吸収パワー最大化によるアクティブ振動制御*

平 見 尚 隆^{*1}, John E. FLOWCS WILLIAMS^{*2}

Active Vibration Control by Maximum Power Absorption

Naotaka HIRAMI and John E. FLOWCS WILLIAMS

The purpose of this paper is to propose a novel active control strategy to reduce noise and vibration. Much work has been done on the active control of noise and vibration. However, one of the limitations of the technique is that controllers tend to be application-specific. Careful identification of the system to be controlled and reference signals are essential and that often proves difficult to arrange. Hence a versatile control strategy, which is non-application-specific, has been sought in this research. The power absorbed by an active vibration controller was taken as a cost function to be maximised. Theoretical investigations into simple string models have been conducted with this idea, suggesting that power absorption maximisation within the time taken for a wave emitted by the controller to come back to the control point, i.e. within a sing around time, is promising. A maximum power absorber based on this strategy was developed for experimental purposes, and applied to string and plate models for its validation study. These experiments confirmed that the absorber attenuates vibration effectively, supporting the good prospect of this control strategy.

Key Words: Vibration Control, Vibration Control Device, Damping, Active Control, Maximum Power Absorption, String Vibration, Plate Vibration

1. 緒 言

機械構造物の振動および騒音のアクティブ制御は発生している波動場に二次波を作用することで干渉を引き起こし、それら波動の和を最小にすることを狙いとしている。この原理は幅広く研究され、既に本技術は確立の域に入ったように思われる^{(1)~(3)}。しかし、これらに共通した問題として制御対象のシステム同定やリファレンス信号を必要とすることが上げられる。ここではこれらの問題点を解決すべく、制御対象を選ばないはん用性のある制御手法を考案することを目的とする。一般に減衰は振動を効果的に抑制する。この減衰とのアナロジーから本研究では振動体からエネルギーを吸収し振動を制御することを考える。すなわち制御の目的関数としてコントローラが吸収するパワーを取り上げる。この吸収パワーの最大化についてはこれまで幾つかの研究が行われており、無限な振動系についてはその効果が確認されている⁽⁴⁾。しかし、この概念を有限な振動系に適用した場合は効果がないことが

Nelson-Elliott⁽⁵⁾により報告されており、現在ではこの吸収パワーを目的関数にとることは否定的に考えられている。本稿ではまずこの吸収パワー最大化の概念を理論的に有限および半無限長弦モデルに適用しこれまでの議論を再検討する。その後本検討に基づき有限系にも適用可能な制御方法を提案し、この手法の妥当性をシミュレーションを通じ示す。後半では本手法に基づき開発したシステムの概要を述べ、このシステムを弦および板の振動制御へ適用し、その有効性を確認する。

2. 理 論 検 討

2.1 有限長弦モデルを用いた検討 図1に検討に用いる有限長弦モデルを示す。左端は一定振幅の調

Fig. 1 A finite string model

* 原稿受付 1997年2月10日。

^{*1} 正員、(株)マツダ (〒733-0028 広島県安芸郡府中町新地3-1)。^{*2} ケンブリッジ大学工学部 (Trumpington St., Cambridge, CB2 1PZ, U.K.).

和加振を受け ($y = Y_0 \cdot e^{i\omega t}$), 右端では速度フィードバックが行われる (ゲイン: $Z = \xi \cdot e^{i\phi}$). 振動系の線形を仮定すると

$$y = A \cdot e^{i\omega(t-x/c)} + B \cdot e^{i\omega(t+x/c)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

を一般解として得る. ここで ω は加振周波数, c は波の速度である. T を弦の張力そして ρ を単位長さ当たりの質量とすると速度は $c = (T/\rho)^{1/2}$ で与えられる. 両端の境界条件を適用すると式 (1) の A および B が求まる. 一例として $\rho = 1 \text{ kg/m}$, $T = 1 \text{ N}$ そして $l = 1 \text{ m}$ の弦モデルが単位振幅の加振を受けた場合を考える. この時振動系内のトータルエネルギーおよびアクチュエータによって吸収されるパワーの時間平均値は

