実験モード解析の精度と信頼性の改善*

(打撃加振方法の改良と計測誤差の低減)

岩原光男^{*1}, 杉浦太衛^{*2}, 長松昭男^{*3}

Improvement of Accuracy and Reliability of Experimental Modal Analysis (Invention on Impact Testing and Decrease of Measurement Error)

Mitsuo IWAHARA, Taei SUGIURA and Akio NAGAMATSU

An experimental approach is presented for getting of accurate frequency response function. Automatic impact hammer which is fixed in position greatly decreases the noise which is added in input force. Incidental errors are decreased. And, examples of systematic error which can not be removed by statistical method are mentioned here and improved.

Key Words: Vibration Testing, Experimental Modal Analysis, Impact Hammer, Measurement Error, Modal Assurance Criterion

1. 緒 言

実験モード解析における振動試験では、加振力と応答を測定してこれらをフーリエ変換することにより周波数応答関数(FRF)を得る⁽¹⁾。ここで、質の良いFRFを得ることができれば、適切な手法を使用して、正しいモード特性を同定することができる⁽²⁾⁽³⁾。逆に質の悪いFRFを実験で得た場合には、どのような同定手法を使用しても正確なモード特性を得られない場合が多い。実験モード解析の精度と信頼性に対しては、振動試験で得られる実験データの質の方が同定手法よりもはるかに重要である。

著者らはこれまで、実験モード解析における新しいモード特性同定法の開発を行ってきた⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾。本論文では、著者らの提案した方法を生かし、実験モード解析の精度と信頼性の向上に結びつけるために、実験的に質の良いFRFが得られる振動試験に関する研究を行う。

実験データに含まれる誤差には、偶然誤差と偏り誤差がある⁽⁸⁾。本論文では、実験的に偶然誤差を低減し、かつ偏り誤差の要因を究明し解消することを試みる。

振動試験における加振方法の1つとして打撃ハンマ

による打撃加振方法が知られており、高速フーリエ変換技術の発展により、現在では最も広く使用されている。しかし、この加振方法では、応答はもちろん入力側にも誤差が混入し易く、信頼性と再現性が乏しいという短所があり、加振する人が異なれば、得られるFRFも変化するのが通常である。本論文では、打撃加振における関連度関数を向上させて質の良いFRFを得るための振動試験方法に関する提案を行う。

実験誤差の中の偏り誤差を知る適切な方法は今の所ほとんど存在せず、関連度関数がほとんど1であっても、偏り誤差に関しては何の保証にもならない。本論文では偏り誤差を追求するために実験結果と有限要素法による計算結果を比較し、その差を考察することにより偏り誤差の原因を究明し、これを減少させる方法を示す。

2. 自動打撃加振装置の提案

従来、ハンマによる打撃加振では、手軽さと便利さの面から、ほとんど加振点を移動する方法によりFRFを採取していた。そして、加振点移動を前提にしたハンマガンと呼ばれる自動加振装置⁽⁹⁾が市販されている。しかし、打撃試験で生じる誤差の大部分は打撃ハンマによる加振中に発生することから⁽¹⁾、精度と信頼性の面から言えば、加振点を固定し応答の測定点を移動する方法の方が優れている。また、加振点移動方法で3次元の振動モ

* 原稿受付 1997年5月20日.

^{*1} 正員, (株)いすゞ中央研究所 (〒252-8501 藤沢市土棚8).

^{*2} 東京工業大学大学院 (〒152-0033 東京都目黒区大岡山2-12-1).

^{*3} 正員, 東京工業大学.

ード形状を得るためには、同一点を3方向から加振する必要があるが、実際の構造物では3方向を正確に加振することが困難な場合がほとんどである。そこで、3次元の振動モード形状を得るためには、小型軽量の3軸加速度検出器を使用して検出器移動で打撃加振を行う方法が実用的である。小型軽量の加速度検出器であれば構造物のほとんどの場所に接着可能であり、同一点の3方向の応答を同時に得ることができる。

本論文ではまず、加振点を固定した場合の打撃加振方法の改善を行う。その際、多数の技術者が現有の試験装置を用いて安価で容易に実験できるために、市販の打撃ハンマをそのまま利用できるようにする。

