電気・構造・音場連成系の着目する周波数帯域の解析*

河 村 庄 造^{*1}, 忒 田 健 志^{*2}
岩 壺 卓 三^{*1}, 塩 幡 宏 規^{*3}Analysis in Required Frequency Band
of Electric-Structural-Acoustic Coupled SystemShozo KAWAMURA, Kenji MATSUDA,
Takuzo IWATSUBO and Koki SHIOHATA

When an acoustic field in an enclosed space is controlled using the structural vibration control by the piezoelectric actuator, electric system, structural system and acoustic system are influenced each other. Thus this system must be considered as electric-structural-acoustic coupled system. In this paper, the analysis in the required frequency band of electric-structural-acoustic coupled system has been carried out. In this analysis, the structural vibration is approximated by the superposition of the electric-structural coupled vibration modes which are included in the required frequency band, and the truncated frequency band are compensated by the residual terms. This truncation method is the application of the authors' previous method. As a numerical example, a flexible rectangular prism model is taken up and the vibration of structure, the voltage of piezoelectric actuator and the sound pressure in the model are calculated using the proposed method. It is shown that the analysis of coupled system has reached the accurate results comparing with the one of uncoupled system, the calculated results using the proposed method agree with the exact ones which are obtained by using the full frequency band, and calculation time is saved.

Key Words: Coupled Vibration, Piezo-Element, Acoustic, Analysis Method, Modal Synthesis, Truncation Method

1. 結 言

近年、種々の分野において環境問題に対する関心が高まっている。その中で生活空間、作業空間や車室内の騒音を抑制することは、静粛性、快適性を向上させ、居住環境や作業環境を改善させる上で重要な工学的課題の一つである。そのような閉空間内部の騒音の能動制御に関する研究は、空間内に配置された制御用音源を用いて内部音場を直接制御する研究^{(1),(2)}や、空間を構成する壁などの構造物の振動制御を行って内部音場を制御する研究^{(3),(4)}など数多くなされている。後者の研究においては、壁面の振動を圧電素子などの制御デバイスを用いて制御するものが多く、音場制御に限らず、圧電素子を用いた柔軟構造物の能動振動制御に関する研究も数多い⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾。圧電素子は構造系としての特性と電気系としての特性を併せ持っているが、柔軟構造物の能動振動制御用デバイスとして圧電素子を用いる場合のモデル化においては、構造系としての特性は構造物全体

の特性の一部としてモデル化されるが、電気系としての特性は電極に電位を与えたときに発生する制御力としてモデル化されることが多い⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾。しかし積層型圧電素子や、平板としてモデル化すべき形状の圧電素子、あるいは振動制御を行う構造物の大きさに比べて圧電素子の大きさが比較的大きい場合などは、圧電素子の電気的特性を制御力としてモデル化するだけでは不十分であり、電気的特性も構造系の特性と連成させて動的にモデル化する必要があると考えられる。一方、例えば圧電素子を用いた超音波振動子の解析に関する研究^{(8),(9)}においては、圧電素子の構造系及び電気系としての特性をモデル化しているが、圧電素子自身が主たる構造物であり、振動制御を行う構造物と圧電素子との相互作用を扱ったものではない。

そこで本研究では、弾性板で構成される閉空間の音場制御を、圧電素子を用いた構造物の振動制御を利用して効果的に行う手法の開発の基礎として、圧電素子が構造物に貼付された場合の電気・構造・音場連成系の着目する周波数帯域の効率的な解析を行う。そのため、既に著者らが提案している構造・音場連成系解析手法⁽¹⁰⁾と圧電素子の電気・構造連成系解析手法⁽⁹⁾を組み合わせることを考える。計算の効率化の観点から、既報では、構造物のモード方程式にお

* 原稿受付 1997年4月21日。

^{*1} 正員, 神戸大学工学部 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1)。^{*2} 神戸大学大学院 [現: 住友金属工業(株) (〒660-0891 尼崎市扶桑町1-8)]。^{*3} 正員, (株)日立製作所機械研究所 (〒300-0013 土浦市神立町502)。

