).^{*2} 正員, 立命館大学理工学部 (☎ 525-77 草津市野路東1-1).^{*3} シャープ(株)液晶三重事業本部 (☎ 519-2157 三重県多気郡多気町五佐奈1177-1).

し、2点磁気支持系にこれを適用した^(11,12,14)。フィードバック線形化による制御アルゴリズムでは、制御電流について非線形な関数形の中に、柔軟モードへの制御電流項と同時に重力補償の対象となる静的モードの制御電流項を並立させねばならない。この際、柔軟度の高い柔軟梁では重力による変形を無視できなくなるから、一般的にはこの変形を静的モード関数として陽的に扱わねばならない。本報では、このような静的モード変数を動的モード変数と並立して制御の対象モードとすることを提案する。以下では、このような制御系の設計法を述べ、この設計法の有効性をシミュレーションと実験結果により示す。

2 磁気支持系及び制御対象

図1に実験装置としての磁気支持系の概要を示す。柔軟梁を磁気吸引力により水平に非接触支持するために、梁の両端近くの2箇所に透磁率の高い軟鉄を取り付けている。この支持点における柔軟梁の運動は、渦電流型のギャップセンサにより検出される。2点における位置検出信号は、DSP高速計算機において処理され、その結果に基づいて制御信号がパワーアンプに送られる。上記計算機のサンプル周期は、約0.5msecである。柔軟梁は表1に示すA,Bの2種を用意した。なお、Aの材質はステンレス、Bはアルミニウムで、幅40mm、長さ600mmはA,Bに共通である。

Table 1 Dimensions of the flexible beam

type	mass (gr)	thickness (mm)	dynamic mode frequency	
			1st(Hz)	2nd(Hz)
A	205	1.0	12	35
B	165	2.0	28	78

Fig.1 Schematic view of the model

3 磁気支持系のモデル化

3.1 静的モード方程式

図1に示すように、座標軸としてx軸を柔軟梁の長さ方

向に、z軸を水平面内でそれに直角方向に、y軸を重力方向にそれぞれ定める。また座標原点を柔軟梁の中間点に定める。図において磁気支持点 $x = -l_1, l_1$ の2点においてほぼy軸成分のみを持つ吸引力 $-f_1, -f_2$ がそれぞれ柔軟梁に作用する。従って、このような f_1, f_2 は梁のy軸方向の運動を直接的に制御すると同時に、重力を補償する定常吸引力は静・動磁極のエッジ間に集中的に作用するために、x軸方向とz軸方向の変位に関しては、適当な剛性を持つ復元力として作用する。即ち、このことは柔軟梁のx軸方向とz軸方向の運動は受動安定化されなければならないことを意味する。言い換えれば、 f_1, f_2 のみによって柔軟梁の全ての運動を安定化させるような制御系が、本研究の対象となっている。いま、2個の磁気支持点 $x = -l_1, l_1$ における柔軟梁のy軸方向の位置を電磁石の端面から測った軟鉄の端面までの距離 y_1, y_2 で表す。このとき、それぞれのコイルの電流を i_1, i_2 とすれば、 f_1, f_2 は次のように表される。

$$f_j = \frac{k_{ij} i_j^2}{2y_j^2}, \quad k_{ij} = \mu_0 N_j^2 A_j \quad (j = 1, 2) \quad (1)$$

ここに、 μ_0 は空隙の透磁率、 N_j はコイルの巻き回数、 A_j は閉磁路の等価面積である。

さて、以下では柔軟梁の運動について、受動安定化され得るx,z軸方向の並進運動並びにx,y軸回りの回転運動は全て省略する。柔軟梁のy軸方向の変位 $w(x, t)$ の挙動は次のような偏微分方程式で表される。

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \rho A g - [f_1(t) \delta(x+l_1) + f_2(t) \delta(x-l_1)] \quad (2)$$

