積層圧電フィルム複合材料円筒殻の振動制御*

裘 進 浩^{*1}, 谷 順 二^{*1}, 大友 規矩雄^{*1}

Vibration Control of a Multi-layer Piezoelectric Cylindrical Shell

Jinhao QIU, Junji TANI and Kikuo OHTOMO

Equations of motion for multi-layer piezoelectric cylindrical shells and the equations of integrated piezoelectric sensors are derived. The state equation is obtained by solving the equations of motion with modal expansion method. The feedback control method, feedforward control method, and their combination as a hybrid control method are applied in the control of forced vibration of the piezoelectric cylindrical shell with integrated sensors and actuators. The simulation and experimental results show that good control effectiveness can be obtained by using the integrated piezoelectric sensors and actuators in conjunction with the hybrid control method.

Key Words: Piezoelectric Film, Sensor, Actuator, Vibration Control, Feedforward Control, Feedback Control, Hybrid Control, Cylindrical Shell

1. はじめに

円筒殻の振動問題は核磁気共鳴装置、飛行機の機体及びオイルタンクなどの構造の設計と高性能化に関して重要な課題であって、円筒殻の振動制御に関する研究が注目されている^{(1)~(5)}。著者らは過去数年間円筒殻の振動制御に関して、一連の研究を行ってきた^{(6)~(10)}。これらの研究では、柔軟性を持つ圧電フィルム(PVDF)が曲率を持つ円筒殻の振動制御に対して有効なセンサとアクチュエータ素材であることが示された⁽⁶⁾⁽⁷⁾。制御方法としてはフィードバックとフィードフォワード方法を用いた。フィードフォワード制御法は既知の外乱または測定できる外乱により励振される振動に対してのみ有効であるが⁽⁸⁾⁽⁹⁾、フィードバック制御は未知の外乱により励振される振動に対しても有効である⁽⁶⁾⁽⁷⁾。ただ、一般的に既知の外乱または測定できる外乱により励振される振動に対して、フィードフォワード法はフィードバック法より制御効果が良い。また、フィードバック法とフィードフォワード法を組み合わせたハイブリッド制御法が、単独の制御方法より有効である⁽¹⁰⁾。

本研究では、積層圧電フィルム複合材料円筒殻の振動を制御する際にハイブリッド法と一体化された圧電アクチュエータを用いた上、円筒殻の振動を測定するセンサも一体化した。センサとアクチュエータを構造

と一体化することにより、よりコンパクトで高性能な構造ができ、その実用性が高まる。

積層圧電フィルム複合材料円筒殻の圧電層を複数の領域に分け、中の2つをアクチュエータとして、1つをセンサとして利用した。解析では、まず、Flüggeのひずみ・変位関係式を用いて積層圧電フィルム円筒殻の運動方程式を導出した。圧電フィルムセンサの方程式は圧電フィルムの構成方程式から得られた。次に、上端自由、下端固定の境界条件の下に運動方程式とセンサ方程式にモード解析法を適用し、高次モードを無視して状態方程式を導出した。更に、フィードフォワード、フィードバック及びハイブリッド制御法を用いて、コントローラを求めた。この三つのコントローラに基づいて、シミュレーションと実験を行い、それらの制御効果を比較した。また、ハイブリッド制御法と一体化された圧電センサとアクチュエータを組合わせた制御手段の有効性も確認された。

2. 積層圧電複合材料円筒殻の解析

2・1 運動方程式 ここではまず積層円筒殻の運動方程式を導入する。図1はポリエステルフィルムと圧電フィルムから作られた積層圧電円筒殻の断面構造を示す。圧電材料の構成方程式は次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \{T\} &= [e]\{S\} - [e]^T\{\mathcal{E}\} \\ \{D\} &= [e]\{S\} + [e]\{\mathcal{E}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

* 原稿受付 1997年3月18日。

*¹ 正員, 東北大学流体科学研究所(〒980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1)。

Fig. 1 Cross-section configuration

ここで, $\{T\}$, $\{S\}$, $\{D\}$, $\{E\}$ はそれぞれ応力, ひずみ, 電変位及び電場のベクトルで, $[c]$, $[e]$, $[e]$ コンプライアンス, 圧電定数と誘電定数のマトリクス. 圧電定数マトリクス $[e]$ を 0 にすれば, 上記の方程式は非圧電体にも適用できる. 円筒殻の一般的な仮定に基づいて, 次の力とモーメントの平衡式が得られる⁽¹¹⁾.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{yx}}{\partial y} - m_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + p_{xn} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_y}{\partial y} - m_\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + p_{yn} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M_{yx}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \frac{1}{R} N_y - m_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_{zn} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここで, 図 1 に示したように, N_x, N_y, N_{xy} と N_{yx} は断面の単位長さに発生する力, M_x, M_y, M_{xy} と M_{yx} は断面の単位長さに発生するモーメントで, p_{xn}, p_{yn} と p_{zn} は外力の x, y, z 方向の成分である. また, R は円筒殻の半径で, m_ρ は次のように定義される円筒殻の単位面積の質量である: $m_\rho = \sum_l \rho_l (z_l - z_{l-1})$. ここで, ρ_l は l 層目の密度で, z_{l-1} と z_l は l 層目の両側の座標である. 断面の単位長さに発生する力とモーメントは次のように計算できる.