$$\begin{aligned} \overline{E_{\text{Total}}} &= \frac{\omega^2}{4} \\ &\times \frac{1 + \xi^2}{\sin^2 \omega \cdot \xi^2 \cdot \cos^2 \phi + (\sin \omega \cdot \xi \cdot \sin \phi - \cos \omega)^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \overline{P_{\text{Absorbed}}} &= \frac{\omega^2}{2} \\ &\times \frac{\xi \cdot \cos \phi}{\sin^2 \omega \cdot \xi^2 \cdot \cos^2 \phi + (\sin \omega \cdot \xi \cdot \sin \phi - \cos \omega)^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる⁽⁶⁾. 図2にこれらの値を ω をパラメータにとり示す. ただしここではゲインが実数の場合のみを考える ($\phi = 0$). 図中の横軸はゲインを表し, 縦軸は評価値を $\omega^2/2$ で除した値を示している. この図よ

(a) Time-averaged power absorbed

(b) Time-averaged total energy in a string

Fig. 2 Power absorbed and total energy in a string

り吸収パワー最大化の条件とトータルエネルギー最小化の条件は一致せず, 逆に吸収パワーの増加はトータルエネルギーの増大を招く場合があることがわかる.

これは, アクチュエータが系内のエネルギー増加を誘発することで, 吸収パワーを増大させるためである. 一般に変位加振を受ける点からのエネルギー流入量は, その点への入力波の振幅と位相差によって決まる. これらの場合, アクチュエータは反射波 B , すなわち左端への入力波の振幅・位相を左端からのエネルギー流入が増大するような値に制御すると考えられる. 以上の結果より, 有限な振動系で単に吸収パワーを最大化することは効果的な制振とはならないことがわかる.

2.2 半無限長弦モデルを用いた検討

次に図3に示すような半無限長弦モデルを考える. 軸の原点に置かれたアクチュエータがフィードバック制御を行う (ゲイン: $Z = \xi \cdot e^{i\phi}$). 左方から伝ばしてきた波 A は制御点で反射され, 波 B として伝わっていく. 弦の左方は無限であり波 B は制御点に戻ってくることはないものとする. この場合も一般解として式 (1) を仮定できる. $x = 0$ における境界条件を考慮し

$$B = A \cdot (T/c - Z) / (T/c + Z) \quad \dots\dots\dots (4)$$

の関係を得る. 式 (1) に式 (4) を代入することで, 系の挙動を A の関数で表すことができる. この関係を用いるとアクチュエータによって吸収されるパワーの時間平均値は次のように求まる⁽⁶⁾.

$$|\overline{P}| = (1/2) \cdot k_p \cdot \omega^2 \cdot |A|^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$k_p = 4 \cdot (T/c)^2 \cdot Z_r / \{(Z_r + T/c)^2 + Z_i^2\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

であり, Z_r および Z_i はそれぞれゲイン Z の実部と虚部である. 吸収パワーの最大値はこの k_p を最大とする条件すなわち

$$Z_r = T/c \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$Z_i = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

で得られる. この条件はフィードバックゲインを弦のインピーダンスに一致させるインピーダンスマッチングに相当する⁽⁷⁾. この場合, 式 (4) から明らかなように伝ばされてきた波のエネルギーはすべてアクチュエータによって吸収され, 波は反射されない.

Fig. 3 A semi-infinite string model

2.3 吸収パワー最大化に関する考察 2.1節で検討した有限長弦モデルを考える。このモデルの原点からのパワーの流入量と制御点でのパワーの吸収量は図4ようになる。図4(a)~(c)はそれぞれゲインが0.2, 0.5そして1.0のときの結果である。加振周波数は系の共振周波数である $\omega=(2n-1)\cdot\pi/2[\text{rad/s}]$ ($n=1, 2, \dots$)とし、弦が調和加振を受け始めてからの過渡応答は厳密解を用い計算している⁽⁶⁾。この解に基づきパワーを計算、図中にはその時間平均値(2s間隔)を表示している。

図4(a), (b)との比較から制御点にてより小さな割合でパワーを吸収した場合は、その後の流入パワーが順次増大し、定常状態では結果として吸収パワーが増大することがわかる。パワーの流入と吸収の差を時間積分したものが系内のエネルギーであり、この図より吸収パワーの最大化は系内のエネルギーの増大をもたらすといえる。この現象は制御点から反射され加振点へと伝わっていく波の大きさ・位相が加振点からの流入エネルギーが大きくなり、次のサイクルでより大きなパワーを吸収できるような値に制御されるためと考えられる。一方図4(c)より流入パワーをすべて吸収した場合、流入パワーの大きさは変化せず一定であり、系内のエネルギーは変化しないことがわかる。