実験の手軽さから現在最も広く行われている手動による打撃加振は、加振点の位置と方向の両方にばらつきが生じやすく、これが入力に誤差として混入する。この手動加振で得られるF R Fの誤差の多くは正規分布とは異なる誤差分布を示すので、最尤推定法の仮定条件から外れるようになる。

この問題を解決し、精度の良いF R Fを採集するために、著者らは新しく自動打撃加振装置を開発し、提案する。提案する加振装置の機構を図1に示す。動力源は交流電動機であり、交流電源の周波数を変化させることにより、加振時間を変化させることができる。交流電動機の回転軸には、1～3個を除いて他のすべての歯を削除

した歯車1が連結されている。そしてこの歯車に、全部の歯が付いている通常の歯車2が噛み合わされている。歯車1には1～3個しか歯がついていないので、歯車1が回転すると歯車2は5秒～5分間隔で間欠的に30度程度回転する。

2度叩き防止機構を説明する。歯車1により駆動される歯車2には、その回転軸に打撃ハンマ5の回転軸が連結され、これらの回転軸は互いに自由に回転する。歯車2には2個の腕3、4が固定されている。腕3とハンマとの間にはバネ7により予め引っ張り荷重が作用しており、ハンマ5と腕4とが接触して停止している。歯車1と2が互いに噛み合っている状態で駆動されると、歯車2、腕3と4、ハンマ5は図中の矢印で示す方向に同じ回転運動を行う。歯車1の歯が外れると歯車2、腕3と4、ハンマ5は開放され、バネ6により図中の回転矢印とは逆向きに回転運動を行う。ハンマ5が被試験物10に衝突する直前に歯車2と連結している腕3がストッパ9に衝突する。ここで、歯車2、腕3と4は停止する。しかし、ハンマ5は慣性力が働いているのでバネ7の力に逆らって回転運動を続け、被試験物10に衝突する。衝突によりハンマ5の慣性力は逆向きの力に変換され、同時にバネ7の引っ張り力が働き、ハンマ5は図中の回転矢印と同じ方向に素早く引き戻され、被試験物10から離れる。ハンマが被試験物10から素早く離れること

Figure 1 Mechanism of proposed automatic impact hammer

Figure 2 Vibration testing using proposed automatic impact hammer

により、2度叩き現象が回避される。歯車2に連結している2種類のバネ6, 7を調整することにより、加振力の大きさと加振速度を調整できる。ハンマの柄を固定している部分において、ハンマの回転半径を調整することによりハンマ先端部分の運動長さを調整できる。

実際の加振試験の状況を図2に示す。打撃装置は写真機用の3脚上に設置されており、加振する位置と方向を容易に調整できる。また被試験物は、軽量で柔軟性のある化学繊維製の市販の靴紐2本で吊り下げられている。図2から明らかなように、本自動加振装置は市販の手動用打撃ハンマをそのまま利用することを前提に開発されているので、従来の市販の自動加振ハンマよりもはるかに安価である。

モード特性を正確に抽出するための加振方法として、多点加振が知られている。これには多点同時加振と多点別々加振がある。多点同時加振は計測時間が短いという長所があるが、複数の入力から得られる応答を各入力の寄与分に分離する必要がある。一方、多点別々加振は測定時間がかかるが、基準点が異なる完全に分離された複数のFRF群を得ることができる。そして、このFRF群より、複数の固有モードを精度良く求めることができる⁽⁶⁾。また、このFRF群を組み合わせることにより、特定の固有モードを励振するように同時加振する場合の応答を得ることができる⁽⁶⁾。この有益な多点別々加振を行うためには、本論文で提案する自動打撃加振装置を固定点に複数個設置して、加速度検出器を移動させてFRFを採取すれば良い。

3. 自動打撃加振装置の効果

自動車用ディーゼルエンジンにおける騒音対策として、エンジンプロックにおける開口部分である下端部の剛性を向上させるために、下端部にはしご状構造物を装着することがある。このはしご状構造物を簡略化した構造物を図3に示す。これは鋳鉄製であり、縦弾性係数は137,000 N/mm²である。これを対象に打撃加振を行う。加振点は点29のX方向、応答点は点1のX方向である。実験条件を表1に示す。

図4に、人がインパルスハンマを持ってこの構造を手で加振したときの関連度関数の例を示す。このとき加振した人は、実験現場で長期間ハンマ加振を行ってきた熟練者である。同じ現場の他の実験者によるデータも採取