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \sigma_{x_l} \left(1 - \frac{z}{R}\right) dz, & N_y &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \sigma_{y_l} dz \\ N_{xy} &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \tau_{xy_l} \left(1 - \frac{z}{R}\right) dz, & N_{yx} &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \tau_{yx_l} dz \\ M_x &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \sigma_{x_l} \left(1 - \frac{z}{R}\right) z dz, & M_y &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \sigma_{y_l} z dz \\ M_{xy} &= - \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \tau_{xy_l} \left(1 - \frac{z}{R}\right) dz \\ M_{yx} &= \sum_l \int_{z_{l-1}}^{z_l} \tau_{yx_l} z dz \end{aligned} \right\} (3)$$

ただし, $\sigma_{x_l}, \sigma_{y_l}$ 及び τ_{xy_l} は l 層目の面内の応力である.

ここで, 圧電フィルムの分極による 1, 2, 3 方向はそれぞれ x, y, z 方向と一致し, 電場は z 方向に加えることを仮定する. 薄肉の円筒殻に対しては, $x-y$ 面内の応力とひずみだけを考慮するため, l 層内の応力・ひずみ関係は式 (1) から得られる.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_l} &= \frac{E_l}{1 - \nu_l^2} (\varepsilon_{x_l} + \nu_l \varepsilon_{y_l}) + e_{31l} \mathcal{E}_{z_l} = \sigma_{x_l}^M + \sigma_{x_l}^E \\ \sigma_{y_l} &= \frac{E_l}{1 - \nu_l^2} (\varepsilon_{y_l} + \nu_l \varepsilon_{x_l}) + e_{32l} \mathcal{E}_{z_l} = \sigma_{y_l}^M + \sigma_{y_l}^E \\ \tau_{xy_l} &= \frac{E_l}{2(1 + \nu_l)} \gamma_{xy_l} = \tau_{xy_l}^M + \tau_{xy_l}^E \quad (\tau_{xy_l}^E = 0) \end{aligned} \right\} (4)$$

ここで, $\varepsilon_{x_l}, \varepsilon_{y_l}$ 及び γ_{xy_l} は l 層目の面内のひずみで, E_l と ν_l はヤング率とポアソン比である. すべての応力が機械的な変形による成分と電場による成分の二つの項に分けられる. 機械的な変形による応力の計算には, 次式のような Flugge のひずみ・変位関係式を用いる⁽¹²⁾.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{zR}{R-z} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{w}{R-z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{R}{R-z} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{R-z}{R} \frac{\partial v}{\partial x} - \left(z + z \frac{R}{R-z}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} (5)$$

ここで, u, v 及び w はそれぞれ x, y 及び z 方向の変位である.

式 (5) を式 (4) に代入して, 機械的な変形による応力が得られる. 式 (4) を式 (3) に代入すると, 力とモーメントも機械的な変形によるものと電場によるものの二つの部分に分けられる. 機械的な変形による力とモーメントを変位の関数で表し, 式 (2) に代入すると, 一般的な積層圧電複合材料円筒殻の運動方程式が得られる. この式は非常に複雑であるため, ここで円筒殻は厚さ方向で中立面に対して対称であることと各層のポアソン比が同じであることを仮定する. これらの仮定に基づいて, 積層圧電円筒殻の運動方程式は次式のように単純化することができる.

$$\left. \begin{aligned} u_{,xx} + (1 + \bar{K}) \frac{1 - \nu}{2} u_{,yy} + \frac{1 + \nu}{2} v_{,xy} - \frac{\nu}{R} w_{,x} + \bar{K} R (w_{,xxx} - \frac{1 - \nu}{2} w_{,xyy}) + \frac{1}{\bar{C}} (-m_\rho u_{,tt} + p_{xn} + p_{xp}) &= 0 \\ \frac{1 + \nu}{2} u_{,xy} + v_{,yy} + (1 + 3\bar{K}) \frac{1 - \nu}{2} v_{,xx} + \bar{K} R \frac{3 - \nu}{2} w_{,xxy} - \frac{1}{R} w_{,y} + \frac{1}{\bar{C}} (-m_\rho v_{,tt} + p_{yn} + p_{yp}) &= 0 \\ \bar{D} [\nabla^4 w + \frac{2}{R^2} w_{,yy} + \frac{1}{R^4} w + \frac{1}{R} (u_{,xxx} - \frac{1 - \nu}{2} u_{,xyy} + \frac{3 - \nu}{2} v_{,xxy})] - \frac{\bar{C}}{R} (\nu u_{,x} + v_{,y} - \frac{w}{R}) + (m_\rho w_{,tt} - p_{zn} - p_{zp}) &= 0 \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで, コンマの後の添字はこれらに関する微分を意味し, $\bar{C}, \bar{D}, \bar{K}$ はそれぞれ次式で表される.