ここに、 ρ は柔軟梁の密度、 A はその断面積、 EI はその曲げ剛性率、 $\delta(z)$ は変数 z に関するデルタ関数とする。ここで2つのコイル電流 i_1, i_2 は柔軟梁の微小な曲げ変位 $w(x, t)$ を制御することに用いられるが、 $w(x, t)$ には静的及び動的な曲げ変形の全てが含まれる。このような $w(x, t)$ の種々の変位に電流を対応させるため、 i_1, i_2 を次のように分割して表す。

$$i_j^2 = i_{sj}^2 + b_j + a_j \quad (j = 1, 2) \quad (3)$$

ここに、 i_{s1}, i_{s2} は重力を補償するための電流であり、柔軟梁の質量を M とすれば、次のように表される。

$$\frac{k_{i1} i_{s1}^2}{2y_1^2} = \frac{k_{i2} i_{s2}^2}{2y_2^2} = \frac{Mg}{2} \quad (4)$$

また、 b_j, a_j ($j = 1, 2$) はそれぞれ、直接フィードバック電流項及び線形化電流項であり、それぞれについて後に詳しく述べる。

さて、柔軟梁の曲げ変形モードの内、本来の固有振動数0を持つものを、静的モードと呼べば、このモード形状は次の式から導かれる。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \rho A g - f_1(t) \delta(x + l_1) - f_2(t) \delta(x - l_2) \quad (5)$$

この方程式の解の一つを $X_0(x)$ と表しておけば、これは4次の代数式で表され、 f_1, f_2 が例えば式(4)で表されるような電流によって発生される時には、静的な平衡状態が実現する。いま、 $X_0(x)$ の境界条件として $X_0(x = -l_1) = X_0(x = l_1) = 0$ を与えれば図2のような静的変形モードが得られる。しかし、支持点での任意の境界条件

$$w(x = -l_1) = w_{s1}, \quad w(x = l_1) = w_{s2} \quad (6)$$

は式(4)及び式(5)によって満たされる。そこで、二つの静的モード変数を次のように定義する。

$$\eta_{s1} = \frac{w_{s1} + w_{s2}}{2l_1}, \quad \eta_{s2} = \theta = \frac{w_{s1} - w_{s2}}{2l_1} \quad (6')$$

ここに η_{s1} は静的並行移動を、 η_{s2} は静的な回転をそれぞれ表す。これより二つの静的モード形状関数は次のように定義される。

$$\begin{cases} X_{s1}(x) = X_0(x) + l_1 \eta_{01} \\ X_{s2}(x) = X_0(x) - x \eta_{02} \end{cases} \quad (7)$$

これらの二つの静的モード変数は上式の形状関数を修正することなく、運動方程式に組み込まれる。この理由は、動的な力である f_1, f_2 は支持点のみに作用し、上の形状関数に全く影響を与えないからである。静的モードに関する動的方程式は次のように表される。

$$\begin{cases} \ddot{\eta}_{s1} = \frac{g}{l_1} - \frac{1}{Ml_1} [f_1(t) + f_2(t)] \\ \ddot{\eta}_{s2} = -\frac{l_1}{Mk^2} [f_1(t) - f_2(t)] \end{cases} \quad (8)$$

ここに、 k は柔軟梁の中央点回りの回転半径である。上式の f_1, f_2 に式(1),(3),(4)の関係をもち込めば、 $\ddot{\eta}_{s1}^2, \ddot{\eta}_{s2}^2$ は消去できて、改めて次のような式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \ddot{\eta}_{s1} \\ \ddot{\eta}_{s2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Ml_1} & -\frac{1}{Ml_1} \\ \frac{l_1}{Mk^2} & \frac{l_1}{Mk^2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ 2y_1^2 \end{pmatrix} (b_1 + a_1) \\ \begin{pmatrix} k_{12} \\ 2y_2^2 \end{pmatrix} (b_2 + a_2) \end{pmatrix} \quad (9)$$