以上の結果を基にコントローラが吸収パワーを測定

しながらその値を最大化することを考える。制振の目的からは、流入されてくるパワーを理想的には100%吸収することが有効であると思われる[図4(c)に相当。 $Z=1.0$ は式(7)で与えられる無限系における吸収パワー最大化の条件]。しかし、制御点のみの情報しか得られないコントローラは吸収パワーの絶対値のみ測定可能で、流入パワーの大きさは測定不可能である。よって吸収パワー最大化の過程で図4(b)から図4(a)の状態になるようにコントローラはゲインを小さくしていき、最終的には図2の $\omega=\pi/2$ の曲線に見られるようにゲインは0に近づく。一方無限系の場合は系内に流入するパワーの大きさは制御点からの反射波の影響を受けない。したがってコントローラは流入してくるパワーをできるだけ大きな割合で(理想的には100%)吸収する条件に変化していく。この違いが吸収パワーの最大化において、有限系と無限系に異なった適用効果を生んでいる。

3. 制御方法

上記考察より制御の対象が有限系であっても吸収パワー最大化条件の探索過程で、制御点への入力波がコントローラがその探索過程でそれまでに反射した波による系内へのパワーの流入の影響を受けていなければ、図4(c)の状態に近づけることができると考えられる。この場合、あたかもその有限系が無限系かのように入力パワーを100%吸収する制振にとって望まし

Fig. 4 Time averaged power input and power absorbed

Fig. 5 Vibrating structure

Fig. 6 Feedback gain optimisation process

Fig. 7 Time history of the energy in a string

い制御状態に近づくことになる。

この考えに基づき制御点での反射波が入力点に達し、再び制御点に戻ってくるまでの時間(sing around time と呼ぶ)内に吸収パワー最大化条件を探索する制御手法を提案する。すなわち図5に示す一般的な振動制御系を対象とした場合、その探索時間を $2 \cdot D_s/c$ (ただし c は波の速度) 以下に設定する。

また、制御対象物を選ばない制御を可能とし、かつ単純なものとするため制御点で、速度フィードバック制御を行うシステムを考える。このコントローラは吸収するパワーを測定しながらそのパワーが最大となるようにゲインを変化させる。この問題は一変数一目的関数の最適化問題となる。

図6にこのゲイン決定のプロセスを示す。図6(a)に示すようにコントローラは変数であるゲインを変化させる。それに伴い吸収パワーが図6(b)のように変化する。コントローラはそれまでのゲインと吸収パワーの関係から次のゲインを順次決定していく。この最適化のプロセスは sing around time 以下の時間 T_{SP} 内で終了させる。

4. 数値シミュレーション

3章で提案した制御方法の妥当性を得るため、2・1節で検討した有限長弦モデルの数値シミュレーションを行った。コントローラは上記アルゴリズムに従いフィードバック制御を行う。最適化手法としては修正 Davies, Swann and Campey の方法⁽⁶⁾を用いた。加振周波数は右端が振動の腹となる系の共振周波数である 2.25 Hz としている。図7に系内のトータルエネルギーの時間応答を示す。2・1節の有限長弦モデルから得られる吸収パワー最大化の条件である $z=0$ と、ここに提示したアクティブ手法による制御の2例を計算している ($Z=0$ の場合理論的にはエネルギーは無限大となるが、シミュレーションに若干の数値減衰が存在するためあるレベルに収束している)。この結果より、有限系に対してもここに提示した方法で吸収パワーの最大化を行えば、効果的な制振が可能であることがわかる。

Fig. 8 Experimental configuration of the maximum power absorber

Fig. 9 Installation of the force transducer and accelerometer

5. 最大パワー吸収装置の開発

5・1 システムの構成 図8に最大パワー吸収装置のシステム構成を示す。このシステムは加振器による吸収パワーの測定と制御点速度の加振器へのフィードバックの二つの作業を同時に行う。フィードバックゲインは測定されるパワーに基づいてコンピュータ (P. C.) により決定される。図9に加振器の構成を示す。フォースピックアップが加振器のテーブルと制御対象物を固定するチャック間に配置され、加速度ピックアップがチャック上に固定されている。チャックは並進方向の力のみが作用するように断面を三角形とした⁽⁹⁾。

