並立する柔軟構造物の曲げねじれ振動制御*

松 本 幸 人^{*1}, 福 田 雄 一^{*2}
土 井 文 夫^{*1}, 背 戸 一 登^{*3}Bending and Torsional Vibration Control for Flexible Structures
arranged in ParallelYukito MATSUMOTO, Yuichi FUKUDA,
Fumio DOI and Kazuto SETO

This paper deals with a bending and torsional vibration control method for flexible structures arranged in parallel, and a method for making a multi degree-of-freedom model by using uncontrollability and unobservability. According to these methods, it is easy to make reduced-order-models of flexible structures, and a pair of flexible structure are controlled actively by controlling each other by means of actuators placed between them. Therefore it is able to obtain enough control force under the low frequency, and control vibration of the super tall building by the strong wind. In this paper, two real structures are reduced to 4DOF models respectively including bending and torsional modes for controlling the bending and torsional vibration. These models are evaluated by means of comparing the simulated frequency response with the measured one using real structures. The effectiveness of these methods is demonstrated by the vibration control using LQ and semioptimal control theory theoretically and experimentally.

Key Words: Torsional Vibration, Vibration Control, Flexible Structure, Modeling, LQ Control Theory, Spillover

1. 緒 言

現在, 高層ビルに用いられている制振装置は動吸振器が主流となっている。しかし, 阪神大震災ではその効果を十分発揮できずに終わり, またさらに高層ビルが高層化していった場合, 十分に制御力が得られなくなることが指摘されており, これに代わる新しい制振法が望まれている。そこで著者らは新しい振動制御手法として, 複数の構造物が並立する場合に各構造物間にアクチュエータを配置して, 各構造物の相互作用により振動を制御するビル連結方式という方法を提案し⁽¹⁾(図1参照), この方法の実現に向けて研究を重ねてきた。

一方, 制御系設計ではLQ制御理論を用いることが多いが, 適切な低次元化モデル作成法が存在しないため, しばしばスピルオーバーと呼ばれる不安定振動の発生が問題となる。そこで著者らは, スピルオーバー防止を目的とした「不可制御・不可観測性を活用した低次

元化モデル作成法」を提案している⁽²⁾。

本報では, 二つの構造物の曲げとねじれそれぞれの一次と二次のモードを制御対象とし, 各構造物に対して曲げとねじれを考慮した四自由度の低次元化モデルを作成し, 実際の構造物とモデルの周波数応答を比較することによって, 提案するモデル作成法が構造物の曲げとねじれの振動を制御するための低次元化モデルを作る場合にも有効であることを実証している。また, これまでのように構造物の曲げ振動だけでなく, ねじれ振動を考慮することにより構造物の固有振動数が接近するため, 前述の不可制御, 不可観測性を活用したスピルオーバー防止法だけでは不十分である。そこ

Fig.1 Actively connected method between buildings

* 原稿受付 1997年4月28日。

*¹ 正員, 協和合金(株)振動制御研究所 (☎ 236-0004 横浜市
市南区福浦1-7-2)。*² 日本大学大学院 (☎ 101-8308 東京都千代田区神田駿河台1
-8)。*³ 正員, 日本大学理工学部。

でローパスフィルタを導入し、制御系の状態方程式を拡張して最適のフィードバックコントローラを決定する「フィルタ包含 LQ 制御」⁽³⁾を併せて適用している。一方、同時に八つの振動モードを制御するために制御系の次数の増大が懸念される。そこで、構造制約のある場合の解法として知られる「準最適制御理論」⁽⁴⁾を導入して、制御系の次数を縮小して制御を行っている。これらの手法を併用してシミュレーションと制御実験を行い、提案する振動制御法の有効性を検証したので報告する。

