一入出力デッドビート繰返し系の最適制御と準最適制御*

近藤 英二^{*1}, 清田 高德^{*1}, 松田 淳也^{*2}Optimal Control and Sub-Optimal Control for Single-Input Single-Output
Deadbeat Repetitive Systems

Eiji KONDO, Takanori KIYOTA and Junya MATSUDA

This paper discusses the repetitive control problem for a single-input, single-output linear digital system. The servo problem with periodic references signal and periodic disturbances is transformed into a regulator problem by using the deviation system of the augmented system. Then, the fixed-endpoint approach is applied, and the optimal control is obtained. Furthermore, the sub-optimal control which is more simple and practical than the optimal control is proposed. In both controls, the output follows the periodic reference signal without error within finite steps.

Key Words: Optimal Control, Digital Control, Measurement and Control, Repetitive Control, Deadbeat Control

1. ま え が き

一般に、最適制御問題は、有限制御時間問題(終端時刻が有限)と、無限制御時間問題(終端時刻が無限大)の二つの場合に大別される。すべての制御は有限時間で終了するので、無限制御時間問題よりも有限制御時間問題のほうが現実的であると考えられる。さらに、有限制御時間問題は、終端の拘束条件が存在しない自由終端問題と、終端が指定された値や領域内でなければならない固定終端問題の二つの場合に分けられる。自由終端問題のほうが求解が容易であるが、自由終端問題より固定終端問題のほうが物理的意味が明確であり、最短時間制御や最小エネルギー制御などの重要な制御は固定終端問題として定式化される。一方、制御対象が連続時間系で表される物理量であっても、複雑な制御則は一般にデジタル制御系として計装される。

このような観点から、著者らは、線形定常デジタル制御系における固定終端最適制御問題を取り扱って

きた。任意の初期状態に対し有限時間で状態を零にする固定終端最適レギュレータに対しては、正則形 LQ 最適制御⁽¹⁾、最小エネルギー制御⁽²⁾、および特異形 LQ 最適制御⁽³⁾を求め、これら三つの最適制御と最短時間制御⁽⁴⁾が、最適フィードバック制御則として統一的に表現できることを明らかにした⁽⁵⁾。また、出力を有限時間でステップ状目標値に一致させる固定終端最適サーボ系に対しても、同様の最適制御を求めた⁽⁶⁾⁽⁷⁾。このとき、最適ゲインは制御対象の初期状態に依存せず、特別なりカッチ方程式より求まる時変ゲインと最短時間デッドビートゲインで表される。さらに、終端時刻以後の安定性を保証するために、 z 領域における最適デッドビートレギュレータを誘導した⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

ところで、繰返し制御⁽¹⁰⁾は周期的な目標値に高精度で追従させる一種のサーボ系であり、ロボットの繰返し動作などの周期的な目標値、あるいは周期的な外乱に対して有効である。線形デジタル繰返し制御系に対しては、1形の最適デジタルサーボ系の構成法を拡張した手法⁽¹¹⁾⁽¹²⁾や、予見制御の手法を用いた最適予見繰返し制御⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾などが提案されている。いずれも無限時間最適レギュレータ問題の解などの一定ゲインの静的状態フィードバックを用いた手法であり、出力は周期的な目標値に対して漸近的な追従特性をも

* 1996年8月9日 日本機械学会機械力学・計測自動制御部門講演会(D & D' 96)において講演、原稿受付 1997年2月6日。

^{*1} 正員、九州大学工学部(〒812-81 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*2} 学生員、九州大学大学院。

っている。しかし、出力を有限の時刻で周期的な目標値と一致させるような制御則はまだ求められていない。

本論文では、一入出力線形デジタル制御系に対するデッドビート繰返し系の最適制御と準最適制御を求める。まず、2章において問題の設定を行う。ここではL形サーボ系の設計法⁽¹¹⁾と同様に拡大系の偏差系を構成し、レギュレータ問題の設計法に帰着させる。3章では拡大系の偏差系に対して固定終端最適制御問題を適用した最適制御則を示す。一般に目標値の周期が制御対象の次数に比べて大きくなるため、この方法では大きな次元のリカッチ方程式を解かなければならず、計算量が多くなる。そこで、4章では準最適制御として、制御対象と同一次元の最適制御則を用いる簡便な手法を示す。5章では、簡単な例題を用いて本設計法の有効性を示す。

