形状記憶合金の現象論的多軸構成モデルとその応用*

(第 1 報, 多軸表現の比較と TiNi-SMA モデルへの一般化)

河 井 昌 道^{*1}, 小 川 久 雄^{*2}
Vijayan BABURAJ^{*3}, 古 賀 達 蔵^{*1}

A Phenomenological Multiaxial Constitutive Model for Shape Memory Alloys and Its Application (1st Report, Comparison Between Multiaxial Formulations and an Extension to TiNi-SMA Model)

Masamichi KAWAI, Hisao OGAWA,
Vijayan BABURAJ and Tatsuzo KOGA

A multiaxial constitutive model to describe the pseudoelastic and shape-memory behavior for TiNi shape memory alloys has been developed from a phenomenological point of view. The rhombohedral and martensitic phase transformations of TiNi shape memory alloys have been taken into account. A generalized expression for the transformation strain range which depends on applied stress and current phase volume fraction has been proposed to obtain closed hysteresis loops for closed cyclic loading paths. The predictive capability of the present model for the hysteretic behavior of TiNi shape memory alloys has been demonstrated through simulations of the stress-strain curves under isothermal uniaxial and multiaxial loading-unloading cycles. A comparison between existing constitutive models for shape memory alloys has been also presented.

Key Words: Shape Memory Alloy, Multiaxial Constitutive Model, Phenomenological Theory, Phase Transformation, Rhombohedral Transformation, Martensitic Transformation, TiNi, Pseudoelasticity, Smart Structures

1. 緒 言

形状記憶合金(SMA)が, スマート構造を実現するための機能性素材の有力な候補となり得ることから, その工学的な応用技術の進展に大きな期待が寄せられている^{(1)~(5)}. SMA を用いたスマート構造あるいはスマート複合材料を設計・開発する場合, SMA 構成要素あるいは SMA 材料要素の多軸応力条件における変形挙動を知る必要がある. SMA の巨視的な変形挙動は, 熱・力学的な相変態機構におもに支配されるもので, 形状記憶効果と超弾性挙動によって特徴付けられる^{(6)~(8)}. したがって, スマート特性の発現に関する詳細解析に基づいて SMA スマート構造を最適設計するためには, SMA の熱・力学的相変態機構による形状記憶効果と超弾性挙動を精度よく記述し得る多軸構成モデルを定式化することが重要な課題となる.

SMA の形状記憶効果と超弾性挙動に関する現象論的なモデル化は, 単軸応力条件について, 田中ら^{(9)~(11)}をはじめとする多くの研究者により検討されてき

た^{(12)~(16)}. しかし, SMA の多軸構成モデルの定式化に関する研究は, SMA のスマート構造への応用に関心が寄せられて間もないこともあり, まだ多くは報告されていない. Liang と Rogers⁽¹⁷⁾ は, 古典塑性理論の手法と田中モデルを基礎に, マルテンサイト変態(M 変態)に対する多軸構成式を提案し, この問題の解決に向けて先鞭をつけた. Liang と Rogers の多軸構成モデルでは, M 変態による弾性係数の変化が考慮されていない. この研究に続いて, Boyd と Lagoudas⁽¹⁸⁾ は, M 変態に伴う熱・弾性特性の変化を考慮した新しい増分形多軸構成モデルを提案した. Boyd と Lagoudas⁽¹⁸⁾ の SMA 構成モデルは, von Mises の相当応力を用いた増分形塑性理論に類似の枠組みを有しているため, 形式上, 実用数値構造解析に容易に応用することができる. その後, Barrett⁽¹⁹⁾ および Delobelle と Lexcelent⁽²⁰⁾ によっても多軸 SMA 構成モデルの定式化が議論されている. 相変態挙動に関する定式化の現状を, Fischer らによるレビュー⁽²¹⁾に見ることができる.

SMA の多軸変態挙動に関する実験データ⁽²²⁾⁽²³⁾は, 現時点においてまだ十分には報告されていない. このため, 多軸変態挙動を規定する応力-ひずみ関係式と応力規準の表現については不明点が残されている. し

* 原稿受付 1997 年 3 月 18 日.

^{*1} 正員, 筑波大学構造工学系 (〒305 つくば市天王台 1-1-1).

^{*2} 筑波大学大学院.

^{*3} 筑波大学構造工学系.