2. 構造物の低次元化モデル作成

2・1 低次元化モデル作成法 本研究で研究対象とする並列構造物は、図 2 に示すように厚さの違う二つの板状構造物が二つのアクチュエータで連結された構造になっている。以後、左側の厚いほうを構造物 1、右側の薄いほうを構造物 2 とする。このような分布定数系の構造物に対して最適制御理論を適用して制御を行う場合、制御対象の振動モードだけを適切に表現する物理モデルに低次元化する必要がある。そこで、二つの構造物の曲げとねじれそれぞれの一次と二次の振動モードを制御対象と決め、各構造物に対して制御対象の四つの振動モードのみをもつ四自由度の低次元化

モデルを作成し、それらをアクチュエータと減衰要素で連結することで並列構造物全体の低次元化モデルを構成する。これを図で表わしたものが図 3 である。ここに M_{ij} と x_{ij} は各構造物を四質点系で表した場合の質点とその変位、 K_{ijs} は各質点間を結合するばねのばね定数である。ただし、 i は構造物 1, 2 を表し j, s は各構造物の質点番号を表す。この M_{ij} , K_{ijs} を決定する方法を以下に述べる。なお、低次元化モデルの質点の位置、およびモデルパラメータを同定する方法として、「不可制御・不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」を用いる。この方法の詳細については文献(2)を参照されたい。ここでは本研究における適用方法を簡単に述べる。

まず、図 4 に有限要素法のはん用ソフトウェアである ANSYS を用いて求めた構造物の一次から七次までの振動モード形を示す。ただし、各構造物の形状は厚みが違うだけで類似しており、同様の振動モード形になることがわかっている。ここでは構造物 1 の振動モード形のみを示す。一次モードが曲げ一次、二次モードがねじれ一次、三次モードが曲げ二次、四次モードがねじれ二次に相当する。

Fig. 2 Schematic view of flexible structures arranged in parallel

Fig. 3 Reduced-order physical model of these structures

Fig. 4 Vibration mode shapes and corresponding natural frequencies of the structures

ここで、モデリングにおいて除外される高次モードのうち最低次のモード、この場合は五次モードの節上に低次元化モデルの四つの質点を設定する。この位置では五次モードのモード振幅が零のため制御力によって励振されることがなく、五次モードが不可制御となりスピルオーバーの発生を回避することができる。同様に、六次モードの節上にセンサを設置すれば六次モードが不可観測となり六次モードのスピルオーバーを防ぐことができる。ただし今回の場合は七次モードの節が図4に示すように六次モードの節と交差しており、これらの交点にセンサを設置することで六次と七次のモードが同時に不可観測となり、六次と七次のモードの観測スピルオーバーを防ぐことができる。

次に、各質点における一次から四次の固有モード成分を行列の成分に持つ固有モード行列に対して、モード質量行列が単位行列になるように正規化したものを正規化固有モード行列 Φ とし、固有振動数を対角要素とする周波数行列を Ω とおくと、質量行列 M 、剛性行列 K は以下になる。

$$M = (\Phi \Phi^T)^{-1} \dots\dots\dots (1)$$

$$K = (\Phi^T)^{-1} \Omega^2 \Phi^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、集中定数系の条件を満たすように、誤差関数 ϵ を定義し、これを零にするような正規化固有モード行列 Φ の修正を行う。 Φ に対する誤差関数の感度行列を $[\partial \epsilon / \partial \Phi]$ 、修正量を $\delta \Phi$ とすると、誤差関数 ϵ を零とする修正量は次式で求められる。

$$\delta \Phi = \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right]^T \left(\left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right] \left[\frac{\partial \epsilon}{\partial \Phi} \right]^T \right)^{-1} (-\epsilon) \dots\dots\dots (3)$$

この修正量を用いて誤差関数を零に収束させれば集中定数系の条件を満たす固有モード行列が得られる。こうして得た固有モードを式(1)、(2)に代入して、質量行列 M 、剛性行列 K を求めることにより低次元化モデルのパラメータが得られる。

