圧電フィルムによるはり振動の検出と制御*

西 垣 勉^{*1}, 小田原 靖^{*2}, 遠 藤 満^{*1}Vibration Sensing and Control of a Flexible Beam
Using Piezoelectric Films

Tsutomu NISHIGAKI, Yasushi ODAWARA and Mitsuru ENDO

Multimodal vibration control of a cantilever beam using bonded piezoelectric film sensors and actuators is studied both theoretically and experimentally. Equations of motion of the Bernoulli-Euler beam with collocated bonded piezoelectric sensors/actuators are derived. Then, direct velocity feedback control is employed as the vibration control law, and applying Lyapunov's direct method, it is shown that this control law is stable for arbitrary vibration mode. Transient responses of the beam, with control and without control, are studied for the cases in which an impact force is applied to the tip of the beam. Numerical results and experimental results show good agreement, which shows the validity of the proposed control scheme. It is also shown that first three bending modes are efficiently controlled, and that in order to achieve more broadband vibration control, it is necessary to consider the dynamics such as extensional vibrations of the beam which is not considered in the present study.

Key Words: Piezoelectric Sensor and Actuator, Vibration Control, Flexible Beam, Lyapunov's Direct Method

1. 緒 言

近年, 圧電素子を利用した柔軟構造物の振動制御が多くの研究で取扱われている⁽¹⁾. 圧電素子を振動制御のためのデバイスとして用いることの特徴は, センサやアクチュエータを構造物に貼付あるいは埋没させることにより構造物と一体化できることにある. よって, これらの圧電素子の応用として期待されているものの一つに, インテリジェント構造物⁽²⁾⁽³⁾, すなわち多くのセンサやアクチュエータを構造物に内包し, 環境変化に知的に反応することができる構造物が挙げられる. このようにスマートでシンプルな構造物を実現させるための圧電素子として, 柔軟で軽薄なシート状の素材であり, 加工性や設置箇所の選択性に優れた圧電フィルムの応用が考えられる. Lee らは圧電フィルムを成形する場合の設計基準として modal sensor/actuator⁽⁴⁾を提唱し, これが特定の振動モードを検出/制御するために有効な手法として広く応用されている. Tzou はシェル構造物の表裏に圧電センサ/ア

クチュエータを貼付した場合の定式化を行った⁽⁵⁾. また, 谷と Qiu ら^{(6)~(8)}はアーチあるいは円筒殻に圧電フィルム・アクチュエータあるいはセンサを適用し, H^∞ 制御理論による振動制御を行った. これらの研究を総括すれば, 理論解析についてはさまざまな観点から検討されてきているが, 実験については最低次振動モードについての検証を行ったものが多いため, これから詳しく検討していく必要があるといえよう.

圧電フィルムをセンサ/アクチュエータとして用いる場合に問題となるのが, センサに混入するノイズ, およびアクチュエータとしてのパワー不足である. 後者の欠点を補うためにはフィードバックゲインを大きくとり, 高電圧を負荷することが考えられるが, 圧電材料には高電圧を負荷し過ぎると絶縁破壊を起こすという事実上の制限があり, またゲインを大きく取るためにはセンサに混入するノイズを極限まで除去しておかなければならない. 前述したように圧電フィルムの成形, 貼付位置には比較的自由度があるため, 最適制御, あるいはロバスト制御理論に立脚した制御手法の研究も散見されるが, 構造物を知能化するという観点からは, 同一形状のセンサおよびアクチュエータを構造物の表裏の同一箇所に貼付し, すなわちコロケーションを成立させた上で, 振動モードを直接扱わずに制

* 原稿受付 1997年3月19日.

^{*1} 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1).^{*2} 東京工業大学大学院.

