反共振の自動探索と動吸振器による構造物の振動制御*

長 屋 幸 助^{*1}, 来 栖 明 法^{*2}
井 開 重 男^{*1}, 志 谷 佳 久^{*2}Method of Vibration Control of a Structure by Combining Auto-tuning
Control of Anti-resonance and Optimal Vibration AbsorbersKosuke NAGAYA, Akinori KURUSU,
Sigeo IKAI and Yoshihisa SHITANI

The vibrations of a structure having a vibration absorber without damper vanish at the anti-resonance frequency theoretically. Hence if the rigidity of the absorber is controlled to produce an anti-resonance state according to the forced frequency, the vibrations of the structure can be deleted for sinusoidal forces. However, external vibration force involves higher modes, in general, so the structure is excited by various frequencies. Hence it is difficult to delete the vibrations using the anti-resonance procedure. This paper presents a method to control vibration of structures by combining the auto-tuning control of anti-resonance and optimal dynamic absorbers. Theoretical results under the control have been presented. To validate the present method and the theoretical results, experimental tests have been performed.

Key Words: Vibration Control, Structure, Anti-resonance, Vibration Absorber, Auto-tuning

1. 緒 言

振動を受ける構造系の制振法としては古くから粘性動吸振器を用いた制振が行われてきた。しかしこの方法では広い周波数範囲で振動振幅を平滑化できるが、低周波数域の最大振幅倍率を1以下とはできない。一方、減衰なし動吸振器では強制振動数が反共振周波数と一致すると主振動体の振幅を理論的に零とできる特徴がある。しかし強制振動数が、それからわずかでも外れると倍率は急激に大きくなり共振時の振幅は極端に大きくなる欠点が存在する。従来このようなことから粘性のない動吸振器はほとんどかえりみられなかったが、近時メカトロニクスの発展に伴い、ばね定数を機械的、あるいは電磁力により制御した可変ばね定数形の動吸振器による反共振利用の制御法が松久らにより提案されている⁽¹⁾⁽²⁾。しかしこれらの研究では反共振を利用するため、粘性が少くなり、反共振以外の成分を含む加振源、すなわち加振源が純正弦波から外れる高次成分を含むパルス的な波とかノイズを含んだ波の場合には、高次モードの制振効果が極端に低下す

る。また動吸振器のばね定数の変化範囲も極端に大きく取るとは実際上困難であるので特別の場合を除き、ある程度剛性のある一般の機械・構造物では一次共振の乗り越しまでに用いられ、それ以上加速しようとする粘性が不足しているため二次振動数で共振し、二次の乗り越しが困難となるものと思われる。本研究ではこれらに鑑み、加振源が種々の周波数成分を含む一般入力であり、かつ高次共振の乗り越しのできる一般的な加速法を提案し、その理論的および実験的検討を行ったものである。本方法の原理は、構造系の二次モードの節に無減衰の可変ばね定数動吸振器(以下、可変剛性動吸振器と呼ぶ)を取付け、一次振動を反共振により制振し、二次振動以上のモードについては粘性動吸振器を取付け、可変剛性動吸振器の影響を二次に与えないようにし、かつ二次以上を粘性動吸振器で制振するものである。

2. 粘性動吸振器の設計法

図1に示すように構造物として可変剛性動吸振器とダンパを有する粘性動吸振器の取付けられた両端固定はりを制振対称構造物として取上げる。可変剛性動吸振器は二次モードへ影響を与えないように、二次モードの節の位置に取付ける。また粘性動吸振器は二次モ

* 原稿受付 1996年9月17日。

^{*1} 正員, 群馬大学工学部 (〒376 桐生市天神町 1-5-1)。^{*2} 群馬大学大学院。

Fig. 1 Geometry of a beam with vibration absorbers

ード以上の制振を目的とし、二次モードの腹の位置に取付ける。 m_j , k_j ($j=1, 2$), c_2 はそれぞれ粘性動吸振器の付加質量、ばね定数および減衰係数である。またはりの断面は一樣であるとし、左端から a の位置に周期的な横荷重 $f = F_0 e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$) が作用しているものとする。

