ランダム波入力によるがたを含む配管系の 非線形振動特性の実験的評価*

新谷 真 功^{*1}, 宮 木 隆 行^{*2}
太 田 浩 史^{*3}, 高 田 一^{*4}

Study on Experimental Estimation of Characteristics of Nonlinear Vibration with a Gap under Random Vibration

Masanori SHINTANI, Takayuki MIYAKI,
Hiroshi OHTA and Hajime TAKADA

This paper deals with evaluation of nonlinear vibration specific characteristic of a continuous body with a gap under stationary random input waves by experiments. The experimental model is a fixed beam with both ends which has mass on the center and a thin plate fixed with both ends with a gap between the mass and the plate. It was found that the form of a transfer function when the mass is colliding with the plate is the form with one large peak. If the collision is begun, the dominant frequency become larger than the eigen-frequency. Furthermore if the input acceleration becomes large, the dominant frequency changes to the larger one. If the collision is begun, equivalent damping ratio becomes large. When the input acceleration becomes large, the equivalent damping ratio becomes large and becomes to vary around a constant value. The probability density for peak magnitude of displacement (PDPMD) is expressed as the Rayleigh distribution, when not colliding. It was found that PDPMD is expressed in a sum of the Rayleigh distribution and the normal distribution approximately, when colliding.

Key Words: Random Vibration, Nonlinear Vibration, Vibration of Continuous System, Transfer Function, Collision Phenomenon, Probability Density for Peak Magnitude of Displacement (PDPMD)

1. 緒 言

原子力プラントが化学プラント内では配管が至る所に張り巡らされており、配管を加熱流体などが流れるときの配管自体の熱膨張を考慮して、配管とそれを支える支持具の間には、すきま(がた)がもたせてある。配管が支持具と接することなく微小振動している場合は、その振動は線形モデルで把握できるが、振動が大きくなり配管と支持具が衝突しながら振動すると、この衝突によって振動は非線形振動となる。非線形振動は複雑であり、解析は極めて困難なものとなる。しかし、この衝突によって配管に過大な応力が発生し、配管が変形する可能性がある。故に、この衝突振動によって起こるさまざまな現象を実験的に調べ、それらの関係を明らかにすることは、耐震設計上重要なものと思われる。

本研究では、配管系の非線形振動特性の評価を目的

とし、実験的に調べている。実験モデルとして、配管に相当するものに中央に円柱状のおもりを取付けた両端固定ばりを用い、支持具に相当する部分に、おもりの両端にすきま(がた)をもつように板(衝突板)を固定している。この実験モデルに定常ランダム波を入力加振して、入力加速度と応答加速度波形から求めた伝達関数数を元にして求める卓越振動数や等価減衰比、入力加速度、応答加速度の R. M. S. 値、変位の極値分布等の評価検討について報告している^{(1)~(13)}。さらに、変位の極値分布形状について、レイリー分布と正規分布のあてはめを行ない、近似曲線を求め、パラメータによる分布の推定を行ない、また、入力加速度の大きさによる分布の変化について検討を行っている。それら実験結果を元に解析モデルを作成し、シミュレーション解析を行い、その解析結果と実験結果との比較検討を行ったことを報告している^{(10)~(13)}。解析モデルは復元力特性を実験結果より求め、3次式で曲線適合を行っている。なお、実験で用いる衝突板は、剛体ではなく板厚の薄い弾性体を用いている。本論文は、今までの報告を整理し、さらに新たなデータを加えて、がたを含む配管系の非線形振動特性の実験的評価について、考察、検討を行ったことを報告する。

* 原稿受付 1997年2月26日。

^{*1} 正員, 福井大学工学部 (☎ 910-8507 福井市文京 3-9-1)。

^{*2} 建設省中部地方建設局 (☎ 509-7693 恵那郡山岡町上手向)。

^{*3} 学生員, 福井大学大学院。

^{*4} 正員, 横浜国立大学工学部 (☎ 240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 156)。