5・2 パワーの測定と最適ゲイン探索 先に述べたように有限系で吸収パワーを最大化する場合には sing around time 内にゲイン探索を終了させる必要がある。しかし、その時間を予測することは一般に難しく、たとえ予測できたとしても非常に短いことが予想されるため、次の方法を用いた。吸収パワーを測定後FFTを行い主要な周波数成分を検出し、その周波数の周期の2倍(制御対象波の一周期に相当)を基本サンプリング時間とする。ただし、sing around time が

Fig. 10 A pair comparison method

わかっている場合はその時間を超えない範囲で基本サンプリング時間の整数倍をサンプリング時間とする。

4章のシミュレーションでは sing around time が吸収パワー測定時のサンプリング時間に比べて十分長いことを前提とし、1回の探索内に吸収パワーの測定、次のゲイン値の計算を行う方法を用いた。しかし、実際には一度に複数の処理を行うことは難しいため、図10に示す一対比較法を考案し、プログラミングを行った。基本概念としては Gain 1 をしばらく保った後、パワーを測定する。その後ゲインを Gain 2 に変更し、パワーを測定する。測定後、それら測定パワーの値に基づき次のゲイン値の計算に入る。パワーが増加している場合は振動が定常状態に落ち着くまで Gain 2 を維持した後、この値を次ステップの Gain 1 とし、この作業を繰り返す。一方パワーが減少している場合は次のゲイン値の計算直後ゲインを新しいゲインに変更しゲイン探索を繰り返す。次ゲインの決定には前述の修正 Davies, Swann and Campey の方法を用いた。なお、測定精度向上のため同じ Gain 1 と Gain 2 の組合せによるパワーの測定を数回繰り返し、トータルサンプリング時間を長くとした後、次ゲインを決定するルーチンも組み入れている。

6. 弦の制振

6.1 実験装置 図11に本提案手法の検証に用いた実験装置の概略を示す。制御対象としては弦(芯線の周りに銅線をコイル状に巻いたピアノ線、全長: 2230 mm, 質量: 388.7 g, 張力: 377 N)を用いた。弦の両端はブロックで固定され、左端付近には一次振動源から発生する左方向への波および左端からの反射波を効果的に減衰させるため減衰機構を設けている。一次振動源は一定変位による加振を行うため 606 g のマスを加振器に付加し、加振器テーブルの弾性支持部

Fig. 11 The experimental string model

Fig. 12 The effectiveness of control

Fig. 13 The effectiveness of the sampling time on the power measurement

の補強も行っている。コントローラが二次振動源として一次振動源と右端支持部との間に配置されている。

6.2 制御の有効性 弦を一次振動源と右固定端間の五次の固有振動数(制御点が振動の腹となるモード, 55 Hz)で加振し、コントローラで制御を行った。図12に制御点での振動レベルを示す。コントローラを設置することで 15 dB 程レベルが下がり(減衰効果およびモードの変化が原因として考えられる)。コントローラの吸収パワー最大化によりさらに 10 dB 程制振効果が現れている。

6.3 ゲイン探索サンプリング時間の影響 吸収パワー最大化の概念を有限系に適応する場合 sing around time 内にゲインを決定する必要があるということは既に述べた。有限系の場合、サンプリング時間がこの値を超えると定常状態での吸収パワーの最大化が行われ、逆に振動を増大する可能性があるからである。図13にこのサンプリング時間がおよぼす影響の検討結果を示す。図中には二つの異なるゲイン(Gain

(a) Amplification loop gain and power absorbed

(b) Vibration level at control point

Fig. 14 The defectiveness of maximum power absorption with longer sampling time than a sing around time