御系を構成し、よりシンプルなシステムの構築を試みるというアプローチも有用であると考えられる。本論文ではこの観点に立脚し、圧電フィルムをコロケーションが成立するセンサおよびアクチュエータとして用い、柔軟はりのマルチモード振動制御について理論と実験の両面から検討することを目的とする。解析モデルとして、複数の長方形圧電フィルムセンサ/アクチュエータがオイラー・ベルヌーイ片持ばりの表裏の同位置に貼付された場合を考え、まず、接着層の影響を考慮した場合の基礎方程式を、Crawley と de Luisらの理論⁽⁹⁾に従って導出し、さらにセンサの出力電圧式を導く。振動制御則として、分散制御則の代表例である直接速度フィードバック型制御則を導入し、リアプノフの直接法を適用することにより、本制御系が全振動モードに対して安定であることを示す。これに基づき、アクチュエータ入力 of 最大値を比較的低めに設定し、矩形波に近い波で駆動することを考える。導出した基礎方程式をモード展開し、はり先端に衝撃力が加わる場合の減衰自由振動応答について数値解析を行う。さらに実験を行うことにより本手法の妥当性を検証する。

2. 理論解析

2.1 基礎方程式の導出 圧電材料をセンサおよびアクチュエータの双方として使用することを念頭に置き、次の圧電基礎式から出発する。

$$\{S\} = [s]\{T\} + [d]^t\{E\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\{D\} = [d]\{T\} + [\varepsilon]\{E\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $\{T\}$ は応力ベクトル、 $[s]$ は弾性コンプライアンスマトリックス、 $\{S\}$ はひずみベクトル、 $[d]$ は圧電定数マトリックス、 $\{E\}$ は電界ベクトル、 $\{D\}$ は電気変位ベクトル、 $[\varepsilon]$ は誘電率マトリックスであり、 t は転置を表す。式(1)がアクチュエータ、式(2)がセンサについての基礎式を表していると考えられる。本研究では、一軸延伸の圧電フィルムを考え、圧電定数 $[d]$ のうち延伸方向の効果を表す d_{31} のみを考慮する。

解析モデルおよび座標系を図1に示す。同一サイズ

Fig. 1 Coordinate systems

の長方形圧電フィルムセンサおよびアクチュエータの対が片持ばりの表裏の同位置に接着層を介して貼付されているものとする。また、 N 対のセンサ/アクチュエータが貼付されている状態を考え、以下では i 番目のセンサ/アクチュエータに着目し、上付きの添字 $()^{(i)}$ で表現する。曲げ変形が生じたときの厚さ方向にわたってのひずみ分布について、はり内では線形分布、圧電フィルム内では一様分布とする。

まず、式(1)に基づき、圧電フィルムが貼付されたはりの運動方程式を導出する。ここで、圧電フィルムの厚さは非常に薄いので、解析において接着層の影響を評価しておく必要があるものと思われる。式(1)を用い、Crawley と de Luis の定式化⁽⁹⁾を参照すれば、接着層の影響を考慮したはり表面のひずみ ϵ_B^s と圧電フィルムのひずみ ϵ_c は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \epsilon_c \\ \epsilon_B^s \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} B_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} B_2 \bar{x} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{\phi}{a} \\ 1 \end{bmatrix} B_3 \sinh(\Gamma \bar{x}) + \begin{bmatrix} -\frac{\phi}{a} \\ 1 \end{bmatrix} B_4 \cosh(\Gamma \bar{x}) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ϕ ははりと圧電フィルムの剛性比を表すパラメータ、 Γ は無次元化ひずみ伝達パラメータ、 $\bar{x}$ は圧電フィルムの中心を原点とする無次元化局所座標である。また、パラメータ a は曲げ変形の場合 $a=6$ であり、 $B_1 \sim B_4$ は圧電フィルム両端でのひずみの境界条件によって決まる定数である。はりに加わるモーメント M は次式のように整理される。