2. 実験

2・1 実験装置 実験装置は、はりとかた部、加振装置、計測装置の三つの部分からなる。図1に、実験装置全体を横から見た略図、図2にはりとかた部の詳細図、図3に、装置中央のだた部付近の写真を示す。はりおよびがた部は、中央におもりをもつ両端固定ばりと、おもりと0.5 mmのすきまをあけて取付けられた衝突板(以後、板と呼ぶ)で構成されている。板は両端を固定している。そして、これらははり固定フレームに取付けられている。はりの寸法は、直径7 mm、長さ1200 mm、おもりの寸法は、直径50 mm、長さ130 mm、質量2 kgである。板の寸法は、幅30 mm、長さ60 mmであり、板厚0.5、0.6、0.8、1.0 mmの4種類の板を用意している。実験の結果、はりの固有振動数は、約6.64 Hz、減衰比は1.0%である。この実験モデルは加振テーブルの上に固定されており、加振

Fig. 1 Experimental model

Fig. 2 Part of collision plate

Fig. 3 Experimental model

テーブルに定常ランダム波を入力し、はりに対して垂直となる水平方向に油圧加振器を用いて加振する。そして、計測データは、入力加速度としてテーブルの加速度、応答加速度、変位としてはり上のおもりの加速度、変位、そして衝突率を求めるために板のひずみデータである。ここでの衝突率とは、片側の板に衝突している回数を、応答変位の片側の極値(ピーク値)の数で割った値のことである。

2・2 データ処理 実験装置に取付けた各センサから得られるデータをデータレコーダに記録し、このレコーダに記録したデータを元に、サンプリング時間を10 msとして、約41秒間(データ数4096)A/D変換器でパーソナルコンピュータに数値データとして収録している。この4096個のデータを1サンプルとすると、同じ入力加速度(レベル)に対して16サンプルのデータを取り、それを1セットとしている。そして、1サンプルごとの入力と応答加速度のR. M. S.値、最大応答変位、伝達関数、極値分布等を求めて、16サンプルの平均を取り、これを1レベルの統計データとしている。さらに、1レベルの伝達関数に対して一自由度系の線形伝達関数を曲線適合させ、そのピークとなる振動数を卓越振動数とし、非線形振動特性を考察している。

3. 実験結果

3・1 伝達関数および曲線適合 実験より求められた衝突振動を行っている振動系の代表的な伝達関数形状を図4、5に示す。これらの図より、伝達関数形状は、はりの線形固有振動数付近から徐々に大きくなっていき、ある振動数をピークとして、一つの大きな山をもつ形状を作っていることがわかる。そこで、二乗平均誤差が最小になるように、一自由度系の線形伝達関数形状で曲線適合を行い、卓越振動数、等価減衰比の評価を行った。図4、5の図中で示す滑らかな曲線が、曲線適合を行った結果である。板厚が0.5、0.6、0.8 mmの場合の伝達関数形状は、図4、5に示すようにほぼ同じような形状をしている。しかし、板厚1.0 mmの場合は入力加速度が小さいときは他の板厚と同じような伝達関数形状をしているとの結果となっている。しかし、入力加速度が大きくなると、図6に示すように、さらに別のピークが存在するような伝達関数形状となり、板厚の薄い場合の形状とは異なった傾向を示すことがわかる。別のピークは図6のように、固有振動数(6.64 Hz)より低い振動数領域に現れていることがわかる。この原因としては、衝突を繰返している波形群の周期的な間隔が挙げられる。その衝突を

Fig. 4 Transfer function (Thickness 0.6 mm Input level 100.5 Gal)

Fig. 5 Transfer function (Thickness 0.8 mm Input level 100.5 Gal)

Fig. 6 Transfer function (Thickness 1.0 mm Input level 102.4 Gal)

繰返している波形群の周期的な間隔は図7(a)に示すように、ほぼ低振動数成分に相当していることがわかる。ここでは、1 Hzである。しかし、このような現象は、図7(b)に示す例のように、0.5, 0.6, 0.8 mmの板厚では、見られなかった。これらの結果より、板厚0.5, 0.6, 0.8 mmと板厚1.0 mmとでは、衝突振動を行っている系の振動特性が異なっていることがわかる。