いて高次及び低次の振動モードを省略したが、本研究ではその考え方を拡張し、電気・構造連成系のモード方程式において連成系モードを省略するものとする。数値例として、弾性板で構成される直方体を取り上げ、その一面に圧電素子を貼付した場合の構造物の振動特性、圧電素子の電位特性及び内部音場の解析を、構築した連成系解析手法を用いて行う。

2. 電気・構造・音場連成系解析の定式化

2.1 解析対象 本研究の電気・構造・音場連成系解析の対象は、図1に示されるようなモデルである。それは圧電素子が貼付された弾性壁で構成される構造物であり、弾性壁の振動によって内部音場が生成されている。ここでベクトル $\vec{n}$ は境界表面の外向き法線ベクトルである。

本研究では、単一の周波数 ω で構造物が調和振動し、同じ周波数の定常音場が生成されている場合を扱うものとする。

2.2 音場の支配方程式 音場解析には境界要素法を用いる。構造系が周波数 ω で調和振動している場合、内部領域 Ω の音場を支配する方程式は次の Helmholtz 方程式で表される。

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (1)$$

ここで p は音圧、 k は波数で $k = \omega/c$ (c は音速) である。また境界条件は次式となる。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{n}} = -j\omega\rho\bar{v} \equiv \bar{q} \text{ (on } \Gamma_v), \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial \vec{n}} = -\frac{j\omega\rho}{Z}\bar{p} \text{ (on } \Gamma_z) \quad (2)$$

ここで ρ は空気密度、 $\bar{v}$ は境界表面の変位速度、 Z は境界表面の音響インピーダンス、 Γ_v は法線方向の速度が既知の境界、 Γ_z は音響インピーダンスが既知の境界である。また $(\bullet)$ は $(\bullet)$ の境界上での値を意味する。

式(1)に Green の公式を適用して積分方程式に変換し、さらに境界 Γ 上を n 個の境界要素に分割してそれぞれの要素内で $\bar{p}$, $\bar{v}$ が一定であるとする、閉空間内の音圧 $\{p\}$ 及び境界上の音圧 $\{\bar{p}\}$ は変位速度 $\{\bar{v}\}$ と次式で関係づけられる。

Fig.1 Electric-Structural-Acoustic Coupled Problem

$$\{p\} = [G]\{\bar{v}\} - [H]\{\bar{p}\}, \quad [\bar{H}]\{\bar{p}\} = [\bar{G}]\{\bar{v}\} \quad (3)$$

ここで $[G]$, $[H]$, $[\bar{G}]$ 及び $[\bar{H}]$ は、モデルの形状や周波数 ω によって計算できる定数マトリックスである。

2.3 電気・構造連成系の支配方程式 有限要素法を用いて構造物および圧電素子の支配方程式を導出する。以下では剛性マトリックスを $[K]$ 、質量マトリックスを $[M]$ 、変位を $\{d\}$ 、外力を $\{F\}$ で表す。

初めに、周波数 ω で調和振動する構造物の支配方程式を周波数領域で書き表すと、次式のように表される。

$$([K_s] - \omega^2[M_s])\{d_s\} = \{F_s\} \quad (4)$$

ここで添え字 s は構造系に関する変数であることを示す。

次に圧電素子の支配方程式を導出する。圧電素子の連続体としての支配方程式は、次の圧電基礎式である。

$$\begin{aligned} \{T_d\} &= [c^E]\{S_d\} - [e]\{E_d\} \\ \{D_d\} &= [e]^T\{S_d\} + [\epsilon^S]\{E_d\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $\{T_d\}$ は応力ベクトル、 $\{S_d\}$ はひずみベクトル、 $\{E_d\}$ は電界ベクトル、 $\{D_d\}$ は電束密度ベクトル、 $[e]$ は圧電ひずみテンソル、 $[c^E]$ は電界がないときの剛性マトリックス、 $[\epsilon^S]$ はひずみのないときの誘電率テンソルである。適当な形状関数を用いて式(5)を離散化すると、圧電素子の支配方程式は周波数領域で次式のように表される⁽⁹⁾。