2. 問題の設定

制御対象として、次の可到達かつ可観測な一入出力線形定常離散時間系を考える。

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) + \mathbf{d}(t) \quad \cdots (1)$$

$$y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) \quad \cdots (2)$$

ここで、 $\mathbf{x}(t)$ は $n \times 1$ 状態ベクトル、 $u(t)$ はスカラー入力、 $y(t)$ はスカラー出力、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ はそれぞれ $n \times n$ 、 $n \times 1$ 、 $1 \times n$ の実定数行列、 $\mathbf{d}(t)$ は $n \times 1$ 外乱ベクトル、 t は整数とする。

この制御対象に対し、周期 L/p (p は L/p が整数となる適当な正の整数である)の周期外乱 $\mathbf{d}(t)$ が加わっても出力 $y(t)$ を周期 L の目標値 $r(t)$ に追従させる離散時間繰返し制御系を考える。このとき、目標値の1周期の値を

$$(r_0, r_1, \dots, r_{L-1})$$

とすると、周期目標値 $r(t)$ の z 変換は

$$R(z) = \frac{r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{L-1} z^{-(L-1)}}{1 - z^{-L}} \quad \cdots (3)$$

となる。また、出力誤差 $e(t)$ は

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad \cdots (4)$$

と表される。従来の設計法^{(10)~(14)}では、一定ゲインの静的状態フィードバック(例えば、無限時間最適レギュレータの解)を用いて漸近的に

$$e(t) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty) \quad \cdots (5)$$

としている。

本論文では、ある有限な時刻 τ 以降において出力誤差が

$$e(\tau) = 0 \quad (t \geq \tau) \quad \cdots (6)$$

となるようなデッドビート繰返し制御系を求める。

まず、L形サーボ系の設計法と同様に拡大系の偏差系を構成し、レギュレータ問題の設計法に帰着させる⁽⁹⁾。すなわち、 $\bar{\mathbf{x}}(t)$ と $\bar{u}(t)$ をそれぞれ整定後の1周期中の状態および入力の定常値からの偏差とすると、拡大系の偏差系は

$$\bar{\mathbf{x}}(t+1) = \hat{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \hat{\mathbf{b}}v(t) \quad \cdots (7)$$

$$e(t) = \hat{\mathbf{c}}\bar{\mathbf{x}}(t) \quad \cdots (8)$$

となる。ここで、

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \bar{u}(t) \\ \vdots \\ \bar{u}(t+L-1) \end{bmatrix} \quad \cdots (9)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & & & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad \cdots (10)$$

$$\hat{\mathbf{c}} = [\mathbf{c} \quad \mathbf{0} \quad \cdots \quad \mathbf{0}] \quad \cdots (11)$$

である。また、 $v(t)$ は拡大系の偏差系の入力である。

この拡大系の偏差系は

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{I}_n & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = n+1 \quad \cdots (12)$$

のとき可到達となり、繰返し系が構成できる。ここで、 $\mathbf{I}_n$ は $n \times n$ 単位行列である。すなわち、この構成条件は通常のL形サーボ系の構成条件とは異なり、1形サーボ系の構成条件⁽⁶⁾と同じである。

3. 最適制御($n+L$ 次元)

3.1 最適制御 ここでは、デッドビート繰返し制御系の最適制御について述べる。初期時刻を零としたとき、一致させる時刻 τ は

$$\tau \geq n+L \quad \cdots (13)$$

でなければならないので、

$$\tau = n+L+q \quad (q \text{ は零または正の整数}) \quad \cdots (14)$$

とする。しかし、出力だけを考えると隠れた不安定性などの不都合な現象が生じる場合があるので、拡大系の偏差系において終端状態固定条件

$$\bar{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{0} \quad \cdots (15)$$

のもとで、二次形式評価関数

$$\hat{J}(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{t=\tau}^{\infty} [\bar{\mathbf{x}}(t)' \hat{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{x}}(t) + \hat{r} \bar{v}(t)^2] \quad \cdots (16)$$