3・2 卓越振動数 図8に板厚による入力加速度のR. M. S.値(以後、入力加速度と呼ぶ)と卓越振動数

(a) Thickness 1.0 mm (Input level 166.1 Gal)

(b) Thickness 0.6 mm (Input level 168.7 Gal)

Fig. 7 Time history (Thickness 1.0 mm and 0.6 mm)

Fig. 8 Relation between input acceleration and dominant frequency

との関係を示す。この図より卓越振動数は衝突を行っていないとき、ほぼ固有振動数になっていることがわかる。また、入力加速度が大きくなり、おもりと板が衝突を始めると卓越振動数は高いほうへ推移していくこともわかる。また、同じ入力加速度の大きさのとき、板厚が厚いほど卓越振動数は高くなっていることもわかる。また、入力加速度が大きくなると、どの板厚においても、卓越振動数はほぼ一定値に近づいており、板厚が厚いほど高い値になっていることがわかる。これは、おもりと板が常に接している振動モードに近づいているためであると思われる。0.5 mmの板がおもりに連結されていると仮定した場合の固有振動数はおよそ25 Hz付近にある。卓越振動数はこの

Fig. 9 Relation between input acceleration and equivalent damping ratio

Fig. 11 Relation between input acceleration and maximum collision force

Fig. 10 Relation between collision rate and equivalent damping ratio

Fig. 12 Relation between input acceleration and maximum displacement

値よりも大きくなることはない。

3.3 等価減衰比 図9に曲線適合より求めた等価減衰比と入力加速度との関係を示す。衝突を始めると、等価減衰比が大きくなるのがわかる。入力加速度がある値より大きくなると、等価減衰比はほぼ一定値付近をばらつく傾向を示すことがわかる。その一定値はほぼ20%近傍にあり、線形比の減衰比と比較して非常に大きいことがわかる。その原因は、伝達関数が大きな山をもつ形状となっているために、曲線適合を行うと、必ず等価減衰比は大きくなる。

等価減衰比と衝突率との関係を図10に示す。図10より、衝突率が大きくなると、等価減衰比も大きく変化していることがわかる。衝突すると、伝達関数形状が大きく変わることがわかる。板厚が0.5, 0.6 mmでは、衝突率が小さいときは、等価減衰比も小さい。この原因は、板が薄いために弾性的な振動を行い、変位も大きく出るために、等価減衰比が小さくなると思われる。さらに、衝突率が大きくなると、ほぼ一定値付近をばらつく傾向を示すことがわかる。また、板厚が0.8, 1.0 mmでは、衝突を始めると、等価減衰比はすぐに大きくなり、ほぼ一定値付近をばらつく傾向を示す。この原因として、伝達関数形状がほぼ一定とな

り、入力加速度を変えても、形状が大きく変化しないためであると思われる。

3.4 衝突力 図11に衝突力と入力加速度との関係を示す。図11より、衝突力は入力加速度にほぼ比例した関係があることがわかる。また、板厚による変化があまり見られない。その原因として、衝突力は、はりの中央にあるおもりが大きく振動して、板にぶつかるときに発生する。したがって、おもりの応答加速度は、この振動系の非線形性が強くなければ、入力加速度に比例して大きくなり、衝突力はほぼ入力加速度に比例する関係が出てくるものと思われる。

3.5 最大変位 図12に最大変位と入力加速度との関係を示す。図12より、最大変位は入力加速度にほぼ比例関係があることがわかる。また、板厚が薄いと大きな変位がでて、厚いと変位が小さくなっている。0.5, 0.6, 0.8 mmそれぞれについては入力加速度に対してほぼ比例関係があることがわかる。

4. 変位の極値分布形状

4.1 変位分布 おもりの変位分布は、おもりが板に衝突していないときは、図13に示すようなきれいな正規分布となる。しかし、衝突を始めると図14

Fig. 13 Probability density magnitude of displacement (Thickness 0.6 mm Input level 22.1 Gal)