$$\begin{bmatrix} [K_d] - \omega^2[M_d] & [\Theta] \\ [\Theta]^T & -[G] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_d\} \\ \{\phi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_d\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで $\{\phi\}$ は圧電素子の電位、 $\{Q\}$ は電荷、 $[K_d]$ 及び $[M_d]$ は圧電素子を構造物とみなした場合の剛性マトリックス及び質量マトリックス、 $[\Theta]$ は電気・構造結合マトリックス、 $[G]$ は静電マトリックスである。式(5)、(6)で添え字 d は電気系に関する変数であることを示す。構造系や接着剤の変数と混乱しないものには付けていない。

さらに実際の圧電素子は、接着剤を用いて構造物に貼付されることが多いので、接着剤のモデル化も必要である。接着剤の特性は複雑であるが、本研究では接着剤を厚み方向にひずまない弾性板と仮定する。すなわち支配方程式は式(4)と同様、周波数領域で次式のように表される⁽¹¹⁾。

$$([K_a] - \omega^2[M_a])\{d_a\} = \{F_a\} \quad (7)$$

ここで添え字 a は接着剤に関する変数であることを示す。

構造物の方程式(4)、圧電素子の方程式(6)及び接着剤の方程式(7)の共有する変数を重ね合わせるにより、電気・構造連成系の支配方程式は次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} [K_A] - \omega^2[M_A] & [\Theta] \\ [\Theta]^T & -[G] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\} \\ \{\phi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} + \{F_p\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで $\{d\}$ は合成された構造系の変位, $\{F_e\}$ 及び $\{F_p\}$ は一般の外力及び音圧による外力である. また $[K_A]$ 及び $[M_A]$ は電気・構造連成系の剛性マトリックス及び質量マトリックスである. ただし実際の問題では減衰が存在するので, 式(8)に減衰マトリックス $[C_A]$ を加えた次式を用いる.

$$\begin{bmatrix} [K_A] + j\omega[C_A] - \omega^2[M_A] & [\Theta] \\ [\Theta]^T & -[G] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d\} \\ \{\phi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} + \{F_p\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

減衰特性は, 本研究では比例減衰特性と仮定する. すなわち適当な係数 α, β を用いて次式のように表されるとする.

$$[C_A] = \alpha[M_A] + \beta[K_A] \quad (10)$$

式(8)~(10) の $[K_A]$, $[C_A]$, $[M_A]$ の添え字 A は, 構造系, 電気系, 接着剤の特性マトリックスを重ね合わせたものであることを示す.

2.4 モード合成法の適用と連成系モードの省略 電気・構造連成系の支配方程式(9)は, 物理座標で表された変位 $\{d\}$ を含んでいるので自由度が大きく, そのままの形で解析するのは計算効率の点から望ましくない. そこで式(9)にモード合成法を適用してモード座標に変換し, さらに着目する周波数帯域に含まれる連成系モードを用いて動的応答を表し, 省略した連成系モードの影響は剰余項として考慮することとする.

式(9)で $\{\phi\}$ を消去すると次式が得られる.

$$([K_A] + j\omega[C_A] - \omega^2[M_A])\{d\} = \{\tilde{F}_e\} + \{F_p\} \quad (11)$$

ただし

$$\begin{aligned} [\tilde{K}_A] &= [K_A] + [\Theta][G]^{-1}[\Theta]^T \\ \{\tilde{F}_e\} &= \{F_e\} - [\Theta][G]^{-1}\{Q\} \end{aligned} \quad (12)$$

である. すなわち, 電気系の影響により特性の変化した剛性マトリックス $[\tilde{K}_A]$ と質量マトリックス $[M_A]$ に対して通常固有値解析を行えば, 電気・構造連成系の固有振動数 $[\Omega^2]$, 連成系モードマトリックス $[\Phi]$ を得ることができる. そして変位 $\{d\}$ をモード正規座標 $\{\xi\}$ を用いて

$$\{d\} = [\Phi]\{\xi\} \quad (13)$$

のように変換し, 式(11)の左から $[\Phi]^T$ を乗じれば, 式(10)は次式となりモード分離ができる.