2・1 吸振器を取付けた構造物の応答計算 はりの応答計算では、はりを多数の要素に分割し、伝達マトリックス法を適用する。周知のように、はり要素 j と $j-1$ の両端における状態量の関係を示す格間伝達マトリックスは次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} 1 & -L_j & \frac{L_j^2}{2EI_j} & \frac{L_j^3}{6EI_j} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-L_j}{EI_j} & \frac{-L_j^2}{2EI_j} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_{j-1} \quad \text{.....(1)}$$

ここに、 w , ϕ , T および Q はそれぞれたわみ、たわみ角、曲げモーメントおよびせん断力であり、 L_j , EI_j はそれぞれ j 番めのはり要素の格点長さ、曲げ剛性である。式(1)をマトリックス F と列ベクトル V を用いて書くと

$$V_j = F_j V_{j-1} \quad \text{.....(2)}$$

となる。一方、格点伝達マトリックスは

$$\begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ M_j \omega^2 & 0 & 0 & 1 & f_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_j \quad \text{.....(3)}$$

またマトリックスを P とおくと、

$$V_{j+1} = P_j V_j \quad \text{.....(4)}$$

となる。ここに M_j は質点 j の集中質量、 f_j は点 j に

作用する外力を表し、 ω は角振動数である。

一方、図1より、 m_2 の変位を u とすると粘性動吸振器の運動方程式は

$$m_2 \frac{d^2 u}{dt^2} + c_2 \left(\frac{du}{dt} - \frac{dw}{dt} \right) + k_2 (u - w) = 0 \quad \text{.....(5)}$$

式(5)に

$$w = W_0 e^{i\omega t}, \quad u = U_0 e^{i\omega t}$$

を代入すれば、はりの質点に作用する力は次のようになる

$$Q = B_2(\omega) m_2 \omega^2 \quad \text{.....(6)}$$

ここに

$$B_2(\omega) = \frac{p_2^2 + 2\mu\omega i}{p_2^2 - \omega^2 + 2\mu\omega i} \quad \text{.....(7)}$$

$$2\mu = c_2/m_2, \quad p_2^2 = k_2/m_2, \quad i = \sqrt{-1}$$

節点の左右の釣合いの条件により、これを格点の伝達マトリックスで書き換えると、次式となる。

$$\begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (M_j + B_2 m_2) \omega^2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_j \quad \text{.....(8)}$$

同様にして可変剛性動吸振器がはりに及ぼす力は

$$Q = B_1(\omega) m_1 \omega^2 \quad \text{.....(9)}$$

となる。ここに、

$$B_1(\omega) = \frac{p_1^2}{p_1^2 - \omega^2} \quad \text{.....(10)}$$

$$p_1^2 = k_1/m_1$$

可変剛性動吸振器は二次モードへの影響を考慮し、構造物への取付点を極力狭くする。また剛性を可変にするため、モータとかロータリエンコーダ等を取付けるので、動吸振器全体の質量も大きくならざるを得ない。したがって動吸振器の回転慣性の影響が無視できないものと考えられるので、回転慣性項を導入する。すなわち慣性モーメントを J とすれば、格点伝達マトリックスは次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ (M_j + B_1 m_1) \omega^2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ \phi \\ T \\ Q \\ 1 \end{Bmatrix}_j \quad \text{.....(11)}$$

したがって、格点伝達マトリックスは動吸振器を取付けない点では式(3)を用い、動吸振器を取付けた点では式(8), (11)を用いる。任意点の状態量は

Fig. 2 Theoretical response of the beam for various values of the rigidity of the anti-resonance vibration absorber

$$V_n = P_n F_n \cdots P_j F_j \cdots P_1 F_1 V_0 \cdots (12)$$

で表され、式(12)に両端固定はりの境界条件

$$w = \phi = 0 \cdots (13)$$

を代入することにより、固定端の状態量 V_0 が求められる。したがってさらに V_0 を式(12)に代入すれば任意点 n の状態量を求めることができる。

2・2 粘性動吸振器の最適パラメータの探索 本研究では、一次モードは可変剛性動吸振器により制御し、二次モード以上を粘性動吸振器で制振する。以下二次モード以上を制振する粘性動吸振器の最適パラメータの決定法を示す。動吸振器を取付けたときの周波数応答曲線の二次共振ピークの近傍を切り取り、周波数で積分した振幅を W_p とすると、 W_p は

$$W_p = f(m_2, k_2, c_2) \cdots (14)$$

のように粘性動吸振器パラメータの関数として表される。したがって

$$\begin{aligned} m_2 &= m_2 - \eta_{m2} \frac{\partial W_p}{\partial m_2} \\ k_2 &= k_2 - \eta_{k2} \frac{\partial W_p}{\partial k_2} \\ c_2 &= c_2 - \eta_{c2} \frac{\partial W_p}{\partial c_2} \cdots (15) \end{aligned}$$