Fig. 15 Probability density for peak magnitude of displacement (Thickness 0.6 mm Input level 22.1 Gal)

Fig. 14 Probability density magnitude of displacement (Thickness 0.6 mm Input level 169.7 Gal)

Fig. 16 Probability density for peak magnitude of displacement (Thickness 0.6 mm Input level 138.8 Gal)

に示すように中央は滑らかな分布をしており、変位の絶対値がある程度大きくなると、分布が急激に小さくなり、実線の正規分布から外れることがわかる。この分布の急激な変化は、板によりおもりの変位が抑えられているためである。

4・2 極値分布と曲線適合 定常ランダム波入力による狭帯域過程の応答変位の極値分布は、衝突を行っていない線形系の場合には、一般にレイリー分布になることが知られている⁽¹⁴⁾。図 15 に示すように、本実験においても、衝突をしていない場合には、レイリー分布になっていることがわかる。図 15 中の実線はレイリー分布の曲線である。さらに、衝突が起こり始めると、極値分布の形状は一例として、図 16 に示すようになり、レイリー分布から外れて、ある変位でピークを取るひとつの山が存在するようになる。そこで、そのピークを中心とした部分は正規分布で近似し、変位の小さい部分は衝突をしていない部分であり、レイリー分布で表されるところとして、図 16 に曲線適合を行った。その結果を図中の実線で示している。図 16 より、曲線適合の結果と実験結果はよい一致を示していることがわかる。したがって、図 16 より、衝突している振

動の変位の極値分布は、正規分布とレイリー分布の和で近似的に表されられると思われる。

入力加速度がさらに大きくなると、おもりの変位は板に遮られ、それよりも大きな変位は出なくなり、極値分布の右端の裾にさらにもう一つのピークを生じることになる。

4・3 レイリー分布と正規分布の割合 極値分布のピークの点より大きい部分では、正規分布をしているものと近似して、平均値をピークの位置、広がりから標準偏差を求める。また、ピークから変位の小さい範囲において、正規分布の性質を利用して、99.8%の点が存在する(平均値 $\pm 3 \times$ 標準偏差)の範囲を極値分布から引いた残りからレイリー分布の標準偏差⁽¹⁵⁾を求めて、そして、曲線適合の曲線を求める。次式にその曲線適合の計算式を示す。

$$f(x) = \frac{Ax}{a^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right) + \frac{B}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

A: レイリー分布の割合

Fig. 17 Rate of normal distribution and Rayleigh distribution in peak magnitude of displacement (Thickness 0.6 mm)

B : 正規分布の割合

α : レイリー分布のパラメータ

σ : 正規分布の標準偏差

μ : 正規分布の平均値

x : 変位

ただし、レイリー分布の平均値、分散は、 α を用いて、次のように定義される。

$$\text{レイリー分布の平均値} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \alpha \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{レイリー分布の分散} = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \alpha^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

上式の計算式で曲線適合を行った結果、レイリー分布と正規分布の割合の値である A, B の値を図 17 に示す。その結果は、入力加速度が大きくなると正規分布、レイリー分布とも一定の割合になる。しかし、レイリー分布の割合は、零になることはないことがわかる。これは衝突をしていない振動があるためである。入力加速度が小さいときはレイリー分布の占める割合が多く、入力加速度が大きくなると正規分布の占める割合が多いことがわかる。

入力加速度による正規分布の平均値、標準偏差の推移を図 18, 19 に示す。図 18, 19 より、正規分布の平均値や標準偏差は、入力加速度にほぼ比例して大きくなることがわかる。正規分布の標準偏差の値は、板厚が薄いほど大きくなっている。これは、板が薄いほど衝突後の変位が大きいために、ばらつきが大きくなるものと思われる。

また、正規分布の平均値は、どの板厚の場合においても入力加速度が大きくなると、変位が大きくなる方向に推移していくことがわかる。

4・4 最大変位の推定 図 18, 19 に示されるように、正規分布の特性にある規則性があるために正規分布形状が容易に推定できるようになる。そこで、正規

Fig. 18 Relation between input acceleration and average value of normal distribution