Fig.2 Mode shape of static bending deflection

3.2 動的モード方程式

さて、柔軟梁の動的挙動をモデル化する最も一般的な手法として以下では有限要素法を用いる。静的な力である重力の影響を除いて、梁の曲げ変形挙動は有限要素法モデルでは次のように表される。

$$M_d \ddot{q} + K_d q = B_d \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ 2y_1^2 \end{pmatrix} (b_1 + a_1) \\ \begin{pmatrix} k_{12} \\ 2y_2^2 \end{pmatrix} (b_2 + a_2) \end{pmatrix} \quad (10)$$

ここに、 q は柔軟梁に適当に設けた m 個の節点における変位 w_j とその x に関する勾配 w_{xj} ($j = 1, 2, \dots, m$) から、 $q_j = [w_j \ w_{xj}]^T$ をもとに $q = [q_1^T \ q_2^T \ \dots \ q_m^T]^T$ のように構成するベクトルである。 M_d, K_d はそれぞれ慣性行列及び剛性行列である。また B_d は、集中力 $f_1(t), f_2(t)$ を磁石の位置に設けた2ヶの節点のベクトル要素へ作用するように割り当てるための $2m \times 2$ の行列である。

よく知られているように、 M_d 及び K_d は対称正定な行列であり、式(10)を $q = \Psi_d \eta_d$ のような動的モード変数ベクトル η_d で表すと、

$$\ddot{\eta}_d + \Omega_d^2 \eta_d = \Psi_d^T B_d \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{11} \\ 2y_1^2 \end{pmatrix} (b_1 + a_1) \\ \begin{pmatrix} k_{12} \\ 2y_2^2 \end{pmatrix} (b_2 + a_2) \end{pmatrix} \quad (11)$$

が得られる。ここに Ψ_d は固有ベクトルから構成される行列で、 M_d 及び K_d と次のような関係を持つ。

$$\begin{cases} \Psi_d^T M_d \Psi_d = I \\ \Psi_d^T K_d \Psi_d = \text{diag.}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_{2m}^2) \triangleq \Omega_d^2 \end{cases} \quad (12)$$

このとき、2つのセンサー位置 $x = -l_1, l_1$ における変位 $w_{p1} = w(x = -l_1)$ 及び $w_{p2} = w(x = l_1)$ は、静的モード変数ベクトル $[\eta_{s1}, \eta_{s2}]^T$ に、動的モード変数ベクトル η_d を付け加えた新たなベクトル $\eta = [\eta_{s1} \ \eta_{s2} \ \eta_d^T]^T$ を用いると、次のように表される。

$$w \triangleq \begin{pmatrix} w_{p1} \\ w_{p2} \end{pmatrix} = B_1^T \eta \quad (13)$$

ここに B_1^T は次のように表される。

$$B_1^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_1 & \vdots & B_d^T \Psi_d \\ l_1 & -l_1 & \vdots & \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.3 線形化方程式

柔軟度の高い梁に関しては、高い安定化をもたらす補償器を設計する必要がある。ここではセンサーとアクチュエータの同置を利用して、変位と速度の出力直接フィードバック制御を用い、基本的に全モードの安定化を果たす。その上で更にロバスト制御を低次元化モデルに施すという階層的な LAC/HAC 制御系を適用する⁽¹⁵⁾。いま直接フィードバック電流項 b_1, b_2 を定める制御則として、センサー位置 $x = -l_1, l_1$ における柔軟梁の変位及び速度を用いて次のように与える。

$$b_1 = -\frac{2y_1}{k_{l1}}(k_p w_{p1} + k_d \dot{w}_{p1}), \quad b_2 = -\frac{2y_2}{k_{l2}}(k_p w_{p2} + k_d \dot{w}_{p2}) \quad (15)$$

ここに、 k_p , k_d はそれぞれ変位及び速度のフィードバックゲインである。式(15)に式(13)の関係を持ち込み、さらにそれらを式(11)及び式(9)に適用すると、新しい変数に関する方程式が得られる。この際、線形化電流項 a_1 , a_2 を次のように与える。

$$a_1 = \frac{2gy_1^2}{l_1 k_{l1}} \left(\frac{i'_1}{i_{s1}} \right), \quad a_2 = \frac{2gy_2^2}{l_1 k_{l2}} \left(\frac{i'_2}{i_{s2}} \right) \quad (16)$$