$$\begin{aligned} M^{(i)} &= -E_B t_B b \frac{\bar{G}}{\bar{E} \bar{t}_s \Gamma} \left[\frac{\epsilon_B^{s+} - \epsilon_B^{s-}}{2} \frac{\cosh \Gamma \bar{x}}{\sinh \Gamma} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\epsilon_B^{s+} + \epsilon_B^{s-}}{2} - \frac{1}{2} \Lambda^{(i)} \right) \frac{\sinh \Gamma \bar{x}}{\cosh \Gamma} \right] \\ &(x_1^{(i)} \leq x \leq x_2^{(i)}) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 E_B , t_B , b はそれぞれ、はりのヤング率、厚さ、幅であり、 ϵ_B^{s+} , ϵ_B^{s-} はそれぞれフィルムの両端位置 $x = x_1^{(i)}$, $x_2^{(i)}$ でのはり表面のひずみである。また、 $\bar{G}$, $\bar{E}$, $\bar{t}_s$ はそれぞれ、接着層の横弾性係数、はりのヤング率、接着層の厚さに対応する無次元化パラメータである。 $\Lambda^{(i)}$ は圧電ひずみを表し、アクチュエータに加えられる電圧 $V_A^{(i)}$ と次式の関係で結ばれる。

$$\Lambda^{(i)} = \frac{d_{31}}{t_c} V_A^{(i)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 t_c は圧電フィルムの厚さである。はりと圧電フィルムの完全接着を仮定した場合、はりに加わるモーメントは次式となる。

$$M^{(i)} = E_B t_B^2 b \frac{1}{\alpha + \phi} \left\{ \left[\frac{\epsilon_B^{s+} + \epsilon_B^{s-}}{2} + \frac{\epsilon_B^{s+} - \epsilon_B^{s-}}{2} \bar{x} \right] \right.$$

$$-\frac{1}{2}A^{(i)}\{\delta(x-x_1^{(i)})-\delta(x-x_2^{(i)})\} \quad \cdots \cdots (6)$$

ここで、 $\delta(\cdot)$ は Dirac のデルタ関数である。このモーメント $M^{(i)}$ を用いればはりの運動方程式は次式となる⁽¹⁰⁾。

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + E_B I \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{i=1}^N M^{(i)} \right) = 0 \quad \cdots \cdots (7)$$

ここで、 N はセンサ/アクチュエータの数であり、 u は曲げ変位、 ρ, A, I はそれぞれ、はりの密度、断面積、断面二次モーメントである。

次に、式(2)に基づき、センサ出力式を導出する。電気変位ベクトルを $\{D\}$ を零とおけば、開ループの場合の式、すなわち次式が得られる。

$$\{E\} = -[\varepsilon]^{-1} \{d\} \{T\} \quad \cdots \cdots (8)$$

このうち、本研究で考慮する z 方向の成分 E_z は、

$$E_z = -\frac{d_{31} E_c}{\varepsilon} \varepsilon_c \quad \cdots \cdots (9)$$

ここで、 E_c と ε は圧電フィルムのヤング率および誘電率である。圧電フィルム中の電気ポテンシャル Φ は電界 E_z を厚さ方向に積分した値に等しく、次式となる。

$$\Phi = \int_z E_z dz = -\frac{d_{31} E_c}{\varepsilon} \varepsilon_c t_c \quad \cdots \cdots (10)$$

これを圧電フィルムの全表面について平均すれば、センサ出力電圧 $V_s^{(i)}$ が求められる。

$$V_s^{(i)} = \frac{1}{S^{(i)}} \int_s \Phi ds = \frac{1}{L^{(i)}} \int_0^L \Phi dx \quad \cdots \cdots (11)$$

ここで、 $S^{(i)}$ はセンサの表面積、 $L^{(i)}$ は圧電フィルムの長さである。式(11)に式(10)を代入し、完全接着の場合について、 $V_s^{(i)}$ を計算すれば、結果は次式となる。

$$V_s^{(i)} = \frac{1}{2} \frac{t_c t_B}{L^{(i)}} \frac{d_{31} E_c}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x_1^{(i)}} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x_2^{(i)}} \right) \quad \cdots \cdots (12)$$

ただし、完全接着の場合には次式が成立することを用いた。

$$\varepsilon_c = \varepsilon_B^s = -\frac{t_B}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \cdots \cdots (13)$$