を最小にする最適制御問題を考える。ここで、 $\hat{\mathbf{Q}}$ は $(n+L) \times (n+L)$ 半正定対称行列または零行列、 $\hat{r} \geq 0$ であり、“ $'$ ”は行列の転置を表す。このとき、固定終端最適レギュレータ問題⁽⁵⁾より、拡大系の偏差系の最適入力 $v^*(t)$ は

$$v^*(t) = \hat{k}^*(t) \hat{x}(t) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\hat{k}^*(t) = \begin{cases} -\frac{\hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{A}}{\hat{r} + \hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{b}} & (t=0, \dots, q-1) \\ \hat{k}_D & (t=q, \dots, \tau-1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。ここで、一定ゲイン $\hat{k}_D$ は

$$\hat{k}_D = -[0 \dots 01][\hat{b} \hat{A} \hat{b} \dots \hat{A}^{n+L-1} \hat{b}]^{-1} \hat{A}^{n+L} \quad \dots\dots\dots (19)$$

で与えられ、 $(n+L) \times (n+L)$ 半正定対称行列 $\hat{P}(t)$ は、リカッチ方程式

$$\begin{aligned} \hat{P}(t) &= \hat{Q} + \hat{A}' \hat{P}(t+1) \hat{A} \\ &\quad - \frac{\hat{A}' \hat{P}(t+1) \hat{b} \hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{A}}{\hat{r} + \hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{b}} \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{P}(q) &= \sum_{i=0}^{n+L-1} [(\hat{A} + \hat{b} \hat{k}_D)^i]' \\ &\quad \times (\hat{Q} + \hat{r} \hat{k}_D \hat{k}_D' (\hat{A} + \hat{b} \hat{k}_D)^i) \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

より求まる。また、評価の最小値は

$$\hat{J}^*(\tau) = \frac{1}{2} \hat{x}(0)' \hat{P}(0) \hat{x}(0) \quad \dots\dots\dots (22)$$

となる。この制御則は、次の四つの場合を統一的に表現している。

- (1) $\hat{Q} \geq 0, \hat{r} > 0$ のとき、正則形 LQ 最適制御⁽¹⁾
- (2) $\hat{Q} = 0, \hat{r} > 0$ のとき、最小エネルギー制御⁽²⁾
- (3) $\hat{Q} \geq 0, \hat{r} = 0$ のとき、特異形 LQ 最適制御⁽³⁾
- (4) $\tau = n+L$ のとき、最短時間制御⁽⁴⁾

さらに、次の性質が成立する。

(i) 最適ゲイン $\hat{k}^*(t)$ は、 A, b, L のみに依存し、初期状態 $x(0)$ 、目標値 $r_0 \sim r_{L-1}$ 、外乱 $d(t)$ には依存しない。

(ii) 終端時刻が τ のときの最適ゲインを $\hat{k}^*(\tau, t)$ とすると、時変ゲインに対し次の関係が成立する。

$$\hat{k}^*(\tau, t) = \hat{k}^*(\tau+1, t+1) \quad \dots\dots\dots (23)$$

(iii) 評価の最小値 $\hat{J}^*(\tau)$ に対し、次の関係が成立する。

$$\hat{J}^*(\tau) \geq \hat{J}^*(\tau+1) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

(iv) 式(9)と式(10)より $v^*(t)(n+q \leq t \leq \tau-1)$ は恒等的に零となる。

このとき、 $v^*(t)$ から制御対象の最適入力 $u^*(t)(L \leq t \leq \tau-1)$ が求まるが、拡大系の偏差系の初期値に含まれる入力 $u(0) \sim u(L-1)$ は決定されない。これらの未決定の入力は式(22)の $\hat{J}^*(\tau)$ に含まれるので、この値が最小になるように初期値補償を行う⁽¹²⁾。

3・2 最適デッドビート制御 3・1 節では、固定終端問題として定式化して時刻 τ で出力を目標値に一致させたが、時刻 τ 以後の入力は未決定である。整定時間が τ のデッドビート繰返し制御系では、時刻 τ 以後も出力を目標値に一致させなければならない。そこ