この結果 η に関する方程式は次のようになる。

$$\ddot{\eta} + k_d B_1 B_1^T \dot{\eta} + (\Omega^2 + k_p B_1 B_1^T) \eta = \frac{g}{l_1} B_1 \begin{pmatrix} i'_1/i_{s1} \\ i'_2/i_{s2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

ここに $\Omega^2 = \text{diag}[0, 0, \omega_1^2, \dots, \omega_{2m}^2]$ である。いま $k_d > 0$, $k_p > 0$ にとると $\ddot{\eta}$ 及び η の係数行列はいずれも正定となり、それぞれのモード変数ベクトルを安定化し、さらに全ての固有振動数を非零にする。

4 ロバスト制御系の設計

フィードバック線形化手法を適用することにより、式(17)で示すような厳密に線形化された方程式⁽⁸⁾が得られた。以下では $x = [\eta_N^T, \dot{\eta}_N^T]^T$ で定義される新しい状態量を導入することにより、次のような標準的な状態方程式を制御系の設計に用いる。なお、設計においては補償器の次数を低く保たねばならないことを考慮して、固有モード変数ベクトルは、有限要素法モデルの次数 $2m$ より低い N 次で切り上げたものを用いるとし、そのことを η_N , $\dot{\eta}_N$ の添字の記号に表している。また、状態方程式の入力ベクトル u の成分には、 i'_1 , i'_2 ではなく、それらに対応する電圧ベクトル v'_1 , v'_2 で構成する。

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (18)$$

$$A = \begin{bmatrix} O & I \\ -\Omega_N^2 - k_p B_N B_N^T & -k_d B_N B_N^T \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$u = \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} R_1 i'_1 \\ R_2 i'_2 \end{bmatrix} \quad (19')$$

$$B = \begin{bmatrix} O \\ (g/l_1) E B_N \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} (R_1 i_{s1})^{-1} & O \\ O & (R_2 i_{s2})^{-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

ここに、 R_1 , R_2 はそれぞれコイル1, コイル2の抵抗値である。また、上式及び次式において Ω_N^2 , B_N などの添字 N は、制御モデルの固有ベクトルが N 次で切り上げられたことに応じて、 Ω^2 , B_1 がそれぞれに調整されたものであることを表している。式(13)で表される変位ベクトル w は状態変数 x に対応して、次のような検出量ベクトル y で定義し直される。

$$y = Cx, \quad C = [B_N^T \ O] \quad (21)$$

これで、動的モードのみならず静的モードまでも含みながら厳密に線形化された制御モデルが式(18), (21)で表された。

このようなモデルも、固有モード低次元化、 $v'_j = R_j i'_j$ ($j=1, 2$)の近似及び式(1)で表される磁気吸引力の簡易モデル化、などにおいて避けがたい誤差を含んでいる。以下ではこのようなモデル化誤差に対処するために、ロバスト制御器を補償器として用いる。そこで、先ず図3に示すような拡大プラント表現を⁽¹³⁾用いる。ここに、 n はノイズを表すベクトル、 z_1 , z_2 はそれぞれ制御量ベクトル、である。いま、 z_1 , z_2 をそれぞれ重み関数行列 $W_1(s)$, $W_3(s)$ で評価することにすれば、拡大プラント $P(s)$ への入力ベクトル n , u から、出力ベクトル z_1 , z_2 , y_1 への伝達関数行列は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y_1 \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} n \\ u \end{bmatrix}, \quad P(s) \triangleq \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ O & W_3 G \\ I & -G \end{bmatrix} \quad (22)$$

Fig.3 Block diagram of augmented plant

ここに、 G は u から y への伝達関数行列で、式(18), (21)から導かれる。ここで、閉ループ制御系を構成するために、 $y_1 = n - y$ を入力とし、 u を出力とする補償器 $F(s)$ を導入すれば、 n から z_1 への伝達関数行列 $\Psi_1(s)$, n から z_2 への伝達関数行列 $\Psi_2(s)$ は、それぞれ次の式によって表される。

$$\begin{cases} \Psi_1(s) \triangleq W_1(s)S(s), & S(s) = (I + GF)^{-1} \\ \Psi_2(s) \triangleq W_3(s)T(s), & T(s) = GF(I + GF)^{-1} \end{cases} \quad (23)$$