このようにして求められた各構造物の低次元モデル

のモデルパラメータを表1に示す。

2・2 低次元化モデルの検討 2・1節で作成された低次元化モデルが、制御対象の振動モードを正確に表しているかどうか、実機と低次元化モデルの周波数応答を比較することにより検討を行う。図5に各構造物の実機と低次元化モデルの周波数応答を示す。図5(a)は構造物1の質点11を加振し、構造物1の各点

(a) Structure 1

(b) Structure 2

Fig. 5 Comparison on between reduced-order-model and real structure by frequency response

Table 1 Parameters of reduced-order-model

	Structure 1	Structure 2
Mass [kg]	$M_{11} = M_{12} = 1.35$ $M_{13} = M_{14} = 1.66$	$M_{21} = M_{22} = 0.90$ $M_{23} = M_{24} = 1.02$
Stiffness [N/m]	$K_{111} = K_{122} = -9858$ $K_{112} = 41793$ $K_{113} = K_{124} = 62610$ $K_{114} = K_{123} = -44542$ $K_{133} = K_{144} = 29098$ $K_{134} = 90149$	$K_{211} = K_{222} = -3431$ $K_{212} = 17935$ $K_{213} = K_{224} = 25104$ $K_{214} = K_{223} = -18484$ $K_{233} = K_{244} = 9686$ $K_{234} = 36431$
Damping [Ns/m]	$C_1 = 3.3, C_2 = 3.6$	

で観測したとき、図 5(b)は構造物 2 の質点 21 を加振し、構造物 2 の各点で観測したときの応答を示している。

図5に示すように、各構造物ともに一次と四次までの固有振動数が一致しており、かつ各構造物の各質点での応答において共振、反共振の位置関係も一致している。一方、構造物1の質点11, 14や、構造物2の質点22, 23, 24での応答を見ると80 Hz以降では実機とモデルの応答がずれていることが確認されるが、これはモデル化において無視された実機の五次のピークが現れていることが原因である。これらの結果から考えて、各構造物に対して五次以降の振動モードを無視したにもかかわらず曲げとねじれを含む一次から四次までの振動モードが高い精度でモデルに表されていることがわかり、作成した低次元化モデルが制御系設計に用いるのに十分な信頼性を有しているといえる。

3. 制 御 系 設 計

3・1 フィルタを含む拡張系の状態方程式表示

分布定数系の構造物を最適制御理論を適用して制御する場合、低次元化モデルを作成する必要があるが、その際に無視した高次モードによるスピルオーバー防止を目的として「不可制御，不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」を用いていることはすでに述べている。しかし、この手法で考慮できる高次モードは基本的に二つまでであり、ねじれモードを制御対象として考慮した場合、構造物の各固有振動数が接近することになり、さらに高次のモードによるスピルオーバーの発生が予想され、それらへの対策が必要となる。そこでローパスフィルタを導入し、フィルタを含む拡張系の状態方程式に対して LQ 制御理論を適用し、制御系設計を行う。これら二つの手法を組合わせて用いることにより、ローパスフィルタのみを使用する場合よりもフィルタのカットオフ周波数を高くすることができ、制御対象モードに対する制御効果の低下を軽減することができる。

制御量 U をローパスフィルタを通して出力すれば、フィルタの状態方程式と出力方程式は次のように表される。

$$\dot{X}_f = A_f X_f + B_f U_f \dots\dots\dots (4)$$

$$\mathbf{Y}_f = \mathbf{C}_f \mathbf{X}_f \dots\dots\dots (5)$$

制御対象についても同様に次式で表される.

$$\dot{X}_s = A_s X_s + B_s U_s \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$Y_s = C_s X_s \dots\dots\dots (7)$$