$$\begin{aligned} &[\Phi]^T ([\tilde{K}_A] + j\omega[C_A] - \omega^2[M_A]) [\Phi]\{\xi\} \\ &= [\Phi]^T (\{\tilde{F}_e\} + \{F_p\}) \equiv [\Phi]^T \{\tilde{F}\} \end{aligned} \quad (14)$$

上式より得られた $\{\xi\}$ から変位 $\{d\}$ を求めることができる. このとき電位 $\{\phi\}$ は次式によって得られる.

$$\{\phi\} = -[\Theta][G]^{-1}\{d\} + [G]^{-1}\{Q\} \quad (15)$$

次に連成系モードの省略について考える. 一般に音響で問題となる周波数帯域は, 電気・構造連成系の高次の固有振動数に含まれる周波数帯域となることが多い. そのため既報⁽¹⁰⁾の考え方を拡張し, 連成系の動的応答は, 着目する周波数帯域の連成系モードを用いて表し, 省略した低次及び高次の連成系モードの影響は剰余項として考慮する.

初めに H 次より高次の連成系モードの影響を補正する剰余項 $\{d_H\}$ は, 既報と同様の手法を用いて次式となる.

$$\begin{aligned} \{d_H\} &= [\tilde{K}_A]^{-1} ([I] - [M][\Phi_H][\Phi_H]^T) \{\tilde{F}\} \\ &\equiv [R_H]\{\tilde{F}\} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで $[\Phi_H]$ は 1 次から H 次までの連成系モードからなるモードマトリックスである.

次に L 次より低次の連成系モードの影響を補正する剰余項 $\{d_L\}$ も, 既報と同様の手法を用いて次式となる.

$$\{d_L\} = -\frac{1}{\omega^2} [\Phi_L][\Phi_L]^T \{\tilde{F}\} \equiv [R_L]\{\tilde{F}\} \quad (17)$$

ここで $[\Phi_L]$ は 1 次から L 次までの連成系モードからなるモードマトリックスである.

したがって変位ベクトル $\{d\}$ は, 採用する $(L+1)$ 次 ~ H 次までの連成系モード行列 $[\Phi_M]$ およびモード正規座標 $\{\xi_M\}$ と高次の剰余項 $\{d_H\}$, 低次の剰余項 $\{d_L\}$ を用いて次式のように表される.

$$\begin{aligned} \{d\} &= \{d_L\} + [\Phi_M]\{\xi_M\} + \{d_H\} \\ &= [\Phi_M]\{\xi_M\} + ([R_L] + [R_H])\{\tilde{F}\} \\ &\equiv [\Phi_M]\{\xi_M\} + [R]\{\tilde{F}\} \end{aligned} \quad (18)$$

2.5 電気・構造・音場連成系の支配方程式 ここでは前節までに定式化された音響系の方程式(3)と電気・構造連成系の方程式(11)を連成させて全体系の支配方程式を導出する.

いま要素節点の値から要素重心の値を内挿する行列を $[T]$ とすると, 式(3)における音響系の要素重心変位速度 $\{\bar{v}\}$ は剰余項を含む構造系の節点変位速度を用いて次式のように表される.

$$\{\bar{v}\} = j\omega[T]([\Phi_M]\{\xi_M\} + [R]\{\tilde{F}\}) \quad (19)$$

次に式(8)における音圧による外力成分 $\{F_p\}$ を音圧ベクトル $\{\bar{p}\}$ により表現することを考える. 境界要素法での要素面積からなる行列を $[S]$ とすると, $\{F_p\}$ は $[S]$, $[T]$, $\{\bar{p}\}$ を用いて次式のように表される.

$$\{F_p\} = [T]^T[S]\{\bar{p}\} \quad (20)$$

以上の式を利用すると, 電気・構造・音場連成系の支配方程式が次式のように得られる.