1 および Gain 2) を用いたときのサンプリング時間とコントローラがそれぞれゲインにおいて弦から吸収するパワーの値の比 (35 Hz で加振) との関係が示されている。この図よりサンプリング時間が sing around time より短い場合ゲインの増加によって吸収パワーが増大すると正確に判断しているが、その値が sing around time を超え長くなるにつれ逆の判断をするようになり、この傾向は 0.2 s 当たりで収束していることがわかる。図 14 にこの収束域のサンプリング時間を用いた場合のゲイン探索時のゲインの値と平均吸収パワーおよび制御点での振動レベルを示す。これらの図より sing around time を超えるサンプリング時間を用いた場合にはゲインは吸収パワーの増加に従い限りなく零に近づき、逆に振動を増大することがわかる。効果的な制振を行うためにはサンプリング時間を sing around time より小さくする必要がある。

7. 板 の 制 振

開発したコントローラで板の振動を制御し、本手法を二次元波動問題へ適用した場合の有効性を検討する。

7.1 実験装置 図 15 に制御の対象とした薄板鋼板を示す。この板は四辺の中央をピアノ線で吊されており、右手奥に一次振動源が、その手前対角線上にコントローラが配置されている。

7.2 制御の有効性 板をその固有振動数の一つの周波数 (64 Hz) で加振し、コントローラでその振動

Fig. 15 Schematic configuration of the experimental plate model

(a) The convergence of the measured amplification loop gain

(b) Amplification loop gain at steady state condition

(c) Vibration level reduction

Fig. 16 The effect of sampling time

を制御した。図 16(a) に制御開始後のフィードバックゲインの収束性を示す。この制御系の sing around time は 0.17 s であり、サンプリング時間はそれ以下の 0.016 s とした。この図よりゲインは一定値に収束することがわかる。このときの振動低減効果は図 16(c) に示すとおりである。本手法は二次元波動問題へも適用可能であるといえる。

7.3 サンプリング時間の影響 次にサンプリング時間を変数にとりゲインの収束値を図 16(b) に、またそれに対応する振動レベル [制御点と点 (800, 200)] を図 16(c) に示す。これらよりサンプリング時間が大きくなるにつれゲインの値は小さくなり、また振動低減レベルも小さくなることがわかる。二次元波動問題である弦の制振の場合は、上述のようにサンプリング時間が sing around time を超えるか否かで制振の効果に大きな違いが現れた。しかし、二次元波

動問題の場合はサンプリング時間が大きくなるにつれ制振の効果は下がるが, sing around time を超えても制御は可能である。これは, コントローラからの反射波が振動場内で反射を繰り返しながら一次振動源に到達するため, 振動入力点のインピーダンスを直接刺激しないためと考えられる。

8. 結 言

制御対象を選ばないはん用性のある制御手法を考案するため, コントローラが吸収するパワーを最大化する概念に着目した。理論検討を行った後, 開発した最大パワー吸収装置を加振を受ける有限な弦および板の振動制御に適用し次の結論を得た。

(1) 有限な振動系で単純に吸収パワーの最大化を行った場合, 共振を誘発する危険性がある。

(2) しかし, コントローラが sing around time 内に最適条件を探索することで, この問題を回避でき効果的な制振が可能となる。

(3) 加振器と速度フィードバック回路を用い, 吸

収パワーを測定しながら最適フィードバックゲインを探索することで吸収パワー最大化によるアクティブ振動制御を実現できる。

(4) 本制御手法は一次元波動問題のみならず二次元波動問題にも適用可能である。

文 献

- (1) Ffowcs Williams, J. E., *Proc. R. Soc. Lond.*, A 395(1984), 63-88.
- (2) 吉田和夫, 機講論, No. 930-42(1993-7), 13-21.
- (3) 今井章久, 機誌, 98-917(1995), 51-54.
- (4) Redman-White, W., Nelson, P. A. and Curtis, A. R. D., *J. Sound Vib.*, 112-1(1987), 187-191.
- (5) Elliott, S. J. and Nelson, P. A., *IEEE Signal Proc. Mag.*, Oct. (1993), 12-35.
- (6) Hiram, N., *Ph. D. Dissertation*, (1994), 27-63, 204, University of Cambridge.
- (7) Main, I. G., *Vibrations and waves in physics*, (1984), 146-148, Cambridge University Press.
- (8) 文献(6)の74-76 ページ.
- (9) 平見尚隆, Ffowcs Williams, J. E., 機講論, No. 96-5(1996-8), 381-384.