2.2 振動制御則および安定解析 知的構造物の開発を念頭におき、構造物中に内包されるセンサあるいはアクチュエータの数が非常に大きい場合か未知であるような状況をも想定するならば、振動制御則としてまず考えられるのは、Local Collocated Feedback、すなわち同位置に配置されたセンサとアクチュエータの組それぞれに対して負フィードバックを施すという分散形の制御手法であろう。本研究では、この代表例であり多くの振動モードに対して減衰効果を増大させることに有望な、次式の DVFB(直接速度フィードバック)型の振動制御則を導入する。

$$\{V_A\} = -g[I] \frac{d}{dt} \{V_s\} \quad \cdots \cdots (14)$$

ここで、 $\{V_A\}$ はアクチュエータに入力される電圧、 g はフィードバックゲイン、 $[I]$ は単位行列を表す。

DVFB 型の振動制御則が制御系の安定性を保証することはよく知られた事実であるが⁽¹¹⁾、これは従来のように構造物中の一点を観測し、一点に制御入力を負荷するという、いわゆるポイントセンサ/ポイントアクチュエータを用いた場合に得られている結論である。そこで、本研究のように分布形状をもつセンサ/アクチュエータを用いた系に対しても DVFB 型制御則により制御系が安定となることを示すために、リアプノフの直接法を適用する。リアプノフ関数は次式のように定義できる⁽¹²⁾。

$$L = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 \right] dx \quad \cdots \cdots (15)$$

この関数ははりの全エネルギーを表すものと解釈できる。 L を時間に関して微分すれば次式となる。

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \int_0^L \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dx \quad \cdots \cdots (16)$$

右辺第2項に運動方程式(7)を代入し、さらに部分積分を実行すれば次式の形に整理される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} = & \int_0^L \left(1 - \frac{EI}{\rho A} \right) \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \\ & + \frac{C_A V_A}{\rho A} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \Big|_{x_1^{(i)}} - \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \Big|_{x_2^{(i)}} \right) \quad \cdots \cdots (17) \end{aligned}$$

ここで、 C_A は正の定数である。制御入力 V_A に関する項は右辺第2項のみにしか現れない。制御を施さない系は元来安定な系であるので、制御を施した場合に系が安定となる条件は、この右辺第2項が常に負となることである。式(12)および(14)より、式(17)の右辺第2項は常に負であることは容易に示されるので、式(14)で表される本制御則は、系のエネルギーを常に小さくする方向に作用することがわかり、したがって本制御系がリアプノフの意味で安定であることが示された。ここで注意しておくべきことが2点ある。まず、上記の定式化においてモード展開形は一切使用しておらず、したがって安定性に対して得られた上述の結果は全振動モードに対して有効であることである。次に、フィードバックゲインの大小にかかわらず制御系の安定性が保証されることである。これにより、後述する実験において矩形波に近い制御入力での駆動を行うことができた。

3. 数値解析法

はりの振動応答を数値解析によって求めるために、完全接着を仮定した場合の基礎方程式をモード展開

し、モード空間における定式化を行う。フィルムを貼付することによってはりのモード関数は変化しないものとし、はりの変位応答 u を次のように J 項で評価する。

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^J \phi_j(x) q_j(t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $\phi_j(x)$ は境界条件を一端固定、一端自由とするオイラー・ベルヌーイはりの正規化されたモード関数であり、 j はモード次数、 $q_j(t)$ は一般化座標である。各モードについてモード減衰比 ζ_j を考慮すれば、次式のように整理される。

$$\{\ddot{q}(t)\} + 2[\zeta][\Omega]\{\dot{q}(t)\} + [\Omega^2]\{q(t)\} = \{Q(t)\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\{Q(t)\} = - \sum_{i=1}^N \{Q^{(i)}\} A^{(i)} + \{Q_{\text{inp}}\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$Q_j^{(i)} = \frac{E_B t_B^2 b}{2(a + \phi)} [\phi'_j(x_2^{(i)}) - \phi'_j(x_1^{(i)})] \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $[\zeta]$ 、 $[\Omega]$ はそれぞれモード減衰比および固有振動数を成分とする対角行列であり、 $[\Omega]$ には、圧電フィルムをはりに貼付したことによる剛性の増加分が取込まれている。 $\{Q(t)\}$ は一般化力を表し、このうち $\{Q_{\text{inp}}\}$ は外部励振力に対する一般化力、 $\{Q^{(i)}\} A^{(i)}$ は i 番めのアクチュエータからの制御入力に対応する一般化力である。 $(\cdot)$ は x に関する微分を表す。本研究では、はりの先端に衝撃力が入力された場合の減衰自由振動を扱う。数値解析においては、4章で示す実験装置と同一のパラメータを使用し、衝撃入力は半波正弦波状衝撃入力で表現して、はりの先端変位、センサの