かし、一方で、単軸応力条件における SMA の応力-ひずみ関係が多数報告されるようになったことから、いくつかの仮定の下に定式化された現象論的 SMA 構成モデルに対し、これに含まれる材料定数および材料パラメータの多くを報告された実験結果に基づいて決定できる環境が次第に整備されつつある。したがって、既存の限られた情報の範囲内ではあるが、単軸構成モデルの多軸構成モデルへの一般化あるいは多軸 SMA 構成モデルの新たな定式化について基礎研究を積極的に推進し、さらにその応用として SMA を用いたスマート構造あるいはスマート複合材料の性能と有効性をシミュレーションにより評価することは、SMA 応用技術の今後の発展を促進する上で、工学的に意義のあることと考えられる。

工学的に应用可能な SMA の内で、TiNi-SMA が機械的特性に優れている。TiNi-SMA においては、特定の温度範囲において、M 変態だけでなく、これに先だって菱面体相変態(R 変態)が生じる⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾。R 変態は低応力で生じることから、より安定な形状記憶挙動が期待される。M 変態と R 変態が引き続いて現れる場合、応力-ひずみ関係も大きな影響を受ける。TiNi-SMA (粒子、繊維)を用いた複合材料を解析に基づいて設計する場合、M 変態と R 変態の両方を記述し得る多軸構成モデルの定式化が不可欠の要件となる。しかし、これまでのところ、R 変態と M 変態を同時に含む多軸 SMA 構成モデルはまだ報告されていない。

本研究は、SMA を利用したスマート複合材料の設計解析モデルの開発と応用を目指すものである。この報告では、最初の段階として、SMA 単体の多軸変態挙動を現象論的に記述するための構成モデルについて検討する。まず、これまでに提案されている現象論的な SMA 構成モデルとして、田中モデル⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾、Liang-Rogers の多軸構成モデル⁽¹⁷⁾ および Boyd-Lagoudas の多軸構成モデル⁽¹⁸⁾ を取上げ、単軸表示と多軸表示の特徴について詳細な比較を行う。さらに、この比較に基づいて、一つの一般化された変態ひずみ範囲の表示を提案する。次に、TiNi-SMA の R 変態と M 変態を記述するための多軸構成モデルを、Boyd-Lagoudas の構成モデルの簡単な拡張に基づいて定式化する。最後に、等温状態で単軸および多軸負荷-除荷を受ける TiNi-SMA の応力-ひずみ応答を、定式化した SMA 構成モデルによってシミュレーションし、その特徴を明らかにする。

2. 形状記憶合金に対する従来の現象論的構成モデル

2.1 単軸 SMA モデル

2.1.1 田中の単軸マルテンサイト変態モデル

オーステナイト相(A 相)から M 相への変態、およびこの逆向きの相変態に対して、田中の単軸構成モデルは、

$$\sigma = D\epsilon + \theta \dot{T} + \Omega \dot{\xi} \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表示される⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。ここで、 σ, ϵ, T は応力、微小全ひずみおよび絶対温度であり、 ξ は M 相の体積分率を表す。係数 D, θ, Ω は、それぞれ、弾性係数、熱膨張係数、および M 変態に関する変態係数を表す。M 相の体積分率の発展式には、指数関数形の Magee モデル⁽²⁴⁾ を拡張した表示が仮定されている。

2.1.2 Liang-Rogers の単軸マルテンサイト変態モデル

Liang と Rogers は、田中の増分形単軸構成モデルに含まれる係数を一定値と仮定して積分し、次のような有限形式による表示

$$\sigma = D\epsilon + \theta \Delta T + \Omega \xi + S_0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

を導いた⁽¹²⁾。ここで、 $\Delta T = T - T_0$ 、 T_0 は基準温度である。また、 S_0 は積分開始状態の値を用いて

$$S_0 = \sigma_0 - D\epsilon_0 - \Omega \xi_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

と表現できる。変態生成相の体積分率の発展式には、正弦関数を用いた表示が与えられている。

2.1.3 田中の単軸菱面体・マルテンサイト変態モデル

機械的特性に優れる TiNi-SMA は、特定の温度範囲において、M 変態だけでなくこれに先だって R 変態を伴う⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾。

田中モデルには、R 変態を含む場合の単軸表示も与えられており、形式的に、

$$\sigma = D\epsilon + \theta \dot{T} + K \dot{z} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と書かれる。変態項は、

$$K \dot{z} = \begin{cases} \Omega \dot{\xi} & (\text{M-phase}) \\ \Psi \dot{\eta} & (\text{R-phase}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を表す。ここで、 η は R 相の体積分率であり、 Ψ は R 変態に関する変態係数を表す。