とおき、式(15)を繰返し計算すると、 W_p を極小にする動吸振器パラメータ (m_2, k_2, c_2) を求めることができる。

2・3 粘性動吸振器の設計の具体例 一例として、後述する実験の諸元に対する両端固定はりの、応答計算および最適吸振器を設計する。実験に用いたはりは、アルミニウム製(ヤング率 $E = 7.06 \times 10^{10}$ N/m², 密度 $\rho = 2.7 \times 10^3$ kg/m³)で、チャンネル形状をしてお

Fig. 3 Theoretical response of the beam with optimal vibration absorbers for the second mode

り、断面二次モーメント $I = 1.2 \times 10^{-8}$ m⁴, 長さ $L = 98$ cm である。また加振点の座標は $a = 24.5$ cm で、この点を吸引形の電磁石により加振するものとし(電磁加振力の振幅は 27 N), 吸引のための鉄板(質量 0.5 kg)を取付けている。一方二次モードの節の位置(はりの左端より 460 mm)に取付けられる可変剛性動吸振器全体の質量は 4.23 kg である。

このはりに対し、可変剛性動吸振器の設定周波数を 13, 15, 30 Hz と変化させてコンプライアンスを計算したところ図 2 が得られた。この図で二次のピークが可変剛性吸振器の剛性の影響を受けていないことが確認でき、また本例の場合は、吸振器質量がある程度大きいいため、これによる振動が支配的であり、三次以上の弾性高次モードは非常に小さいことがわかる。したがって減衰係数、質量、ばね定数を一定とした粘性動吸振器により二次の制振が可能であり、また三次以上は粘性動吸振器の粘性で制御できるものと思われる。そこで図 2 で、一次を含まず、二次のピークの近傍を切り取り、その周波数範囲の振幅を積分し、それを評価関数 W_p とおき、前述の最急降下法を適用すると、二次のピークを最小とする最適吸振器のパラメータが求められる。得られたパラメータは $m_2 = 2.05 \times 10^{-1}$ kg, $k_2 = 9.07$ N/m, $c_2 = 2.51 \times 10^4$ Ns/m である。このパラメータに対するはりの応答を示したものが図 3 である。図 3 より二次共振周波数付近で高さの等しいなだらかな二つの山が確認でき、本方法により、高次制振用の粘性動吸振器の最適パラメータが求められることがわかる。

粘性動吸振器として、板ばねと磁気ダンパを用いた吸振器を考える⁽³⁾。この場合は、板ばねの長さを調節

することでばね定数が調節でき、また磁気ダンパの磁石間距離を調節することで減衰係数を調節できるので、上記で得られた吸振器パラメータになるように動吸振器を構成することができる。さらに前述のように可変剛性動吸振器をはりの二次モードの節に取付けているので、可変剛性動吸振器のばね定数の変化の影響を二次モードは受けないので、粘性動吸振器にパラメータ固定形のものを用いることができる。

3. 可変剛性動吸振器とその制御法

本論文では、一次モード制振用の可変剛性動吸振器として、図4のようなはりの横振動を利用した吸振器を用いる。すなわち図4で弾性はり(2)に吸振器質量(1)を取付け、はりの中間支点を左右に移動することによってはりの剛性(吸振器の固有振動数)を変化させる。はりの移動支点は摩擦を小さくするため円孔を有するテフロン製の円板がアルミニウム製の板に挿入されており、円孔内にステンレス丸棒が挿入され、アルミニウム板が移動することで、ステンレス棒の中間支点の位置が変化する。またこのアルミニウム板の他端にはボールねじのナットが取付けられ、それと組みあ

Fig. 4 Geometry of the anti-resonance absorber

Fig. 5 Flow chart of control of the anti-resonance vibration absorber

たボールねじ(5)がサーボモータ(4)で回転できるようになっている。ボールねじの他端には、ロータリエンコーダが取付けられ、ねじの回転量、すなわち支点の移動量が検出できる。