出力電圧、アクチュエータへの入力電圧の時刻歴応答をそれぞれ計算した。

4. 実験

実験装置のブロック図を図2に示す。アルミニウムはりに二対の長形状圧電フィルム(PVDF:ポリフッ化ビニリデン)センサ/アクチュエータを接着材により貼付した。ここで、根本側をセンサ1/アクチュエータ1、先端側をセンサ2/アクチュエータ2と呼ぶことにする。また、制御則を実装するための回路はアナログ回路により構成した。装置のパラメータを表1に示す。実験では、センサからの出力電圧をアナログ回路によって速度成分に変換し、高周波ノイズを除去するローパスフィルタ(カットオフ周波数3 kHz)を通した後、最大出力 ± 150 Vの高出力増幅器によって増幅され、対応するアクチュエータに電圧として入力した。はり先端への衝撃入力は、直径2 mmの鋼球をはり先端に衝突させることによって得られ、この入力方法によって3次までの振動モードが励起されることを確認した。実験および理論解析から得られた固有振動数を表2に示す。また、フィードバックゲイン g の値は30とした。

ここで、数値解析において、圧電フィルムとはりの間に完全接着を仮定したことの妥当性について検証しておく。式(3)の無次元化せん断変達パラメータ Γ の値が30以上であれば、接着層のせん断変形は微小となるため完全接着と仮定できることが報告されている⁽⁹⁾。本実験におけるパラメータ Γ の値を計算する

Fig.2 Block diagram of experimental device

Table 1 Parameters of experimental devices

Young's modulus of beam	$E_B = 5.10 \times 10^1$ [GPa]
Length of beam	$l = 2.15 \times 10^{-1}$ [m]
Width of beam	$b = 3.0 \times 10^{-2}$ [m]
Thickness of beam	$t_B = 1.0 \times 10^{-3}$ [m]
Density of beam	$\rho = 2.68 \times 10^3$ [kg/m ³]
Piezoelectric constant	$d_{31} = 21.0 \times 10^{-12}$ [C/N]
Thickness of film	$t_C = 27.0 \times 10^{-6}$ [m]
Young's modulus of film	$E_C = 3.1$ [GPa]
Length of film	$L = 1.0 \times 10^{-1}$ [m]
Dielectric constant	$\epsilon_r = 13$

Table 2 Natural frequency of the beam

Mode number	Natural frequency [Hz]	
	Experiment	Theory
1	15.3	15.3
2	95.0	95.6
3	280.0	267.6

と63.3であり、これは上述の条件を満たす。したがって、完全接着を仮定したことは妥当であるといえる。

5. 実験結果と数値解析結果の比較および考察

励起されたすべての振動モードについての制振効果について検証するために、ここではおもにセンサ出力に着目した考察を行う。図3から8に、非制御時、および制御時のセンサ出力電圧、および制御時のアクチュエータへの入力電圧の時刻歴波形についての実験と理論の比較を示す。これらの図において、実験結果と計算結果はどの場合にも非常によく一致しており、本手法の有効性、および理論解析の妥当性が示された。図7(a)および図8(a)より、アクチュエータへの入力電圧は ± 150 Vで飽和し、矩形波に近い波形での駆動になっていることがわかる。この影響は数値解析においても考慮しており、同図(b)より応答波形のこれらの傾向についても実験と数値解析結果は一致している。よって最大出力を低めに設定し、矩形波に近い形の制御入力を用いた本手法によって、圧電フィルムを絶縁破壊に追い込むことなく、かつアクチュエータとしてのパワー不足を補うことができ、良好な制振効果