Fig. 3 Dimensions and finite element modeling of ladder frame structure

Table 1 Experimental conditions

Excitation	Impact hammer, Aluminum chip
Sampling	16384 points, Averaging of 8 data
Window	Input : Force window Output : Exponential window(1%)
FFT	6401 lines, 0~8000Hz

したが、関連度関数はこの図よりかなり悪かった。また、実験現場の人ではないが、振動工学の理論と振動試験による誤差発生メカニズムの両方に明るい人による関連度関数を図5に示す。これは3人のデータ中最も良好であった。理論に精通した上で実験を行えば良い結果を得ることが多いと思われる。

図6に自動打撃加振装置を使用した場合の関連度関数を示す。図4, 5と比較すると、同一の打撃ハンマを用いたにもかかわらず、図6の関連度関数は全周波数領域ではかたに1に近く、実験の精度と信頼性が大幅に改善されていることがわかる。特に1 KHz以上の高周波数領域の改善効果が大い。逆に言えば、今までの人による手動打撃加振においては、熟練者による場合でも入力にかなりの誤差が混入していたことになる。

8回の平均化を行う過程での関連度関数の変化を観察すると、人が加振する場合は8回の平均化の過程にに関連度関数が大きく低下する場合がある。これは、加振の方向と場所が1回毎に異なるための偏り誤差で発生する現象と考える。自動打撃加振装置の場合は安定していて、平均化の途中で大きく低下することはない。また、被試験物の打撃跡を見ると、人による打撃試験では打撃跡が直径5 mmの範囲内でばらついているのに対し、自動打撃加振装置では一点に集中し、ばらつきがなかった。

Fig. 4 Coherence function by person 1

Fig. 5 Coherence function by person 2

Fig. 6 Coherence function with proposed automatic hammer

人が加振する場合には、加振方向と加振場所が正確であるように極力注意し、その上で2度叩きが発生しないように加減して加振する。また、入力電圧が検出器や計測器のダイナミックレンジを超えないように同時に注意する必要がある。しかも、作業は単調な繰り返しである。したがって、人による打撃加振は注意力と忍耐力を大いに必要とし、その精神的負担は大きい。さらに、多点参照における測定点の増加は、この負担を一層増大させている。

これに対し、自動打撃装置による試験では、図6のような信頼性と再現性のあるデータが得られかつデータ採取が容易であるという利点があり、実験者の負担を大きく

減少させることが可能である。また、この装置を複数の加振点を加振できるように複数設置して、順に自動加振してデータを採取することにより、容易に多点別々加振のFRFデータを得ることが出来る。

4. 偶然誤差の低減

4.1 打撃ハンマ先端部分の改良 打撃ハンマによる加振力の時間波形は、実際にはデルタ関数ではなく、時間幅 t_p を持つ半波長正弦波に近い形状である⁽¹⁾。これをフーリエ変換することにより、周波数領域における加振力の大きさの分布を得る。実際に加振実験ではこの分布形状が重要である。図3のはしご状構造物の場合、解析対象周波数は4 KHzまでである。この場合、4 KHz以上の高周波成分は次の理由により害になる⁽¹⁾。

1. 折り返し誤差の原因になる。
2. 加振力と応答の時間領域波形において、瞬間的に過度に大きい振幅が発生する原因になる。このためアナログ・デジタル変換における誤差が増大する。また、検出器、変換器、増幅器、計測器などに過負荷が生じる。
3. 全体として同じエネルギーで加振する場合、必要な4 KHz以下の加振エネルギーの周波数成分が低減する。
4. 高周波数領域まで平坦化されたエネルギーが時間領域では短時間に集中し、大きな力になる。実際、鋼製の変換チップを使用する場合には、打撃力の瞬時値が1000 Nに達することが度々あり、材料の線形弾性領域を超えることがある。

したがって、4 KHz以上の加振力成分を極力低減する必要がある。半波長正弦波のフーリエ変換の形状を考慮すると、加振力成分の大きさが0 Hzから4 KHzで10～20 db低減すれば、理想的である⁽¹⁾。