本研究では2段階の制御で反共振状態を創生する。まず第1段階の制御では、構造物に加速度ピックアップを取付け、加速度ピックアップより検出した構造物の加速度信号を2回積分して変位信号に変換し、それをデジタル信号演算器(DSP)に取り込み、その支配振動数を算出し、吸振器の振動数がそれに近い値になるようにサーボモータとロータリエンコーダを用いて支点を移動させる。本例の場合、支点にはある程度幅があり、かつ若干のガタもあるので、片持ばりの理論式も中間支点のある連続はりの理論とともに正しくなく、理論的に吸振器のはりの剛性を求めることは困難である。そこで動吸振器の固有振動数とはりの長さの関係を実験的に求め、それを多項式近似し、その式を用いてサーボモータを制御する。このような制御法により短時間で反共振に近い状態にする吸振器の支点移動が可能となる。しかし反共振は図2に見られるように非常に急しゅんな谷であり、吸振器の剛性(吸振器の固有振動数)が正しく調整されていないと制振効果は極端に減少するため、この制御だけでは完全な反共振状態を作り出すことは困難である。

そこで、さらに反共振状態に近付けるため第2段階の制御を施す。第2段階の制御では、第1段階の制御で移動した支点をさらに適当な方向に微小量移動する。その時点の振動振幅 a_1 と支点移動前の振動振幅 a_0 を比較し、より振幅の小さくなるほうへ支点を移動する。この操作を繰返すとき、支点移動量を1ステップごとに減じていくことによって最終的に振動振幅の最小となる急しゅんな反共振の谷の位置まで振動振幅を計算機により自動的に減少させていくことができる。またこのような方法を用いることで、強制振動数が変化する場合も自動的に反共振状態を作り出すことができる。このアルゴリズムを示したものが図5であ

Fig. 6 Geometry of the control system

る。

4. 実験

4・1 実験システム 図6に本報で用いた実験システムを示す。はりには可変剛性吸振器の取付点(以下1/2観測点ともいう)および高次制御用の粘性動吸振器の取付点(はりの左端より650mmの位置で、以下1/4観測点ともいう)に加速度センサが取付けられており、その信号はDSPに入力される。その信号より前述のような制御法を用いて、可変剛性動吸振器を自動調整し、はりを制御した。また加速度センサの信号をFFT分析器に取込み伝達関数も計測した。なお粘性動吸振器としては、前述の磁気動吸振器を用いており⁽³⁾、板ばねの長さを変化することによりばねの復元力を調整し、磁石間げきの調整により減衰力の調整を行い、上記のシミュレーションで得られた最適パラメータに設定して使用した。はりの加振点には鉄板を取付け、その下に励振用マグネットを置き、それに発振器を用いて正弦波の信号を印可して加振力を与えた。このときはりの励振点に作用する加振力は、磁石の力が吸引力だけのため、正弦波の負の部分を取り返した正の部分だけの連続した半波正弦パルスに二乗した波となる(吸引力の振幅は約27N)。したがって加振力は、励振振動数の成分のみならず、その2倍およ

Fig. 7 Time response at the center of the beam without control and viscous vibration absorber

Fig. 8 Frequency spectrum at the center of the beam without control and viscous vibration absorber

び半波正弦パルスの2乗をフーリエ分析したときに得られる種々の周波数成分を含む。このような非線形入力を受けるはりの応答を実験により求めてみた。

4・2 可変剛性動吸振器を制御せず粘性動吸振器を取付けない場合 図7および図8は一次共振振動数(25 Hz)ではりを加振したときの粘性動吸振器のないはりの1/2観測点の無制御時の時刻歴応答およびその周波数スペクトルを示したものである。図より入力信号の非線形性が励起され、主共振のみならず加振振動数の2倍、1/2の周波数成分がかなり強く現れることがわかる。この場合、一次共振周波数では1/2観測点が最も振動し(図8参照)、また図には示していないが、

Fig. 9 Time response at the center of the beam with the anti-resonance control and viscous vibration absorber when the frequency is changed

Fig. 10 Time response at the center of the beam with the anti-resonance control and viscous vibration absorber for the load with the first resonance frequency