Fig. 19 Relation between input acceleration and standard deviation of normal distribution

分布の特性を利用して、最大変位の推定を行うことができるようになる。正規分布の平均値 μ と標準偏差 σ の推定値がわかれば、最大変位は次式のように表される。最大変位を $x_{\max}$ と表せば、

$$x_{\max} = (\mu + 3 \times \sigma) \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。正規分布の性質上、99.8%の振幅を含んでいることになり、ほとんどの変位を含んでいると考えられ、この $x_{\max}$ を最大変位と考えることができる。したがって、図 18, 19 より、 μ と σ が入力加速度に対して、ほぼ比例関係があることから、式(4)により、最大変位も入力加速度に比例することがわかる。図 12 に示されるように、衝突を行っている際の最大変位も入力加速度にほぼ比例していることを確認することができる。

5. 結 言

以上の結果より、次の結果を得た。

(1) おもりが板に衝突をしているときの伝達関数の形状は一つの大きな山をもつ形状をしている。

(2) おもりが板に衝突していないとき、卓越振動数ははりの固有振動数であるが、衝突を始めると卓越

振動数は大きくなる。さらに入力加速度が大きくなると、卓越振動数は高いほうへ推移していく。

(3) 同じ入力加速度でも板厚が厚いほど、衝突による卓越振動数は高い値をもつようになる。

(4) 衝突による等価減衰比は入力加速度を大きくすると大きくなり、さらに入力加速度を大きくすると、ほぼ一定値付近にばらつことがわかる。

(5) おもりが板に衝突していないときの変位分布は、正規分布であるが、衝突を始めると滑らかな分布から密度が急激に小さくなり、正規分布から外れることがわかった。

(6) 極値分布のピークの位置は、どの板厚の場合も入力加速度が大きくなると、変位が大きくなる方向に推移していく。また、板厚が薄いほど変位の分布範囲が広がることがわかった。

(7) 極値分布の形状は、衝突を行っていないときレイリー分布をしている。衝突を行っているときの極値分布はレイリー分布と正規分布の和として近似的に表されることがわかった。

(8) 極値分布はピークを中心とした正規分布とレイリー分布の和とする曲線適合の結果、入力加速度が小さいときはレイリー分布の占める割合が多く、また、入力加速度が大きくなると正規分布の占める割合が多

くなり、ほぼ一定の割合になることがわかった。

文 献

- (1) 新谷真功・ほか3名, 機論, 56-521, C(1990), 33-38.
- (2) Shintani, M., ほか1名, 11th SMiRT, K2(1991-8), 523-528.
- (3) 新谷真功・ほか3名, JCOSSAR, (1991-11), 543-546.
- (4) 新谷真功・ほか2名, 機講論, No. 920-55(III) (1992-7), A, 314-318.
- (5) 木下守治・新谷真功・ほか2名, 機講論, No. 937-1(1993-3), 217-220.
- (6) Shintani, M., ほか2名, 12th SMiRT, K2(1993-8), 205-210.
- (7) 新谷真功・ほか1名, 機講論 No. 940-26(I) (1994-7), A, 441-444.
- (8) Shintani, M., ほか1名, Asia-Pacific Vibration Conf. 3 (1993-11), 1184-1189.
- (9) 新谷真功・ほか2名, 機講論 No. 957-1(1995-3), 225-226.
- (10) 新谷真功・ほか2名, 機講論 No. 957-1(1995-3), 227-228.
- (11) Shintani, M., ほか1名, ASME PVP, (1995-7), 309, 43-48.
- (12) 新谷真功・ほか2名, 機講論 No. 96-5(I) (1996-8), B, 5-8.
- (13) 新谷真功・ほか3名, 機論, 64-620, C (1998), 掲載予定.
- (14) 例えば, Lin, Y. K., 構造動力学の確率論的方法, (1972), 290, 培風館.
- (15) 例えば, 星谷勝, 確率論的方法による構造解析, (1980), 46, 鹿島出版会.