で、時間領域における時変ゲインの固定終端最適制御則から z 領域における最適デッドビート制御則を求める方法を用いる⁽⁸⁾。すなわち $v^*(t)$ と $\hat{x}(t)$ の z 変換をそれぞれ $V^*(z), \hat{X}(z)$ とおくと、最適デッドビート制御則は

$$V^*(z) = \hat{K}^*(z) \hat{X}(z) \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} \hat{K}^*(z) &= \sum_{j=0}^{\tau-1} \hat{k}^*(j) \left\{ \prod_{i=0}^{j-1} (\hat{A} + \hat{b} \hat{k}^*(i)) \right\} z^{-j} \\ &\quad \times \left[\sum_{j=0}^{\tau-1} \left\{ \prod_{i=0}^{j-1} (\hat{A} + \hat{b} \hat{k}^*(i)) \right\} z^{-j} \right]^{-1} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\hat{K}^*(z)$ の初期値は 0 とする。なお、 $(n+L) \times (n+L)$ 行列 Ψ_i に対し、順序を指定して

$$\prod_{i=0}^{\tau-1} \Psi_i = \Psi_{\tau-1} \cdot \Psi_{\tau-2} \dots \Psi_1 \cdot \Psi_0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

とし、 $t=0$ の場合は I_{n+L} とする。

このとき、フィードバック系の $n+L$ 個の極はすべて零となり、サーボ系の内部安定性が満足される。

4. 準最適制御(n 次元)

4・1 準最適制御 通常、制御対象の次元 n よりも目標値の周期 L のほうが大きくなる。これまでに提案されている離散時間繰返し制御法や3章の設計法では $n+L$ 次元のリカッチ方程式を解くため、計算量が多くなる。また、これらの手法では、目標値の周期 L をリカッチ方程式の次元に含むため、 L が変化すると再度リカッチ方程式を解き直す必要がある。そこで、 L に依存しない n 次元のリカッチ方程式の解を用いる簡便な手法を提案する。

式(7)より

$$\tilde{x}(t+L+1) = A \tilde{x}(t+L) + b v(t) \quad \dots\dots\dots (28)$$

となる。ここでは、新しい終端状態固定条件

$$\tilde{x}(\tau) = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

のもとで、新しい二次形式評価関数

$$\begin{aligned} J(\tau) &= \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\tau-L-1} [\tilde{x}(t+L)' Q \tilde{x}(t+L) + r v(t)^2] \\ &\quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

を最小にする最適制御問題を考える。ここで、 Q は $n \times n$ 半正定対称行列または零行列、 $r \geq 0$ である。このとき、最適入力 $v^{**}(t)(t=0, \dots, n+q-1)$ は

$$v^{**}(t) = k^*(t) \tilde{x}(t+L) \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$k^*(t) = \begin{cases} -\frac{\hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{A}}{\hat{r} + \hat{b}' \hat{P}(t+1) \hat{b}} & (t=0, \dots, q-1) \\ \hat{k}_D & (t=q, \dots, n+q-1) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。ここで、一定ゲイン $\hat{k}_D$ は

$$\hat{k}_D = -[0 \dots 01][\hat{b} \hat{A} \hat{b} \dots \hat{A}^{n-1} \hat{b}]^{-1} \hat{A}^n \quad \dots\dots\dots (33)$$

与えられ, $n \times n$ 半正定対称行列 $P(t)$ は, リカッチ方程式

$$P(t) = Q + A'P(t+1)A - \frac{A'P(t+1)bb'P(t+1)A}{r + b'P(t+1)b} \quad (34)$$

$$P(q) = \sum_{i=0}^{q-1} \{ [A + bk_D]^i \}' \times (Q + rk_D'k_D)(A + bk_D)^i \quad (35)$$

より求まる. また, 評価の最小値は

$$J^*(\tau) = \frac{1}{2} \bar{x}(L)' P(0) \bar{x}(L) \quad (36)$$

となる.