$$\begin{bmatrix} [A_{11}] & [A_{12}] \\ [A_{21}] & [A_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{p}\} \\ \{\xi_M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} j\omega[\bar{G}][T][R]\{\bar{F}_e\} \\ [\Phi_M]^T([I] - [A][R])\{\bar{F}_e\} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

ただし

$$\begin{aligned} [A_{11}] &= [\bar{H}] - j\omega[\bar{G}][T][R][T]^T[S] \\ [A_{12}] &= -j\omega[\bar{G}][T][\Phi_M] \\ [A_{21}] &= [\Phi_M]^T[A][R][T]^T[S] - [\Phi_M]^T[T]^T[S] \\ [A_{22}] &= [\Phi_M]^T[A][\Phi_M] \\ [A] &= [\bar{K}_A] + j\omega[C_A] - \omega^2[M_A] \end{aligned} \quad (22)$$

である。上式を用いれば、外力 $\{F_e\}$ あるいは電荷 $\{Q\}$ が与えられたときの、内部音圧 $\{p\}$ 、構造系の振動 $\{d\}$ 、圧電素子に発生する電位 $\{\phi\}$ を求めることができる。

3 数値例

3.1 解析モデル 数値例として図2に示されるような直方体を取り上げ、構造物の振動、圧電素子の電位及び内部音場の解析を行う。図2の直方体は周辺固定の矩形板が六枚組み合わされたものであり、そのうちの一枚の矩形板 (Plate 1) の中央に圧電素子が接着剤で貼付されている。

Fig.2 Model for Numerical Example

Fig.3 Rectangular Plate with Piezoelectric Actuator

圧電素子が貼付された矩形板の詳細を図3に示す。直方体内には空気が満たされているものとし、音速は 340(m/sec)、密度は 1.2(kg/m³) とする。

有限要素法を適用するため、Plate 1 は 8×8, Plate 2~6 は 4×4 の長方形平板要素⁽¹²⁾でモデル化する。また接着剤の層も同じ要素でモデル化する。これによって式(4)、(7)の特性マトリックスが構築される。圧電素子はチタン酸バリウム系とし、その特性は式(5)の圧電基礎式における特性マトリックスが次式のように表されるとする⁽¹³⁾。

$$[e]^T = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ 0 & 0 & e_{26} \end{bmatrix}, [c^E] = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & 0 \\ c_{12}^E & c_{22}^E & 0 \\ 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^S \end{bmatrix}$$

圧電素子の構造系の特性は長方形平板要素⁽¹²⁾で、電気系の特性は1次の長方形要素⁽¹⁴⁾でモデル化する。これによって式(6)の特性マトリックスが構築される。

圧電素子の電極は、図3に示すように節点1, 2を結ぶ辺を陽極とし、圧電素子に電圧を入力する場合は、節点1, 2に入力電圧を与える。また節点8, 9を結ぶ辺を陰極とし、電位の基準値(電圧=0)とする。このような電気系境界条件の時、圧電素子の方程式(6)における電位 $\{\phi\}$ と電荷 $\{Q\}$ は

Table 1(a) Specification of Rectangular Prism Model

Length of Model	[mm]	240×200×160
Thickness of Plate	[mm]	0.5
Mass Density	[kg/m ³]	7.86×10 ³
Modulus of Elasticity	[Pa]	2.05×10 ¹¹

Table 1(b) Specification of Adhesive

Length of Adhesive	[mm]	50×40
Thickness of Adhesive	[mm]	0.1
Mass Density	[kg/m ³]	1.1×10 ³
Modulus of Elasticity	[Pa]	4.0×10 ⁹