上記の理想的な加振力の分布を得るために、打撃力の作用時間 t_p を調整する必要がある。通常この調整は、打撃ハンマ先端に取り付ける可変チップの材質を変化させて行う。市販ハンマの標準品として付いている鋼製のものより縦弾性係数の小さい真鍮とアルミニウム製のチップを試作し、加振力の周波数スペクトルを測定した。チップの材質と縦弾性係数を表2に、加振力のスペクトルを図7に示す。アルミニウムの縦弾性係数は鋼の約1/3であるが、チップの材質を鋼からアルミニウムに変えても加振力のパワースペクトルの形状はほとんど変化

Table 2 Material of interchangeable chip

Material	Young's ratio
Steel	206,000 N/mm ²
Brass	104,000 N/mm ²
Aluminum	69,000 N/mm ²
Plastic	nearly 3,000 N/mm ²

Fig.7 Power spectrum of impact force with chips of various materials

Fig.8 Power spectrum of force with chips of two different shapes

Fig.9 Time history of impact force with proposed plastic chip and usual steel chip

せず、希望する特性のものは得られなかった。

市販のチップに硬質プラスチック製のチップがある。このチップは反発力が強いので2度叩きしにくく、被試験物を傷つけることもない。しかし、これを使用した場合の加振力のスペクトルは4 KHzで-30dbとなり、上記の要求に合わなかった。そこでプラスチック製チップによる加振力の周波数成分を高周波領域に広げるために、チップの材質ではなく、チップの形状を変化させる。

チップの形状による加振力のスペクトルの変化を図8に示す。S型は市販のP型を加工して作製したものである。試作したS型の形状のプラスチックチップを使用すると加振力のスペクトルは4 KHzで0 Hzのそれより約-15dbとなり理想に近い。しかも、図9に示すように、打撃力の時間領域波形を比較すると、打撃力の最大値は金属製チップ使用時より約65%に減少している。

4.2 加速度検出器の比較 加速度検出器の偶然誤差への寄与を調査する。試験条件を表3に示す。他の試験条件は4.1と同じである。

Table 3 Experimental Condition

Excitation	Impact hammer ,Plastic chip
Sampling	16384 points, Averaging of 8 data
Window	Input , Output : Exp. W.(5%)
FFT	6401 lines, 0~4000Hz

接触型加速度検出器は大きく分類して2種類ある。前置増幅器を内蔵する型としない型である。前置増幅器を内蔵しない型では、電荷増幅器により振動加速度を電圧に変換する。著者らが前報(6)で使用したものはこの型であり、3方向加速度測定用で1.2gと軽量であるが、電荷感度が0.04Pc/m s²と小さく、雑音も低周波数領域で大きい。この型の検出器を調査した結果、電荷感度が大きくなると雑音が若干少なくなることがわかった。

前置増幅器を内蔵する型の加速度検出器は、しない型に比べて元来雑音が小さいが、本報告ではこの中で最も雑音が小さいものを選択した。前報(6)で使用したものとの関連度関数の比較を図10に示す。

F R Fの統計的推定方法には出力だけに誤差が混入すると仮定するH1推定と入力だけと仮定するH2推定がある。また、入力と出力の両方に雑音が混入すると仮定するHv推定もあるが、これには理論的な曖昧さもあり、ほとんどの場合H1推定が使用されている。この3種類の推定によるF R FをH₁, H₂, H_vと表わせば、これら

の間には、 $H_1(\omega) \leq H_v(\omega) \leq H_2(\omega)$ の関係がある⁽¹⁾。図11に偶然誤差に関するこれまでの最良の組み合わせによるFRFの振幅をH1推定とH2推定で比較する。この関連関数は図10である。関連関数が1より低下している反共振点の2点を除いて、H1推定とH2推定の結果は一致している。H1推定、H_v推定、H2推定の推定精度の差はこれまでの改良でほとんどなくなった、といえる。

Fig.10 Coherence function of different acceleration pick-up

Fig.11 FRFs by H1 and H2 estimations

5. 加速度検出器における偏り誤差

5・1 各方向検出部の相対位置による誤差 関連関数から評価したこれまでの最良の条件で周波数応答関数を採取し、著者らの方法^{(4)~(7)}により固有モードを同定して、有限要素法による計算結果と比較する。加振は図3の点29の3方向と点36のX方向の計4方向で行い、