ここで n から、 $z = [z_1^T, z_2^T]^T$ のように再定義される制御量ベクトル z までの伝達関数行列 $\Psi(s)$ を改めて次のように定義する。

$$\Psi(s) \triangleq \begin{pmatrix} \Psi_1(s) \\ \Psi_2(s) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \Psi(s)n \quad (24)$$

ここに、 $\Psi(s)$ の無限大ノルム $\|\Psi(s)\|_\infty$ について条件

$$\|\Psi(s)\|_\infty < 1 \quad (25)$$

を満たすような補償器 $F(s)$ を設計することとし、実際にはロバスト制御器の設計ソフトウェア⁽¹³⁾を利用する。

5 シミュレーションと実験

このような非線形ロバスト制御系の性能を検証するために、上に述べた柔軟梁 A, B それぞれについて、シミュレーションと実験を行った。以下では先ず柔軟梁 A に関するシミュレーションについて述べる。制御系を設計するに際して固有モードの打ち切り次数をモーダルコスト解析により検討し⁽¹⁴⁾、動的モードの4次までを残すことが望ましいことがわかった。この場合静的モードの2次を加えると、合計6次ものモード変数を補償器の中で、オンラインで計算しなければならない。しかし、補償器の計算機の計算速度を考慮し、制御プログラムの長さの制限から、動的モードの3次までを直接の制御対象に残した。2つの重み関数行列 $W_1(s)$ と $W_3(s)$ では、それぞれの対角要素、 $w_1(s)$ に積分作用を、 $w_3(s)$ にこの制御システムの制御帯域 100Hz 付近から上の周波数帯域を遮断するフィルターの作用を、持たせるように以下のように設定した。

$$w_1(s) = \frac{k_1(s + \rho)}{T_1 s + 1}, \quad w_3(s) = \frac{T_2 s + 1}{k_2(T_3 s + 1)} \quad (26)$$

柔軟梁 A については、 $k_d = 19$, $k_1 = 50$, $T_1 = 2000(\text{sec})$, $\rho = 2000(\text{sec}^{-1})$, $k_2 = 5 \times 10^{-3}$, $T_2 = 1(\text{sec})$, $T_3 = (800)^{-1}(\text{sec})$ と設定し、補償器を設計した。この補償器に関するステップ応答のシミュレーション結果を図4に示す。これは、センサー1,2のいずれかの位置における柔軟梁の変位の応答を示しており、静的な撓みの最大値約 2mm を考慮しても、ほぼ安定度の高さは十分と思われた。しかし、この補償器による制御実験は、成功に至っていない。この要因としては、図2に示されるような大きくて無視し得ない程度の静的な変形が、モデル化誤差をもたらし、それに対する制御系のロバストさは不十分であったと結論される。