このままでは, 時刻 t の入力を決めるのに時刻 $t+L$ の未来の状態を用いているので, 式(7)を用いて時刻 $t+L$ での状態を予測すると,

$$\bar{x}(t+L) = [A^L \ A^{L-1}b \ \cdots \ Ab \ b] \bar{x}(t) \quad (37)$$

となる. よって, 式(31)の最適入力 $v^{**}(t) (t=0, \dots, n+q-1)$ は

$$v^{**}(t) = k^*(t) [A^L \ A^{L-1}b \ \cdots \ Ab \ b] \bar{x}(t) \quad (38)$$

となる. 式(38)のフィードバックは特別な制御構造を持ち, 式(7)の L 個の極を 0 のまま保持する⁽¹⁵⁾. さらに, $t \geq n+q$ で $v^{**}(t)$ は未決定であるが

$$v^{**}(t) = 0 \quad (n+q \leq t \leq \tau-1) \quad (39)$$

とおくことにより, 式(28)と式(29)より $\bar{x}(\tau) = \mathbf{0}$ となる.

よって, 4章の問題は, 3章の問題に新たな条件を付加したことになるので, 式(38)と式(39)は, 3章の問題に対しては準最適制御となっている.

4.2 準最適デッドビート制御 3.2節と同様に, z 領域における準最適なデッドビート制御則が求まり, 整定時間は τ となる. このとき, 4.1節より式(7)の $n+L$ 個の極のうち L 個は零に保持され不変であり, 残りの n 個の極はこのデッドビート制御則によりすべて零に移動する. よって, フィードバック系の $n+L$ 個の極はすべて零となり, サーボ系の内部安定性が満足される.

ここで述べた手法では, 目標値の周期に無関係な, 制御対象と同一次元の最適デッドビート制御則を用いている. すなわち, 式(31)の $k^*(t)$ を一度求めておけば目標値の周期 L が変化してもその影響は式(38)のみに現れるため, 周期の変化の影響が少ない手法となっている. また, 最適制御に比べ, リカッチ方程式の次数だけでなく制御器の次元も低くなる.

5. 例題

次の可到達かつ可観測な離散時間系の制御対象

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c = [-2 \quad 1]$$

に対し, 出力を

$$r_0=0, r_1=1.5, r_2=3, r_3=3$$

$$r_4=3, r_5=1.5, r_6=0, r_7=0$$

からなる周期 $L=8$ の周期的な目標値に追従させる最

Fig. 1 Response of output ($\tau=10$)

Fig. 2 Tracking error ($\tau=10$)

Fig. 3 Response of output ($\tau=11$)

Fig. 4 Tracking error ($\tau=11$)

Fig. 5 Response of output with initial value compensation ($\tau=11$)

Fig. 6 Tracking error with initial value compensation ($\tau=11$)

Fig. 7 Response of output with repetitive disturbance ($\tau=11$)

適デッドビート繰返し制御系を3章の手法で設計する。二次形式評価関数の重みを

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} c'c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{r} = 10^{-3}$$

として、次の二つの場合を考える。

- (1) $\tau=10$ ($q=0$) の場合 (最短時間)
- (2) $\tau=11$ ($q=1$) の場合

まず、初期値補償を行わず、初期状態 $x(0)$ および入力 $u(0), \dots, u(L-1)$ を零としたときの出力および出力誤差の応答を図1～4に示す。このとき、時刻 τ から出力は周期的な目標値に誤差なく追従する。また、時刻 τ を延ばすことにより、追従誤差の最大値は小さくなる。

次に、 $\tau=11$ のとき初期値補償を行った場合の出力および出力誤差の応答を図5と6に示す。初期値補償

を行うことにより、周期的な目標値に対する出力の追従特性が大幅に改善される。

最後に、周期4の周期外乱

$$d(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, d(1) = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}, \\ d(2) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, d(3) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \dots$$

が加わったとき、 $\tau=11$ として初期値補償を行った場合の出力の応答を図7に示す。外乱がない場合と同様に出力は $\tau=11$ で周期的な目標値に一致する。