2.2 多軸 SMA モデル

2.2.1 Liang-Rogers の多軸マルテンサイト変態モデル

Liang-Rogers は、多軸応力条件について、次の表示を与えた⁽¹⁷⁾。

$$\sigma_{ij} = \frac{3}{(1+\nu)^2} \frac{e_{ij}}{\epsilon_e} [D\dot{\epsilon}_e + \theta \dot{T} + \Omega \dot{\xi}] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ν はポアソン比を、 e_{ij} は偏差全ひずみを表す。また、 ϵ_e は全ひずみに関する相当ひずみで、

$$\varepsilon_e = \frac{3}{2(1+\nu)} \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad (7)$$

により定義される。以後、下付き記号 e は von Mises の相当量(相当応力, 相当ひずみ)を表すものとする。

この多軸構成モデルの特徴を理解するために、多軸比例変形を考える。SMA を等方性材料と仮定した場合、比例変形の条件から、ひずみ方向とひずみ速度方向は一致する。したがって、式(6)は、

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{3}{(1+\nu)^2} \left[D \dot{e}_{ij} + (\theta \dot{T} + \Omega \dot{\xi}) \frac{e_{ij}}{\varepsilon_e} \right] \quad (8)$$

と表現できる。

いま、等温過程で応力速度が十分に小さい場合、すなわち弾性ひずみ速度が全ひずみ速度に比べて十分に小さい場合を考えると、式(8)から、

$$\dot{e}_{ij} \cong -\frac{\Omega}{D} \dot{\xi} \frac{e_{ij}}{\varepsilon_e} \quad (9)$$

の近似が得られる。さらに、 $\nu=0.5$ (非圧縮)で、全ひずみ変態ひずみ(偏差ひずみ) ε_{ij}^{tr} と同程度の大きさであると仮定すれば、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{tr} \cong -\frac{\Omega}{D} \dot{\xi} \frac{\varepsilon_{ij}^{tr}}{\varepsilon_e} \quad (10)$$

となる。

等方性材料の比例変形を考えているから、この条件下に限って、変態(偏差)ひずみと偏差応力(s_{ij})は共軸となり、式(10)を、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{tr} \cong -\frac{3}{2} \frac{\Omega}{D} \dot{\xi} \frac{s_{ij}}{\sigma_e} \quad (11)$$

と書くこともできる。この共軸関係は、Leblond らが変態塑性モデルの定式化において仮定したものとも一致する⁽²⁵⁾。

2・2・2 Boyd-Lagoudas の多軸マルテンサイト変態モデル この SMA 構成モデルで使用される変態ひずみ速度の表示は、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{tr} = \Lambda_{ij} \dot{\xi} \quad (12)$$

によって与えられる⁽¹⁸⁾。ここで、

$$\Lambda_{ij} = \begin{cases} HN_{ij}^g, & \dot{\xi} > 0 \\ HN_{ij}^e, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$N_{ij}^g = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sigma_e} \quad (14)$$

$$N_{ij}^e = \frac{\varepsilon_{ij}^{tr}}{\varepsilon_e} \quad (15)$$

を表す。式(13)に含まれる記号 H は、 $\xi=1$ に対応する最大(等温)変態ひずみ範囲と解釈できる。

A 相と M 相の弾性および熱膨張テンソルは、等方性を仮定して、

$$C_{ijkl} = C_{ijkl}^A + \xi(C_{ijkl}^M - C_{ijkl}^A) \quad (16)$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^A + \xi(\alpha_{ij}^M - \alpha_{ij}^A) \quad (17)$$

と表現される。

線形 Hooke 則を仮定した場合、SMA の応力-ひずみ関係は、

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}(\dot{\varepsilon}_{kl} - \alpha_{kl}\dot{T}) + Q_{ij}\dot{\xi} \quad (18)$$

によって与えられる。ここで、

$$Q_{ij} = (C_{ijkl}^M - C_{ijkl}^A)\varepsilon_{kl}^e - C_{ijkl}(\alpha_{kl}^M - \alpha_{kl}^A)\Delta T - C_{ijkl}\Lambda_{kl} \quad (19)$$

である。式(19)の ε_{ij}^e は弾性ひずみを表す。

3. 変態ひずみ範囲の記述に関する比較

SMA の応力-ひずみ関係に関連する試験データは、田中の単軸構成モデルに含まれる係数あるいはパラメータに対応付けて整理・公表されることが多い。このため、新しく提案された SMA 構成モデルの材料係数について、このように整理された実験データとの対応を明確にしておくことは実用上重要と考えられる。

Boyd-Lagoudas モデルの単軸応力表現を求めると、

$$\dot{\varepsilon}_{11} = C_{11kl}^{-1}(\dot{\sigma}_{kl} - Q_{kl}\dot{\xi}) + a_{11}\dot{T} \quad (20)$$