Table 1(c) Specification of Piezoelectric Actuator

Length of Piezoelectric Actuator	[mm]	50×40
Thickness of Piezoelectric Actuator	[mm]	0.5
Mass Density	[kg/m ³]	5.7×10 ³
e_{11} in Eq.(23)	[C/m ²]	17.5
e_{12} in Eq.(23)	[C/m ²]	-4.35
e_{26} in Eq.(23)	[C/m ²]	11.4
c_{11}^E in Eq.(23)	[N/m ²]	14.6×10 ¹⁰
c_{12}^E in Eq.(23)	[N/m ²]	6.6×10 ¹⁰
c_{22}^E in Eq.(23)	[N/m ²]	15.0×10 ¹⁰
c_{66}^E in Eq.(23)	[N/m ²]	4.4×10 ¹⁰
ε_{11}^S in Eq.(23)	[F/m]	1.1×10 ⁻⁸
ε_{22}^S in Eq.(23)	[F/m]	9.9×10 ⁻⁹

次式のように表される.

$$\begin{aligned}\{\phi\} &= \{\phi_s, \phi_s, \phi_s, \dots, \phi_7, 0, 0\}^T \\ \{Q\} &= \{Q_s, Q_s, 0, \dots, 0, -Q_s, -Q_s\}^T\end{aligned}\quad (24)$$

ここで ϕ_s は陽極への入力電圧, Q_s は電極に蓄えられる電荷である. 圧電素子を実際に駆動する際は陽極へ電圧を与えることになるので, 実際に圧電素子の支配方程式を解析する場合には, 陽極へ入力電圧を与えて未知の電圧 $\phi_3, \dots, \phi_7$ を求め, 得られた全節点の電圧から電荷 Q_s を求めるものとする.

表1に矩形板, 接着剤及び圧電素子の特性を示す. なお式(10)の比例減衰特性を表す係数は $\alpha=10.0$, $\beta=1.0 \times 10^{-6}$ とする. 表2に直方体を構成する矩形板の固有振動数を示す. Plate1 は電気・構造連成系であり, その影響で Plate2

Table 2(a) Natural Frequencies (Plate 1)

	Natural Frequency [Hz]
f_1	130.8
f_2	278.0
f_3	320.8
...	
f_7	595.2
f_8	689.0
f_9	718.6
f_{10}	793.6
f_{11}	836.2
f_{12}	934.7
f_{13}	982.3
f_{14}	1034.4
...	

Table 2(b) Natural Frequencies (Plate 2)

	Natural Frequency [Hz]
f_1	136.9
f_2	239.1
f_3	315.9
...	
f_7	594.2
f_8	633.3
f_9	755.5
f_{10}	799.1
f_{11}	834.0
f_{12}	1009.6
...	

Table 2(c) Natural Frequencies (Plate 3,4)

	Natural Frequency [Hz]
f_1	123.7
f_2	187.5
...	
f_9	577.0
f_{10}	620.0
f_{11}	701.1
f_{12}	798.0
f_{13}	854.1
f_{14}	940.5
f_{15}	1141.7
...	

Table 2(d) Natural Frequencies (Plate 5,6)

	Natural Frequency [Hz]
f_1	90.2
f_2	161.7
...	
f_{11}	571.5
f_{12}	692.9
f_{13}	728.9
f_{14}	774.8
f_{15}	830.7
f_{16}	840.8
f_{17}	928.7
f_{18}	1028.1
...	

の固有振動数とは異なっていることがわかる. 一方直方体内には, 形状から決まる共鳴周波数がある. 本解析モデルの場合は, 708.3(Hz), 850.0(Hz), 1062.5(Hz) となる.

3.2 非連成系としての解析結果との比較 電気・構造・音場連成系の解析を行う前に, 電気・構造連成系の解析結果と圧電素子の電気系としての特性を制御力としてモデル化する場合 (以下では非連成系と呼ぶ) の解析結果の比較を行う. そのため図3に示される解析モデルに貼付された圧電素子に電圧を与えたときの応答を比較する.