加速度検出器を移動させて行う。加振点と加振方向が互いに異なる4組の周波数応答関数から4組の固有モードを同定し、この4組の留数を前報⁽⁶⁾で示す方法により重ね合わせて実験固有モードを得る。これを計算による固有モードとMAC(Modal Assurance Criterion)⁽⁶⁾により比較した結果を図12に示す。その結果は期待と異なり、前報⁽⁶⁾の結果より特に2KHz以上の周波数領域で、MAC値が大きく低下した。

この原因は、関連関数では評価できない偏り誤差が存在するためと考えられる。この偏り誤差の原因を調査中に、被試験物における加速度検出器の接着面を変えるとMAC値が大きく変化することが判明した。そこで、この原因が加速度検出器にあると判断した。ここで使用した外国E社製加速度検出器は、外観上3個の検出器を同一の位置に組み合わせた形状をしているが、よく調べると3個の検出器が各々6~7mm異なる場所の加速度を検出する構造になっていることが判明した。実験者が1軸加速度検出器を組み合わせて3軸加速度検出器を手作りで作成する場合も同様になる。一方、外国P社製加速度検出器は、3方向の加速度を測定するセンサの位置が1mm程度の範囲内に設置されていることが判明した。

加速度検出器を同一平面で移動する場合の両者の比較を図13に示す。図12では4方向加振による3方向多点応答の実験結果を示しているが、図13は1方向加振による3方向多点応答の実験結果である。1mm程度の範囲内で3方向の加速度を測定する仕様に設計されているP社製加速度検出器を使用すれば、関連関数で検出できない偏り誤差が減少して実験固有モードと計算固有モードとが良く一致することがわかる。

図12に○印で示す前報⁽⁶⁾の結果と図13に○印で示す試験方法の改良後の結果とを比較すると、後者の方が全体的にMAC値が大きく、この改良の効果は明白である。すなわち、振動試験方法を改良して、偶然誤差と偏り誤差の両方に対処することにより、今までの4方向加振並みの精度が図13に示す1方向加振で得られたことになる。さらに、図12に○印で示す改良前では43次、2982Hzの固有モードを同定できていないが、図13に○印で示す改良後では正確に同定できている。

図13において、700Hz付近の2個の固有モードのMACが低下している。これは、この2個の固有振動数の差が0.4Hzと近接しているためである。このように、近接した固有モードの分離には今回の改良の効果は小さく、多点加振が必要になる。多点加振による手法を使用すれば、これら2モードを分離することができ、MAC値が0.99以上になることは、文献⁽⁶⁾にすでに述べた。

Fig.12 MAC with bias error

(Excitations are 29-X,29-Y,29-Z and 36-X)

Fig.13 MAC with acceleration pick-up E and P
(Excitation at 29 point in X direction)

5・2 検出部の接着面からの距離による誤差 有限要素法におけるモデル化には、通常、加振の位置と方向は正しく与えられている。これに対し、応答点位置は加速度検出器と実験対象物との接着面上に設定して解析することが多い。ここでは、振動試験における加速度検出器中の検出部と接着面との不一致から生じる偏り誤差について検討する。

図14に示す3軸加速度検出器の場合、各方向の加速度を検出する部分は1個所に集中している。しかし、検出部と加速度検出器本体を構造物に接着する面の間には8.4mmの距離がある。これは検出部に前置増幅器を内蔵しており、接着面からの熱の伝達を防止するためである。この加速度検出器を用いて振動試験を行い、同定した結果に対して、応答点位置を検出部と接着面のそれぞれに設定した場合の有限要素法の計算結果がどのように対応するかを述べる。

Fig.14 Acceleration pick-up

Fig.15 FEM model of Acceleration pick-up (mm)

Fig.16 FEM model of bar which has 7 holes

図16の角棒を対象にMACを用いて実験と計算との比較を行った。点1～14は応答点を、点15～17は加振点を示す。計算におけるモデル化では、図15に示す様に加速度検出器のモデル化を行っている。図15では接着点Oから検出部Sまでを剛体要素でモデル化し、接着点Oの回転変位を接着点A、B、Dと内部の点Cより算出している。

ここでは示さないが、Y方向の曲げ固有モードにおける計算と実験の比較では、加速度検出器のモデル化の有無による差はなく、MAC値はすべて0.96以上であり、実験と計算とは良く一致している。図16に示すように検出部と接着面は共にY方向曲げの中立面上にあるため、この場合には検出部と接着面の距離による誤差は生じない。