Fig.4 Step response of model A: simulation

柔軟梁 B は、A に比べてみれば表1からわかるように、かなり剛な梁である。この梁に対しては柔軟梁 A と全く同様な補償器を設計した。ここに、 $k_d = 15$ とし、重み関数行列のパラメータの設定は、動的モードの周波数を考慮して次のように設定した。 $k_1 = 1$, $T_1 = 80(\text{sec})$, $\rho = 80(\text{sec}^{-1})$, $k_2 = 5 \times 10^{-3}$, $T_2 = 1(\text{sec})$, $T_3 = (800)^{-1}(\text{sec})$ この時の感度関数 $S_{11}(\omega)$ 、及び相補感度関数 $T_{11}(s)$ のボード線図を図5に示す。図6は、センサー1,2と同じ位置での梁の変位を表すステップ応答の実験結果を示す。図7は、同様のセンサーから得られたインパルス応答の実験結果を示す。これらの応答曲線には、整定後もほぼ一定周波数の継続的な振動が見られる。これは受動安定化に委ねられている x 軸まわりのローリングなどに生じる擾乱が時と場合によっては、殆ど減衰しないでいる状態を示している。実際、図7は同じ制御系によるセンサー信号を表しているが、インパルスが印加される直前には、図6に見られた継続的な振動は減衰を終えている。また x 軸まわりのローリング運動の減衰は非常に遅いことがしばしば観察された。図1(b)に見られるように、柔軟梁に取り付けられた軟鉄のヨークには x 軸まわりのローリングに関しては、受動安定性を生む構造を持たない。このような機構では、空気粘性摩擦などによる定量化し難い僅かな減衰効果が、外部から侵入する小さい擾乱に対して、辛うじて安定化の作用を果たしていると推測される。以上の考察のもとに、図6、図7に示した実験結果は、 y 軸方向の梁の曲げ振動の制御が十分に達成されていることを示す、と判断した。図8は、梁の中央に質量 46(gr) の錘をおいて安定化した状態から、突然錘を除去したときの梁の応答の実験結果を示す。整定時間は、前の2つの実験結果に比べて長くなっているが、振動の安定化はほぼ達成されている。

Fig.5 Bode diagram of $S(s)$ and $T(s)$

6 結論

2点で磁気支持された柔軟度の高い梁の振動制御系の設計法について、以下を提案した。

(1) 梁の柔軟度が高く、重力による静的変形が無視できない程度である場合には、並進と回転のモード形状に静的変形を取り入れる。ここで、静的モードを対象とする重力への補償系を設計する。

Fig.6 Step response of model B: experiment

Fig.7 Impulse response of model B: experiment

Fig.8 Response caused by abrupt change in mass of model B: experiment

(2) 静的モード変数を動的モード変数につけ加えて、制御対象モードを構成し、これらの変数に関する方程式から状態方程式を導く。

(3) センサーとアクチュエータを同置し、センサー出力の変位及び速度の直接フィードバック制御を用いて、全モードを安定化する。

(4) 磁気吸引力の非線形性をフィードバック線形化手法を用いて、入力変数及び状態変数に関して厳密に線形化された方程式を導く。

(5) このように線形化した状態方程式に基いてロバスト制御システムを設計する。

ロバスト制御系の一つとして H_∞ 制御則による補償器を設計し、シミュレーションによる有効性の確認の後、実験を行った。柔軟度のやや低い梁について、安定な振動制御性能を確認できた。

文献

- (1) 日本機械学会編「磁気軸受の基礎と応用」, 1995年 養賢堂
- (2) Salm, S.R., Trans. ASME, J. Vib. Acous., 110(1988), 493
- (3) Yousef-Toumi, K. and Reddy, S., Trans. ASME, J. Dynamic Syst., 114(1992), 623
- (4) 野波, 王, 山崎, 機論, 57-534, C(1991), 568
- (5) 伊藤, 野波, 機論, 61-584, C(1995), 1437
- (6) 高橋, 松下, 高木, 機論, 61-588, C(1995), 3228
- (7) 橋本, 藤田, 松村, システム制御情報学会論文誌, 6-2, 1993, 89
- (8) Slotine, J.-J.E. and Weiping, L., "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, 1991
- (9) 杉江, 清水, 井村, システム制御情報学会論文誌, 6-1, 1993, 57
- (10) 末松, 中島, 辻野, 藤井, 計測自動制御学会論文集, 31-9, 1995, 1471
- (11) Akishita, S., Iwatani, K., Proc. 4th Intern. Symp. Mag. Bearings, 1994, 95
- (12) 岩谷, 秋下, 奥村, 第37回自動制御連合講演会, 2035, 1994, 269
- (13) Chiang, R.Y., Safonov, M.G., "Robust Control Toolbox", The Mathworks Inc., 1992
- (14) 秋下, 奥村, 岩谷, 関西支部機講論, No.944-3, 1994, 96
- (15) 土屋, 柏瀬, 計測と制御, Vol.26, No.10 1987, 855