となる。この単軸構成関係と田中モデルを比較した場合、

$$C_{11kl}^{-1}Q_{kl} \leftrightarrow \frac{\Omega}{D} \quad (21)$$

の対応関係のあることがわかる。

さらに詳しく比較するため、具体的な表現を求め。まず、各相が等方弾性を示すと仮定した場合、一般に、

$$C_{ijkl}^{-1}Q_{kl} = \frac{\kappa^M - \kappa^A}{3[\kappa(\xi)]^2} \sigma_m \delta_{ij} + \frac{\mu^M - \mu^A}{2[\mu(\xi)]^2} s_{ij} - (\alpha_{ij}^M - \alpha_{ij}^A)\Delta T - \Lambda_{ij} \quad (22)$$

が成立する。ここで、 $\kappa(\xi)$ および $\mu(\xi)$ はそれぞれ体積弾性係数とせん断弾性係数を表し、式(16)、(17)と同様の複合則によって表現される。なお、 σ_m と δ_{ij} はそれぞれ平均応力($\sigma_{aa}/3$)と Kronecker のデルタを表す。

単軸応力条件において、式(21)の対応を考慮すれば、変態ひずみ範囲 H は、

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} &= H \\ &= -\frac{\Omega}{D} + \left[\frac{\kappa^M - \kappa^A}{9[\kappa(\xi)]^2} + \frac{\mu^M - \mu^A}{3[\mu(\xi)]^2} \right] \sigma \\ &\quad - (\alpha^M - \alpha^A)\Delta T \end{aligned} \quad (23)$$

と表現できる。

A 相と M 相のポアソン比が等しい($\nu^A \cong \nu^M$)と仮定した場合、単軸変態ひずみ範囲 H は、

$$H \cong -\frac{\Omega}{D} + \frac{E^M - E^A}{[E(\xi)]^2} \sigma - (\alpha^M - \alpha^A)\Delta T \quad (24)$$

と表示することができる。ここで、

$$E(\xi) = E^A + \xi(E^M - E^A) \quad (25)$$

である。

式(24)は、熱膨張、作用応力および弾性係数変化に伴うひずみについて修正を施した変態ひずみ範囲を与える。すなわち、実験データから、一定平均弾性係数を仮定して田中モデルの変態ひずみ範囲($-\Omega/D$)を求めた場合、この情報を Boyd-Lagoudas モデルにおいても有効に利用するためには、変態過程中的熱膨張、作用応力および弾性係数変化が変態ひずみ範囲に与える影響について修正を施す必要がある。

本研究では、上記の考察から、変態ひずみ範囲 H に対する一つの一般的表現として、

$$H^* = -\frac{\Gamma}{E(\xi)} + \frac{E^M - E^A}{[E(\xi)]^2} F(\sigma_{ij}) - (\alpha^M - \alpha^A) \Delta T \quad \dots\dots\dots (26)$$

を考える。簡単のため、 $F(\sigma_{ij})$ に von Mises の相当応力を仮定して、

$$H^* = -\frac{\Gamma}{E(\xi)} + \frac{E^M - E^A}{[E(\xi)]^2} \sigma_e - (\alpha^M - \alpha^A) \Delta T \quad \dots\dots\dots (27)$$

のように具体化する。なお、 $\Gamma/E(\xi) = \Omega/D$ とおけば、単軸応力状態に対して、式(24)が得られる。

変態ひずみ範囲の表現に式(26)、(27)のいずれかを用いる場合、M 変態に対する田中モデルと Boyd-Lagoudas モデルのいずれとも異なる SMA 構成モデルを考えることになる。

4. TiNi-SMA の R 変態と M 変態挙動に対する現象論的構成モデル

R 変態は、TiNi-SMA に特有の現象であり、特定な条件下で M 変態の前に現れる^{(6)~(8)}。TiNi-SMA の M 変態と R 変態に対して、単軸構成モデルが林らによって議論されている⁽¹¹⁾。ここでは、M 変態と R 変態の両方を考慮した多軸構成モデルの定式化について議論する。

4・1 変態ひずみ速度式 SMA の弾性テンソルと熱膨張テンソルを、

$$C_{ijkl}^{x-y} = C_{ijkl}^x + z(C_{ijkl}^y - C_{ijkl}^x) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\alpha_{ij}^{x-y} = \alpha_{ij}^x + z(\alpha_{ij}^y - \alpha_{ij}^x) \quad \dots\dots\dots (29)$$