Fig. 11 Frequency spectrum at the center of the beam with the anti-resonance control and viscous vibration absorber for the load with the first resonance frequency

Fig. 12 Comparison between the frequency response at $x=0.25 L$ in the beam with the anti-resonance control and viscous vibration absorber and that without them

二次共振周波数(58 Hz)では1/4 観測点(粘性動吸振器の取付点)が強く振動する。

4・3 可変剛性動吸振器を制御し最適粘性動吸振器を取付けた場合 本制御法は適応型の制御であるから、制御が完了するまでの時間がどの程度かかるかが問題である。一例として、適当な励振振動数をマグネットに与え、反共振状態になっているところから励振振動数を変化させた場合のはりの1/2 観測点の時刻歴応答の制御結果を図9に示す。図9から振動数の変化後、反共振状態が崩れ振幅が急激に増大しているが、その後振動数、振幅の変化を読みとり、2秒程で支点を自動的に移動させ反共振状態に到達し、振幅が減少することがわかる。

図10および図11は反共振制御を行い、粘性動吸振器を有する系を一次共振周波数で加振したときの1/2 観測点の時刻歴応答とそのスペクトルを示したものである。無制御の図7と図10を比較したとき、制御時の振幅は無制御時の約1/12と激減しており、本制御法の効果が確認できる。また励起入力に含まれる非線形性の影響も非常に小さくなっていることがわかる。

図12は加振振動数を変化させ、可変剛性動吸振器を追従させた後の振幅とそれに対する周波数の関係を1/4 観測点について示したものである。制御時に、一次共振周波数でやや振幅が増大しているが無制御時に比べ強く振動を抑制していると言える。強制振動数を少しずつ変化させ、可変動吸振器を追従させながら観測を行ったが、ほとんど共振振動を起こさずに一次共振点の乗り越しに成功している。特に振動数が零に近い低振動数域の振幅は無制御の場合は静的変位となる

が、本制御を適用するとそれより小さくなっている。すなわち倍率を1以下に低減している。粘性動吸振器を用いた場合、あるいはPD制御等のアクティブ制御を用いた場合も低振動数域の倍率を1より低減させることは困難であるが、本制御法では、それを1以下に低減できることが特徴である。

一方二次共振点でもピークが大きく下がっており、粘性動吸振器のパラメータ設計が妥当であったことを表している。二次ピークが若干周波数の低いほうへ移動しているが、これは粘性動吸振器の付加質量等により、取付点に慣性抵抗が生じたためと思われる。図より全周波数域で振幅はフラットに近く、また倍率も1以下であり、通常の粘性動吸振器を用いた制振法より格段に優れた効果が得られることがわかる。

5. 結 言

本研究は、加振源が種々の周波数を含む一般入力であり、かつ高次共振を乗り越えることのできる方法を提案し、はり状構造物に対し、その理論的および実験的検討を行ったものである。その内容を要約すると、

(1) ばね定数を自動的に変化させることのできる吸振器を用いて、最も振動の大きい一次共振点を乗り越え、かつ高次共振点を粘性動吸振器を用いて乗り越す方法を提案し、その理論解析を行った。

(2) 最急降下法に基づく高次モード制振用の粘性動吸振器の簡便な設計法を与えた。

(3) はりの一次振動に対し、計算機制御により自動的に反共振に導くための可変剛性動吸振器の簡便なアルゴリズムを確立した。

(4) 実際に実験を行い、その効果を調べたところ、本方法では低振動数から二次振動数までの広い周波数範囲で十分な制振効果を発揮した。特に粘性動吸振器とかPD制御による方法では、低振動数域の倍率を1以下に低減することが困難であるが、本方法を適用すると、その倍率を1以下に低減できる。

(5) 本研究の方法は構造物の支配振動数を自動的に測定し、反共振状態を作る方法を用いているので、定常状態から振動数が任意に変化し、かつ種々の振動数成分を含む一般的な加振力を受ける構造物の制御にももちろん適用できる。

文 献

- (1) 松久寛・ほか3名, 機論, **57**-534, C(1991), 460-465.
- (2) 時田保夫・森村正直, 防振制御ハンドブック, (1992), 249-281.
- (3) 李連進・長屋幸助, 機論, **61**-586, C(1995), 2259-2266.