6. あとがき

本論文では、一入出力線形デジタル繰返し制御系に対し、最適および準最適なデッドビート制御を求めた。まず、拡大系の偏差系を構成することにより、繰返し制御問題をレギュレータ問題に帰着させ、固定終端問題として定式化した。この最適解は、時変ゲインの状態フィードバックで表現される。さらに、制御系が安定する条件を付加することにより、 z 領域で表現される動的なデッドビート制御を誘導した。次に、制御対象と同一次元の固定終端最適制御から誘導されるデッドビート制御を用いる簡便で実用的な手法を示した。この手法では、目標値の周期に無関係な時変ゲインを用いているため、最適制御に比べてリカッチ方程式や制御器の次元が低くなり、周期の変化の影響が少ない手法となっている。これらの最適および準最適デッドビート繰返し制御により、周期的な外乱が加わった場合でも、出力は有限時間で周期的な目標値に一致し安定する。このとき、安定時間を延ばすことにより追従誤差の最大値を小さくすることができる。また、初期値補償を行うことにより、過渡応答の大幅な改善が認められた。なお、拡大系の偏差系の構成法としては、一周期前からの偏差をとることもできるが同様の議論が成立する。

今後の課題としては、時変重みの採用、二次形式評価関数以外の評価関数の採用、ロバスト性の検討、多項式目標値と周期目標値の違いとその特徴を利用した別の定式化、出力フィードバックによる構成などがある。

なお、本研究の一部は第二回 TOTO 学術研究助成金を受けて行った。

文 献

- (1) 近藤英二・清田高德・須永照雄, 1入力線形定常離散時間系のデッドビートLQ最適制御, 計測自動制御学会論文集, 25-11(1989), 1245-1247.
- (2) Kondo, E., Kiyota, T. and Sunaga, T., Closed-Loop

- Expressions of Minimum Energy Control for Single-Input Linear Digital Systems, *IEEE Trans. Automa. Control*, **38**-4(1993), 603-606.
- (3) 近藤英二・清田高德・須永照雄, 一入力線形デジタル制御系の特異型LQ最適制御, 機論, **58**-545, C(1992), 156-162.
- (4) Ackermann, J., Der Entwurf Linearer Regelungssysteme im Zustandsraum, *Regelungstechnik und Prozeß-Datenverarbeitung*, (1972), 297-300.
- (5) 清田高德・近藤英二, 一入力線形定常デジタル制御系に対するLQ型最適レギュレータの統一的表現, 第34回自動制御連合講演会前刷, (1991), 49-50.
- (6) 清田高德・近藤英二・須永照雄, 一入力一出力1形デッドビートサーボ系のLQ最適制御, 機論, **55**-516, C(1988), 2062-2068.
- (7) 近藤英二・清田高德・須永照雄, 偏差入力エネルギー最小化による1入力1出力最適デッドビートサーボ系の設計法, システム制御情報学会論文誌, **2**-7(1989), 223-230.
- (8) 近藤英二・清田高德, 1入力固定終端最適レギュレータから誘導される動的状態フィードバック, 計測自動制御学会論文集, **31**-2(1995), 157-160.
- (9) 清田高德・近藤英二, 一入力線形定常離散時間系の z 領域における最小エネルギー制御, 機論, **60**-577, C(1994), 3112-3115.
- (10) 中野道雄・井上恵・山本裕・原辰次, 繰返し制御, (1989), 計測自動制御学会.
- (11) 美多勉・片岡良彦・神 陽, L型の最適デジタルサーボ系, 計測自動制御学会論文集, **21**-12(1985), 1357-1359.
- (12) 江上正・土谷武士, 最適デジタルサーボ系の初期値補償とその応用, 計測自動制御学会論文集, **26**-3(1990), 323-330.
- (13) 安藤慎悟・中村裕司・示村悦二郎・内田健康, 最適予見繰返し制御とその安定条件, 計測自動制御学会論文集, **31**-7(1995), 871-879.
- (14) 江上正・西山武男, エアスライドリニアモータの最適予見繰返し制御, 計測自動制御学会論文集, **30**-1(1994), 118-120.
- (15) 近藤英二・清田高德・須永照雄・高橋幸一, 計算遅れのある状態デッドビート制御器の一般形, 機論, **54**-499, C(1988), 623-629.