によって表現する。ここで、指標 (x, y, z) は、それぞれ (A, R, η) 、 (R, M, ξ) 、 (M, A, ξ) の組合せを表す。

変態ひずみ速度には、Boyd と Lagoudas によって提案された表現、

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{tr(x-y)} = \Lambda_{ij}^{x-y} \dot{z} \quad \dots\dots\dots (30)$$

を仮定する。ここで、

$$\Lambda_{ij}^{x-y} = \begin{cases} H^{x-y} N_{ij}^{\sigma}, & \dot{z} > 0 \\ H^{x-y} N_{ij}^{\varepsilon}, & \dot{z} < 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots (31)$$

であり、記号 H^{x-y} は R 変態および M 変態過程において、 $z=1$ に対応する最大(等温)変態ひずみ範囲を表す。

前述の考察に基づいて、この研究では、

$$H^{x-y} \equiv H^{*x-y} \\ = -\frac{\Gamma}{E(z)} + \frac{E^y - E^x}{[E(z)]^2} \sigma_e - (\alpha^y - \alpha^x) \Delta T \quad \dots\dots\dots (32)$$

を考える。ここで、

$$E(z) = E^x + z(E^y - E^x) \quad \dots\dots\dots (33)$$

である。また、 Γ は、

$$\Gamma = \begin{cases} \Psi', & z = \eta \\ \Omega', & z = \xi \end{cases} \quad \dots\dots\dots (34)$$

を表す。

各相の弾性テンソルが一定で、線形 Hooke 則の成立を仮定した場合、SMA の応力-ひずみ関係は、

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^{x-y} (\dot{\varepsilon}_{kl} - \alpha_{kl}^{x-y} \dot{T}) + Q_{ij}^{x-y} \dot{z} \quad \dots\dots\dots (35)$$

によって与えられる。ここで、

$$Q_{ij}^{x-y} = (C_{ijkl}^y - C_{ijkl}^x) \varepsilon_{kl}^e - C_{ijkl}^{x-y} (\alpha_{kl}^y - \alpha_{kl}^x) \Delta T \\ - C_{ijkl}^{x-y} \Lambda_{kl}^{x-y} \quad \dots\dots\dots (36)$$

である。

4・2 変態条件 多軸応力条件下における変態生成相の体積分率の発展式は、林ら⁽¹¹⁾の単軸表現を von Mises の相当応力を用いて多軸に拡張した関係式により表現できるものと仮定する。これは、M 変態における体積変化と変態温度に与える静水圧の影響があまり大きくないこと⁽¹⁷⁾⁽²⁶⁾による。

まず、R 相の体積分率 η の発展式は、正変態 ($M_s^R \leq T \leq M_f^R$) と逆変態 ($A_s^R \leq T \leq A_f^R$) に対して、それぞれ、次のように規定される。

$$\dot{\eta} = b_M^R c_M^R \dot{T} - b_M^R \dot{\sigma}_e \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\dot{\eta} = -b_A^R c_A^R \dot{T} + b_A^R \dot{\sigma}_e \quad \dots\dots\dots (38)$$

M 相の体積分率 ξ の発展式は、正変態 ($M_f \leq T \leq M_s$) と逆変態 ($A_s \leq T \leq A_f$) について、それぞれ、次式で与えられる。

$$\frac{\dot{\xi}}{1-\xi} = b_M c_M \dot{T} - b_M \dot{\sigma}_e \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$-\frac{\dot{\xi}}{\xi} = b_A c_A \dot{T} - b_A \dot{\sigma}_e \quad \dots\dots\dots (40)$$

これらの発展式に含まれる係数 b_M , c_M , b_A , c_A , b_M^R , c_M^R , b_A^R , c_A^R は材料定数である。また、 M_s , M_f , A_s , A_f および M_s^R , M_f^R , A_s^R , A_f^R は、それぞれ無応力下における M 相および R 相の正変態と逆変態の開始温度と終了温度を表す。

同様に、R 変態および M 変態の開始および終了応力についても、von Mises の相当応力を用いて多軸状

態へ拡張した表現を使用する。林ら⁽¹¹⁾に従い、 $T < M_s^R$ あるいは $T \leq A_s^R$ に対する R 相の変態開始応力 (σ_{M0}^R) と変態終了応力 ($\sigma_{A0}^R - 1/b_A^R$) は一定とする。また、逆変態に対するそれら ($\sigma_{A0}^R, \sigma_{M0}^R - 1/b_M^R$) も一定であると仮定する。これらの表現は、見かけ上、林らの報告⁽¹¹⁾に記載されているものと同じになるのでここでは省略する。