Z方向の曲げモードとねじりモードの比較結果を表4に示す。表4より、有限要素法のモデル化においては、接着面の回転変位から検出部の変位を修正することにより、検出部位置を考慮に入れた場合のMACの値が明らかに良くなることが分かる。これは計算モデルの応答点位置のずれが偏り誤差として結果に混入していたことを示している。

しかし、通常の振動試験では、加速度検出部の測定点からのずれは無視するので、これは加速度計を用いる実験に生じる不可避の偏り誤差になって実験モード解析の精度と信頼性を低下させる。

この原因による偏り誤差は、構造物が小型化、軽量化するほど顕著になることは確かであり、振動試験に際し、このことを十分注意する必要がある。また、振動試験においてこの原因による誤差の混入が明らかな場合には、これを考慮にいれた正確なモデル化が実験と計算の対応をとる上で大変重要であると考えられる。

また、逆にこれを利用して加速度検出器の接着面と上端面の両方に検出部を設置して、同時にデータを採取すれば、接着面の回転変位を測定できる可能性がある。

Table. 4 Comparison of MAC in Z-Bending and Torsion

Mode	Considering the sense position	Did not Considering
Z-Bending 1	0.999	0.997
Z-Bending 2	0.996	0.991
Z-Bending 3	0.941	0.916
Torsion 1	0.987	0.987
Z-Bending 4	0.993	0.966
Torsion 2	0.979	0.937
Z-Bending 5	0.969	0.969
Z-Bending 6	0.984	0.969

6. 結 論

本報告では、実験モード解析の精度と信頼性を向上させるために、振動試験における実験誤差を減少させる研究を行った。実験誤差には偶然誤差と偏り誤差があり、偶然誤差は関連度関数により評価できる。

関連度関数を向上させるために、まず市販の打撃ハンマをそのまま組み込んで使用できる形の自動打撃加振装置を開発し、その効果を検証した。その結果、開発された自動打撃加振装置は、特に高周波数領域において関連度関数を大きく改良することが判明した。また、これにより実験技術者の精神的負担も大幅に低減できる。本装置を複数設置して検出器移動方法で振動実験を行えば、

容易に多点別々加振の周波数応答関数群を採取することができる。

次に、打撃加振器の先端部の硬質プラスチックの形状を市販のものから改良することにより、騒音領域として重要な4 KHzまでの領域を効率良く加振できることを示した。これを使用すれば、4 KHzまでの関連度関数が向上し、同時に加振力の瞬時の最大値が約6.5%に減少して、過負荷誤差が減少すると共に、対象物の材料非線形領域まで力を加える場合が減少する。

また、加速度検出器を関連度関数から評価し、前置増幅器を内蔵する形式のものは雑音が少ない結果を得た。

上記を全て反映した実験を行い、偶然誤差を示す関連度関数が全周波数領域ではほぼ1である周波数応答関数を得た。この場合には、H1推定、H2推定、Hv推定の差はほとんどなかった。

さらに、偏り誤差を調査するために、この周波数応答関数から同定した固有モードを有限要素法による計算結果と比較した。その結果、2 KHz以上で実験結果と計算結果とが大きく異なった。その際使用した加速度検出器は、3方向の加速度を測定する各々の場所が6～7 mm異なるものであり、これが関連度関数では評価できない偏り誤差を発生させることがわかった。また、加速度検出器における検出部と接着面との距離も偏り誤差を発生させたことがわかった。これらに注意して、加速度検出器を再選択して実験を行い、同時に加速度の検出位置を計算に導入してモデル化することにより、実験同定の結果と有限要素法の結果を比較した。その結果、両者は非常に良く一致し、本報告の研究の成果を示した。

7. 参考文献

1. 長松, “モード解析入門”, コロナ社, 1993.
2. 長松, “モード解析”, 培風館, 1985.
3. 吉村, 博士論文, 東京工業大学, 1988.
4. 岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4214
5. 岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4222
6. 岩原・長松, 機論, 61-591, C(1995), 4230
7. 岩原・長松, 機論, 62-602, C(1996), 3971
8. 中川・小柳, “最小2乗法による実験データ解析”, 東京大学出版会, 1987.
9. PCB International Corp., “Electric Impact Hammer Operating Guide, Model 086C09”