非連成系の解析は, 本研究では以下のようにして行う. まず図3のモデルから圧電素子, 接着剤及びそれらと同じ面積の矩形板の積層構造を取り出し, 周辺自由条件で連成系解析を行い, 変位及び電位を求める. 次にそのような変位が発生するように外力を定める. 解析モデルを支配する運動方程式の特性マトリックスは, 圧電素子及び接着剤の構

(a) Displacement at Node 3

(b) Displacement at Node 5

Fig.4 Comparison of Displacement between Coupled and Uncoupled Analysis

造系としての特性, すなわち式(6)の $[M_d]$, $[K_d]$ 及び式(7)の $[M_a]$, $[K_a]$ を式(4)の矩形板の $[M_s]$, $[K_s]$ に重ね合わせて構築する. このとき式(6)の $[\Theta]$, $[G]$ は考慮しない. そして先に定めた外力が, 運動方程式の圧電素子に対応する節点に作用するものとして解析を行う.

圧電素子の陽極に 1.0[V] の調和電圧を与えた場合の圧電素子の節点 3, 5 の変位の周波数応答を図 4 に示す. 変位振幅及び共振周波数とも両解析で異なる. 電気・構造連成系解析の場合は, 式(11)で表されるように電気系の影響によって共振周波数が変化する. すなわち本研究で扱うモデルの場合には, 電気・構造連成系解析を行うことによって, より精度の高いモデル化が行えることがわかる. なお, 他の節点においても同様な結果が得られた.

3.3 電気・構造・音場連成系の解析結果 本節では, 図 2 の直方体モデルに対して電気・構造・音場連成系の解析を行う. 着目する周波数帯域が比較的高周波数の 600~1000[Hz] の場合を考えると, Plate 1 の 595.2[Hz] 及び Plate 2 の 594.2[Hz] は 600[Hz] に非常に近いのでそれらも含めて, その範囲に含まれる固有振動数は 35 個ある. ここでは以下の 3 つの場合の解析を行う.

Case 1: すべての連成系モードを採用して解析する場合

Case 2: 35 個の連成系モードを採用し, 省略した連成系モードは無視して解析する場合

Case 3: 35 個の連成系モードを採用し, 省略した連成系モードを剰余項として解析する場合

本解析では, Case 1 の結果が最も正しいものとして扱う. 式(11)の連成系の方程式の全自由度は 282 自由度であり, 式(21)において $\{p\}$ は 288 自由度であるので, Case 2, 3 は, 連成系全体の 570 自由度を 323 自由度に縮小して解析することになる.

図 2 の Excitation Point に 1.0[N] の調和外力を作用させた場合の圧電素子の節点 3, 5, 7 の変位と電圧の解析結果を図 5, 6 に示す. またこの時の直方体中心点の内部音圧の解析結果を図 7 に示す.

図 5 の変位の周波数応答を見ると, いずれの節点においても連成系モードの省略の影響はあまり見られず, 解析結果もほぼ一致している. 図 6 の電位の周波数応答を見ても, 図 5 と同様, 解析結果もほぼ一致している. しかし図 7 の内部音圧の周波数応答に関しては, 音圧がピークとなる周波数及びそのときの音圧は, いずれの解析の場合もほぼ一致しているが, それ以外の周波数では, Case 3 の方が Case 1 に近い結果が得られている. したがって省略した連成系モードを剰余項として解析の方が解析精度は良いことがわかる. 図 7 において音圧がピークとなる周波数は, 加振面である Plate 1 の連成系固有振動数と一致している. 前述のように 600[Hz] から 1000[Hz] の範囲には 708.3(Hz) の

(a) Displacement at Node 3

(b) Displacement at Node 5

(c) Displacement at Node 7

Fig.5 Effect of Residual on Displacement

(a) Voltage at Node 3

(b) Voltage at Node 5

(c) Voltage at Node 7

Fig.6 Effect of Residual on Voltage

(1,0,0) モード, 850.0(Hz) の (0,1,0) モードが存在するが, 構造系及び電気系の動特性との連成により, 連成系固有振動数で音圧は高くなっている. 本研究は解析手法の提案が目的であるが, 今後は, 連成系解析を行った場合の内部音場の状態, 例えば共振時の音圧分布に関する研究が必要であると考えられる.