4.3 SMA モデルの特徴 ここで議論した SMA 構成モデルの新規性は、TiNi-SMA の R 変態と M 変態の両方を考慮した多軸構成モデルであること、温度および作用応力が変態ひずみ範囲に与える影響を考慮していること、ならびに変態過程の弾性係数の変化を全過程にわたって考慮していることにある。ただし、基本的な定式化の枠組みは、田中モデルおよび Boyd-Lagoudas モデルに共通するものである。

なお、これらの SMA 構成モデルでは、ひずみ速度の影響が考慮されていない。しかし、TiNi-SMA の超弾性に与えるひずみ速度の影響はほとんどないことが Wu ら⁽²⁸⁾ によっては実験的に確かめられている。この実験事実から、等温条件の近似が成立する範囲内においては、SMA の熱・力学的挙動の解析にひずみ速度非依存型構成モデルを使用しても妥当な解析結果を期待することができる。

5. 計算結果

5.1 材料定数 TiNi-SMA の R 変態および M 変態の発展式に含まれる材料定数には、林ら⁽¹¹⁾が TiNi-SMA について求めた値を使用した。表1と表

Table 1 Material constants for martensitic transformation of TiNi

b_M 1/MPa	c_M MPa/K	b_A 1/MPa	c_A MPa/K	M_s K	A_s K
-0.132	6.125	0.132	8.8	272.5	318

Table 2 Material constants for rhombohedral transformation of TiNi

b_{M1}^R 1/MPa	b_{M2}^R 1/MPa	c_M^R MPa/K	b_A^R MPa/K	c_A^R MPa/K	M_s^R K	A_s^R K	σ_{M0}^R MPa	σ_{A0}^R MPa
0.094	-0.028	15.2	0.025	17.4	317.0	318.0	25	5

Table 3 Mechanical properties for TiNi

α^M μ/K	α^R μ/K	α^A μ/K	ν	E^A GPa	E^M GPa	E^R GPa
6.6	6.6	11.0	0.33	80.0	30.0	80.0

2に、変態挙動に関連する材料定数をまとめて示す。各相の弾性定数は不明であったため、これまでの研究に用いられた値を参考に、表3に示す弾性定数、熱膨張係数およびポアソン比の値を仮定した。

変態ひずみ範囲を規定する係数 Γ の温度依存性については、林らの試験結果⁽¹¹⁾に基づいて、次のように仮定した。

$$R \text{ 変態: } \Psi' = 6.49T - 2286 \quad (41)$$

$$M \text{ 変態: } \Omega' = -6T - 700 \quad (42)$$

5.2 単軸シミュレーションの結果 まず、林ら⁽¹¹⁾が TiNi-SMA を用いて行った等温単軸応力試験に対応する解析を行う。

図1に、 $T = 303 \text{ K}$ において引張負荷-除荷を与えた場合の応力-ひずみ挙動に関する計算結果を示す。この温度では、R 変態と M 変態がともに現れる。引張負荷を与えた後に完全除荷すると残留ひずみが生じる。図1では、M 変態が完全に終了するまで負荷されているが、この温度においては M 変態の途中で完全除荷しても同様に残留ひずみが生じる。

この残留ひずみは、加熱によって回復する形状記憶ひずみを表す。加熱によるひずみ回復を阻止した場合、回復応力が発生する。この回復応力を、アクチュエータ力、損傷修復力、あるいは圧縮残留応力場の形成による材料強化に有効に利用することが考えられている。

応力-ひずみ関係に与える R 変態の影響は明らかである。したがって、本構成モデルによって予測される応力-ひずみ関係は、R 変態を含まない SMA 構成モデルによるそれとは大きく異なることがわかる。

図2(a)~(c)は、 $T = 333 \text{ K}$ での単軸負荷-除荷による応力-ひずみ関係を、最大引張応力の大きさを変えてシミュレーションした結果である。TiNi-SMA

Fig. 1 Predicted uniaxial stress-strain curve for TiNi-SMA at 303 K

(a) $\sigma_{\max}=370$ MPa (b) $\sigma_{\max}=372$ MPa (c) $\sigma_{\max}=700$ MPa

Fig. 2 Predicted uniaxial stress-strain curve for TiNi-SMA at 333 K

は、この温度で超弾性挙動を示す。まず、図2(a)はR変態だけが生じる場合であり、負荷-完全除荷に対応して、小さなヒステリシスループを描いた後、ひずみは完全に回復する。図2(b)は、R変態終了に続くM変態過程の途中で除荷する場合の計算結果である。この場合、除荷過程に、まず残留R相の逆変態が生じ、これに続いてM相における逆変態の進行することが観察される。図2(c)の場合は、引張負荷によっ