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 3 Output voltage of sensor 1 (without control)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 4 Output voltage of sensor 1 (with control)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 5 Output voltage of sensor 2 (without control)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 6 Output voltage of sensor 2 (with control)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 8 Voltage applied to actuator 2

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 7 Voltage applied to actuator 1

が得られていることがわかる。制振効果について具体的に検証すると、一次振動モードの応答に着目すれば、非制御時には振動が収まるまでに数十秒を要したのに対し、制御時には約 1.5 秒でほぼ完全に制振された。また、高次モードの挙動を観察するために、衝撃入力直後の時刻 0.2~0.35 s 近辺での非制御時、制御時の応答波形の一例として、センサ 2 の出力波形を示したのが図 9 および 10 である。ここで、図 10 の時刻 0.25 s 以降に存在する長周期の振動は 1 次の振動モードに対応している。これらの図から、2 次および 3 次の各振動モードに対しても制御効果が得られていることがわかり、本手法がマルチモード振動制御に対して有効であることが示された。この場合、圧電フィルムの貼付位置の関係から、センサ 1/アクチュエータ 1 はおもに一次および三次モード、センサ 2/アクチュエータ 2 はおもに二次および三次モードに対してそれぞれ制御効果を発揮している。

しかしながら、本実験装置を用い、ローパスフィルタのカットオフ周波数を通常より高周波とすることで制御の帯域を拡張して、より高次の振動モードを制御しようとしたところ、1 次の伸び振動モード周波数付近において制御系が不安定となる現象が観測され

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 9 Output voltage of sensor 2 (without control)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 10 Output voltage of sensor 2 (with control)

た。これは、制御回路に含まれるローパスフィルタの働きにより当該周波数においては位相特性の逆転が起こっており、制御デバイスが逆に伸び振動を励起する働きを生じていることが原因であると思われる。よって、本手法に基づきさらに広帯域に渡っての制振を指向するならば、本解析ではモデル化されていない伸び振動のような運動についても何らかの形で考慮することが必要であることもわかった。

6. 結 言

本論文では、同一サイズの圧電フィルムの組をセンサおよびアクチュエータとして用いた、片持ばりのマルチモード振動制御について理論と実験の両面から検討した。知的構造を開発するという観点から、圧電フィルムセンサ/アクチュエータについてコロケーションが成立する場合を考え、接着層の影響をも考慮した基礎方程式を導出するとともに、DVFB型の振動制御則を導入し、制御系の安定性について解析的に証明した。はりの先端に衝撃入力に加わる場合の減衰自由振動について数値解析および実験を行った結果、両者はよく一致し、また、励起された1次から3次までの振

動モードすべてについて制御効果が確認された。また、制御帯域のさらなる拡張のためには、伸び振動のような、本研究のモデル化では考えていない運動に対しても考慮する必要があることもわかった。

文 献

- (1) Rao, S. S. and Sunar, M., *Appl. Mech. Rev.*, **47**-4 (1994), 113-123.
- (2) Crawley, E. F., *AIAA J.*, **32**-8 (1994), 1689-1699.
- (3) 谷順二, 機論, **60**-576, C (1994), 2518-2525.
- (4) Lee, C. K. and Moon, F. C., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **57** (1990), 434-441.
- (5) Tzou, H. S., *Piezoelectric Shells*, (1993), 115-154, Kluwer Academic.
- (6) 谷順二・ほか3名, 機論, **60**-570, C (1994), 438-442.
- (7) 谷順二・ほか3名, 機論, **60**-570, C (1994), 443-449.
- (8) Qiu, J. and Tani, J., *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, **6** (1995), 474-481.
- (9) Crawley, E. F. and de Luis, J., *AIAA J.*, **25**-10 (1987), 1373-1385.
- (10) Colin, J. P., ほか2名, *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, **3** (1992), 3-16.
- (11) Balas, M., *J. Guid. Contr.*, **2**-3 (1981), 252-253.
- (12) Bailey, T. and Hubbard Jr., J. E., *J. Guid. Contr. Dyn.*, **8**-5 (1985), 605-611.