ここで、フィルタの出力が制御対象の入力であるから、

$$Y_f = U_s \dots\dots\dots (8)$$

したがってフィルタを含めた制御系の状態方程式および出力方程式は、このように表される。

$$\dot{X} = AX + BU \dots\dots\dots (9)$$

$$Y = CX \dots\dots\dots (10)$$

ここに,

$$A = \begin{bmatrix} A_f & 0 \\ B_s C_f & A_s \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_f \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_f & 0 \\ 0 & C_s \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

3・2 LQ 制御理論

3・2 LQ 制御理論

以上で示した状態方程式に LQ 制御理論を適用し最適なフィードバックコントローラを決定する。設計パラメータは、次に示す線形二次形式の評価関数 J に与える重み係数行列 Q, R である。ただし、 Q は状態ベクトル X に、 R は制御量 U に掛かる重み係数行列である。

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U}) dt \dots\dots\dots (12)$$

LQ 制御理論に基づけば、この評価関数 J を最小にする制御量 U は次のように定式化されており、リカッチ方程式を解くことによりフィードバックゲイン K を決定することができる。

$$U = -R^{-1}B^T P X = -KX \dots\dots\dots (13)$$

ここに, P は次のリカッチ方程式の解である.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \dots\dots\dots (14)$$

3・3 準最適制御理論

3.3 準最適制御理論

本研究では曲げとねじれを含めた八つのモードを制御対象としており，それに伴い制御系の次数が大きくなってしまうのが難点である．そこで構造制約がある場合の解法として知られる準最適制御理論を導入し，意図的にフィードバックする状態量の数を減らし，制御系の次数を縮小する．

最小ノルム解を用いた準最適制御問題は次のように定式化されている。すなわち測定できない状態量を除いた状態ベクトルを $\mathbf{Z}$ とし、構造制約行列を $\mathbf{S}$ とし

Fig. 6 Block diagram representation of controlled and uncontrolled systems

て次のような線形変換を行う。

$$\mathbf{Z} = \mathbf{S}\mathbf{X} \quad \dots\dots\dots (15)$$

本研究では状態量は次に示すように 20 個存在する。

$$\mathbf{X} = \{\dot{x}_{f1}, \dot{x}_{f2}, x_{f1}, x_{f2}, \dot{x}_{11}, \dot{x}_{12}, \dot{x}_{13}, \dot{x}_{14}, \dot{x}_{21}, \dot{x}_{22}, \dot{x}_{23}, \dot{x}_{24}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}\}^T \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、左の 4 個はフィルタに関する状態量、残りが

構造物の各質点の速度と変位である。この状態ベクトルを式(15)により次のように変換する。

$$\mathbf{Z} = \{\dot{x}_{f1}, \dot{x}_{f2}, x_{f1}, x_{f2}, \dot{x}_{11}, \dot{x}_{12}, \dot{x}_{21}, \dot{x}_{22}, x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}\}^T \quad \dots\dots\dots (17)$$

この状態ベクトル $\mathbf{Z}$ でフィードバックを構成すると、

$$\mathbf{U} = -\mathbf{K}_s \mathbf{Z} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに準最適フィードバックゲイン $\mathbf{K}_s$ は次のように定式化されている。

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{K}\mathbf{S}^T(\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1}\mathbf{S} \quad \dots\dots\dots (19)$$

すなわち LQ 制御におけるフィードバックゲイン $\mathbf{K}$ を準最適フィードバックゲイン $\mathbf{K}_s$ に置き換えることにより準最適フィードバックを実現することができる。

以上で設計された制御系の全体像をブロック線図で表すと図 6 のようになる。

4. 制御効果の解析

以上で設計された制御系によりシミュレーションを行う。重み係数行列 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$ は次のものを用いる。

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}[1 \times 10^{-3} \ 1 \times 10^{-3}]$$

フィルタは二次のローパスフィルタを使用し、パラメータはカットオフ周波数 100 Hz、減衰比 0.6 とする。このときの各構造物の周波数応答を図 7 に示す。ただし、細い実線は非制御時、太い実線は制御時の応答である。図 7 より、制御を掛けることにより各構造物の一次から四次の共振ピークが抑制されており、制