Fig. 3 Predicted uniaxial stress-strain curve for TiNi-SMA at 353 K

てM変態が完全に終了しているの、除荷過程はM相の単相状態における弾性除荷とこれに続くM相の逆変態によって特徴付けられる。

図3は、 $T=353$ Kにおける応力-ひずみ関係の計算結果である。この温度においても、完全除荷によってひずみは完全に回復しており、TiNi-SMAは超弾性を示す。ただし、この温度では、R変態は起こらず、M変態だけによって超弾性挙動がもたらされる。

これらのシミュレーション結果は、林ら⁽¹¹⁾が求めたTiNi-SMAについての実験結果と良好な一致を示す。

シミュレーションに使用したSMA構成モデルでは、変態進展に伴う弾性特性の変化が考慮されている。このため、変態途中で除荷した場合の応力-ひずみ関係の傾きは最大ひずみとともに変化する。しかし、仮定したA相とR相、あるいはA相とM相の弾性係数の違いがあまり大きくないことから、単軸応力-ひずみ関係を全体的に見た限りにおいて、弾性特性変化を考慮したことの有効性は必ずしも明りょうではない。この結果、一定の弾性特性を仮定して田中モデルを適用した場合の解析結果⁽¹¹⁾とここに示した解析結果は、単軸挙動に関して、ほぼ同程度の記述精度と判断できる。

M変態のみを考慮したBoyd-Lagoudasモデルとの違いは明らかである。すなわち、図1および2に現れるR変態がTiNi-SMAの応力-ひずみヒステリシス挙動に与える影響は無視できるものではなく、TiNi-SMA挙動のモデル化に対してR変態とM変態の両方を考慮する意義は大きいと判断できる。

5・3 多軸シミュレーションの結果 この研究で議論したSMA構成モデルは、多軸形式を有するので、任意の多軸負荷に応用することができる。TiNi-

SMA に対する多軸応力試験の結果は、著者らの知る限り、まだ報告されていない。ここでは、シミュレーションの可能性を示す目的から、引張りとねじりによる組合せ負荷に対して2~3のモデル解析を行った。

まず、図4(a), (b)は、 $T=333\text{ K}$ において引張り-

ねじり比例負荷 [$\theta = \tan^{-1}(\sqrt{3}\tau/\sigma) = 30^\circ$] を与えた場合の各成分方向の応力-ひずみ関係を表す。これらの図から、各成分方向で、先に示した単軸 SMA 挙動と類似の結果が予測されている。図5(a), (b)は、二軸比例負荷 [$\theta = \tan^{-1}(\sigma_{22}/\sigma_{11}) = 30^\circ$] 条件に対す

(a) Axial stress-strain curve

(b) Torsional stress-strain curve

Fig. 4 Predicted stress-strain curves for TiNi-SMA at 333 K under tension-torsion proportional loading

(a) σ_{11} v. s. ϵ_{11}

(b) σ_{22} v. s. ϵ_{22}

Fig. 5 Predicted stress-strain curves for TiNi-SMA at 333 K under biaxial proportional loading

(a) Axial stress-strain curve

(b) Torsional stress-strain curve

Fig. 6 Predicted stress-strain curves for TiNi-SMA at 333 K under tension-torsion non-proportional loading

る計算結果である。この場合も、図4と同様の結果が得られる。なお、 $\theta=45^\circ$ の場合は、各成分方向の(相当)応力-ひずみ関係は一致する。最後に、引張り-ねじり非比例負荷に対する計算結果の一例を図6(a), (b)に示す。図4に示した比例負荷の場合とは異なり、成分方向の変態挙動の異なることがわかる。

多軸変態シミュレーションの精度については、今後、SMAの多軸試験に基づいて評価されなければならない。また、多軸SMA構成モデルにおいて仮定した多軸変態応力規準の適用範囲についても、TiNi-SMAの多軸試験に基づいてさらに検討する必要がある。