次に解析に要した計算時間の比較を行う. 表3に計算時間の比を示す. Case 1 の場合は, 式 (21) の連成系方程式の自由度が 570 であり, 連立方程式を解く計算に時間を要している. したがって Case 2, 3 では, 式 (21) の自由度の減少とほぼ同じ割合で計算時間も減少していることがわかる.

以上の結果から, 提案した連成系解析手法を用いて, 着目する周波数帯域に含まれる連成系モードを採用し省略した連成系モードを剰余項として解析すれば, 計算精度及び計算時間の点で有効であることがわかった.

4. 結 言

本研究では, 圧電素子が構造物に貼付された場合の電気・構造・音場連成系の着目する周波数帯域の効率的な解析を

Table 3 Comparison of Calculation Time

	Time Ratio
Analysis by using all modes	100
Analysis by using 53rd~87th modes without residue	42
Analysis by using 53rd~87th modes with residue	60

Fig.7 Effect of Residual on Sound Pressure at the Center of Model

行った。そのため構造・音場連成系解析手法と圧電素子の電気・構造連成系解析手法を組み合わせ、計算の効率化の観点から、電気・構造連成系のモード方程式において連成系モードを省略する手法を適用している。数値例として、弾性板で構成される直方体を取り上げ、その一面に圧電素子を貼付した場合の構造物の振動特性、圧電素子の電位特性及び内部音場の解析を、構築した連成系解析手法を用いて行った。その結果、本研究で取り上げた解析モデルでは、連成系解析を行うことによって精度の高いモデル化が行えること、着目する周波数帯域に含まれる連成系モードを採用し省略した連成系モードを剰余項として解析すれば、計算精度及び計算時間の点で有効であることがわかった。

なお本研究で構築した解析手法は、任意の圧電素子の特性をモデル化することができるので、例えば、音場制御のための最適な圧電素子の設計へも応用することができると考えられる。

文 献

- (1) P.A.Nelson, et.al., The Active Minimization of Harmonic Enclosed Sound Fields, Part 1:Theory, *J. Sound Vib.*, **117-1**, (1987), 1-13.
- (2) 伊勢他 2 名, 境界要素法による室内のアクティブモード制御の解析, 日本音響学会誌, **51-1**, (1995), 25-33.
- (3) 猿渡・背戸, アクティブ遮音のための平板の振動制御法, 機論, **60-579**, C(1994), 3769-3775.
- (4) 山下他 3 名, 動吸振器による構造物の振動制御 (第 2 報: 実験的方法), 機論, **52-484**, C(1986), 3191-3197.
- (5) Baz.A. and Poh.S., Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators, *J. Sound Vib.*, **126-2**, (1988), 327-343.
- (6) 江他 2 名, 圧電素子をアクチュエータとするフレキシブルアームの変位制御 (理論解析法並びに素子の駆動法), 機論, **56-522**, C(1990), 416-423.
- (7) 西原他 3 名, 圧電アクチュエータによる片持ばりの振動制御, 機論, **57-538**, C(1991), 1916-1923.
- (8) 加川・G.M.L.Gladwell, 電気系と機械系が結合している振動系への有限素子法の応用, 日本音響学会誌, **26-3**, (1970), 117-128.
- (9) 加川, 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, (1981), 215-228, 培風館.
- (10) 岩壺他 3 名, 構造・音場連成解析手法の開発に関する研究 (高次と低次の周波数帯域を省略する手法の提案), 機論, **61-585**, C(1995), 1917-1923.
- (11) 土屋他 2 名, 有限要素法による集束トランスジューサの応答解析, 電子情報通信学会論文誌, **J74-A-7**, A(1991), 929-940.
- (12) 谷口, 振動工学ハンドブック, (1981), 260-264, 養賢堂.
- (13) 安藤・加川, プラスチック溶接用超音波振動体の有限要素シミュレーション, 電子情報通信学会論文誌, **J70-A-6**, A(1987), 942-951.
- (14) Larry J.Segerlind, Applied Finite Element Analysis (加川監訳, 応用有限要素解析, (1978), 295-300, 丸善.)