(a) Structure 1

(b) Structure 2

Fig. 7 Simulated frequency response

(a) Structure 1

(b) Structure 2

Fig. 8 Simulated impulse response

Fig. 9 Experimental setup

Fig. 10 Construction of actuator

Fig. 11 Frequency characteristics of low pass filter

Fig. 12 Measured frequency response

御の効果が現れている。

次に各構造物のインパルス入力に対する時刻歴応答を図8に示す。図7と同様に、細い実線は非制御時、太い実線は制御時の応答を示している。図8より、おのおのの構造物の各質点において一次から四次の振動が速やかに収束していることがわかる。

5. 振動制御実験

5.1 実験装置の構成 図9に実験装置の構成を示す。実験装置は図9のように、制御対象の並列構造物、アクチュエータ、変位センサ、A/D・D/A変換器、パーソナルコンピュータから構成されている。また、アクチュエータは永久磁石とコイルからなる非接触の電磁式であり、同時に渦電流損失により減衰力を得るハイブリッド方式の構造になっている(図10参照)。

各構造物の絶対変位を変位センサにより観測して、A/D変換器を介してコンピュータに入力する。コンピュータ内では、入力された変位信号から差分により速度信号を求めて、シミュレーションにより決定したフィードバックゲインを用いて制御量を算出する。さ

(a) Structure 1

(b) Structure 2

Fig. 13 Measured impulse response

らにソフトウェアフィルタにより高周波成分の感度を低減して出力し、アクチュエータにより制御力に変換されて構造物を制振する。

5.2 実験結果 次にシミュレーションに対応する実験結果を示す。細い実線は非制御時、太い実線はシミュレーションと同じ重み係数を掛けたときの制御時の応答である。また使用するローパスフィルタは、図11のような特性をもつ。

図12の周波数応答では、各構造物の共振ピークが抑制されており制御の効果がみられる。ただし、構造物1の四次の共振ピークがあまり下がっていない。また図13のインパルス入力に対する時間応答では、構造物の各質点で一次から四次までの振動が速やかに収束し、かつ制御対象から外された五次以降の振動がスピルオーバーを起こすことなく、安定状態にあることがわかり、良好な制御効果が得られていることが確認できる。

6. 結 論

以上、数値解析と実験結果により以下の結論を得た。

(1) 著者らが提案する「不可制御、不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」により、構造物の曲

げとねじれのモードを考慮した四自由度系の低次元化モデルを容易に作成することができ、また実機とモデルの周波数応答を比較することでこのモデルが物理現象を正しく表現していることを確認し、本手法の有効性を示した。

(2) 前報でも用いた「不可制御・不可観測性を活用した低次元化モデル作成法」と「フィルタを包含する LQ 制御」を併用する手法に加え、「準最適制御理論」を導入することにより、比較的簡単な制御系で本研究のように多くの振動モードを制御する場合でも十分制御することが可能であることを示した。

(3) 著者らが提案する「ビル連結方式」が新しい制振法の一つとして実現可能であることを実証した。

文 献

- (1) 背戸一登, 振動のアクティブ制御, 日本音響学会誌, **47**-9 (1991), 668-677.
- (2) 背戸一登・光田慎治, 不可制御・不可観測性の活用による弾性構造物の低次元化物理モデル作成法と振動制御法, 機論, **57**-542, C(1991), 3393-3399.
- (3) 背戸一登・土井文夫・井上浩男・久谷益士郎・南真和, 長大橋主塔模型構造物の振動制御(第2報, フィルタ包含準最適制御法とその効果), 機論, **63**-609, C(1997), 1413-1420.
- (4) Kosut, R. L., Suboptimal Control of Linear Time-Invariant Systems Subject to Control Structure Constraints, *IEEE. Trans. Autom. Control*, AC15-5(1970), 557-563.