6. 結 言

形状記憶合金(SMA)の相変態に基づく応力-ひずみ挙動を現象論的に記述する多軸構成モデルについて検討した。まず、これまでに提案されている代表的な現象論的SMA構成モデルとして、田中の単軸構成モデル、LiangとRogersおよびBoydとLagoudasによる多軸構成モデルを取上げ、これらの本質的な違いを明らかにした。特に、田中モデルとBoyd-Lagoudasモデルにおける変態ひずみ範囲の取扱い方法を詳細に比較し、これに基づいて熱膨張、作用応力および弾性特性変化を考慮した変態ひずみ範囲の新たな表示を提案した。続いて、Boyd-Lagoudasモデルの簡単な拡張に基づき、TiNi-SMAの菱面体相変態とマルテンサイト変態を記述するための多軸構成モデルを定式化した。得られたTiNi-SMA構成モデルは、多軸モデルであること、変態に伴う弾性係数の変化を記述できること、ならびに作用応力と温度が変態ひずみ範囲に与える影響を考慮できることにおいて、これまでのSMA構成モデルとは明らかな違いを有する。最後に、異なる等温条件で単軸および多軸負荷-除荷サイクルを与えた場合の応力-ひずみ関係をシミュレーションし、提案したSMA構成モデルの適用可能性を検討した。

単一のマルテンサイト相が時効処理を受けた場合、本研究の対象とした超弾性とは異なるゴム状挙動(あるいはreorientation挙動)が現れる⁽²⁷⁾。一般的な熱・力学的負荷履歴を受けるSMAの変態挙動を精密に予測するためには、このような現象の記述も考慮した一層精密なモデル化を検討する必要がある。この問

題については、今後の課題とする。

文 献

- (1) Gandhi, M. V. and Thompson, B. S., *Smart Materials and Structures*, (1992), 192, Chapman & Hall.
- (2) Takagi, T., *Proc. Int. Symp. on Microsystems, Intelligent Materials and Robots*, (1995), 3-10.
- (3) 江川幸一, 機誌, **99**-929(1996), 239-245.
- (4) 福田武人, 日本複合材料学会誌, **22**-3(1996), 85-91.
- (5) 古屋泰文, インテリジェント材料, **5**-2(1995), 6-13.
- (6) 舟久保熙康編, 形状記憶合金, (1984), 1, 産業図書.
- (7) 田中喜久昭・戸伏壽昭・宮崎修一, 形状記憶合金の機械的性質, (1993), 7, 養賢堂.
- (8) Miyazaki, S., Otsuka, K. and Wayman, C. M., *Acta metall.*, **37**-7(1989), 1873-1889.
- (9) Tanaka, K., Kobayashi, S. and Sato, Y., *Int. J. Plasticity*, **2**(1986), 59-72.
- (10) Tanaka, K. (Hui, D. and Kozik, T. J.編), *Elastic-Plastic Failure Modelling of Structures With Applications*, PVP-Vol. 141(1988), 163-170.
- (11) 林 萍華・戸伏壽昭・田中喜久昭・服部丈晴・内野敬一, 機論, **60**-569, A(1994), 126-133.
- (12) Liang, C. and Rogers, C. A., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **1**-2(1990), 207-234.
- (13) Brinson, L. C., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **4**-2(1993), 229-242.
- (14) Ivshin, Y. and Pence, T. J., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **5**(1994), 455-473.
- (15) Abeyaratne, R. and Kim, S. J., *Int. J. Solids Struct.*, **31**-16(1994), 2229-2249.
- (16) Barrett, D. J., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **6**(1995), 329-337.
- (17) Liang, C. and Rogers, C. A., *AIAA-91-1165-CP*, (1991), 178-185.
- (18) Boyd, J. G. and Lagoudas, D. C., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **5**(1994), 333-346.
- (19) Barrett, D. J., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **6**(1995), 831-839.
- (20) Delobelle, P. and Lexcellent, C., *J. Physique IV, C1*, **6**(1996), 293-301.
- (21) Fischer, F. D., Sun, Q. P. and Tanaka, K., *Appl. Mech. Rev.*, **49**-6(1996), 317-364.
- (22) 徳田正孝・Sittner, P., 材料, **45**-5(1996), 527-536.
- (23) Rogueda, C., Lexcellent, C. and Bocher, L., *Arch. Mech.*, **48**-6(1996), 1025-1045.
- (24) Magee, L. C. (Aaronson, H. T.編), *Phase Transformations*, 115-156(1970), AMS.
- (25) Leblond, J. B., Devaux, J. and Devaux, J. C., *Int. J. Plasticity*, **5**(1989), 551-572.
- (26) Kakeshita, T., Yoshimura, Y., Shimizu, K., Endo, S., Akahama, Y. and Fujita, F. E., *Trans. JIM*, **29**-10(1988), 781-789.
- (27) Tsuchiya, K. and Marukawa, K., *J. Physique IV, C8*, **5**(1995), 901-905.
- (28) Wu, K., Yang, F., Pu, Z. and Shi, J., *J. Int. Mater. Syst. Struct.*, **7**(1996), 138-144.