$$\bar{C} = \sum_l \frac{E_l}{1 - \nu^2} (z_l - z_{l-1})$$

$$\bar{D} = \sum_l \frac{E_l}{1 - \nu^2} \frac{(z_l^3 - z_{l-1}^3)}{3}, \quad \bar{K} = \frac{\bar{D}}{R^2 \bar{C}}$$

また, p_{xp}, p_{yp}, p_{zp} は電場により発生する分布力で, 次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} p_{xp} &= \frac{\partial N_x^E}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^E}{\partial y} \\ p_{yp} &= \frac{\partial N_y^E}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}^E}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{xy}^E}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial M_y^E}{\partial y} \\ p_{zp} &= \frac{\partial^2 M_x^E}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^E}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^E}{\partial y^2} + \frac{1}{R} N_y^E \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

式(3)と式(4)から、電場による断面単位長さの力とモーメントは次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} N_x^E &= \sum_l e_{31l} \mathcal{E}_l [z_l - z_{l-1} - (z_l^2 - z_{l-1}^2)/(2R)] \\ N_y^E &= \sum_l e_{32l} \mathcal{E}_l (z_l - z_{l-1}) \\ M_x^E &= \sum_l e_{31l} \mathcal{E}_l [(z_l^2 - z_{l-1}^2)/2 - (z_l^3 - z_{l-1}^3)/(3R)] \\ M_y^E &= \sum_l e_{32l} \mathcal{E}_l (z_l^2 - z_{l-1}^2)/2 \\ N_{xy}^E &= N_{yx}^E = M_{xy}^E = M_{yx}^E = 0 \end{aligned} \right\} (8)$$

モード解析法⁽⁶⁾を用いて式(6)を解くと、固有振動数 ω_{ij} 及びそれに対応するモード関数 $\Phi_{uij}(x, y)$, $\Phi_{vij}(x, y)$, $\Phi_{w_{ij}}(x, y)$ が得られる。ここで、 $i(=1, \dots, \infty)$ と $j(=0, \dots, \infty)$ はそれぞれ x と y 方向の波数である。円筒殻の強制振動はこれらのモード関数を用いて次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{uij}(\xi, \eta) q_{ij}(t) \\ v &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{vij}(\xi, \eta) q_{ij}(t) \\ w &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \Phi_{w_{ij}}(\xi, \eta) q_{ij}(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

モード座標 q_{ij} は次式を満足する。

$$\ddot{q}_{ij} + 2\zeta\omega_{ij}\dot{q}_{ij} + \omega_{ij}^2 q_{ij} = f_{ij} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 ζ は円筒殻の内部粘性係数であり、モードに加える力 f_{ij} は次式から計算できる。

$$f_{ij} = \frac{1}{m_p} \iint [\Phi_{uij}(p_{xn} + p_{xp}) + \Phi_{vij}(p_{yn} + p_{yp}) - \Phi_{w_{ij}}(p_{zn} + p_{zp})] dx dy \dots\dots\dots (11)$$

ここで、モード関数は正規化されていると仮定する。

2・2 センサ方程式 式(1)から、次式のような方向3の電変位が得られる。

$$D_{3l} = e_{31l} S_{11l} + e_{32l} S_{22l} + e_{33l} S_{33l} + \epsilon_{33l} \mathcal{E}_{3l} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $S_{11l} = \epsilon_{x1}$, $S_{22l} = \epsilon_{y1}$, $S_{33l} = \epsilon_{z1}$ 。外から電場を加えていない場合は、右側最後の項が無視できる。そこで、 l 層目の圧電フィルムの両側の電極に発生する電荷は次式のようになる。

$$Q_{3l} = \iint D_{3l} dx dy \dots\dots\dots (13)$$

各層が非常に薄いので、 D_{3l} が各層の厚さ方向で一様であると仮定し、その層の中間面の値を用いて Q_{3l} を計算する。式(9)を式(13)に代入すると、次式が得られる。

$$Q_{3l} = \sum_i \sum_j Q_{3ijl} q_{ij} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 Q_{3ijl} はモード (i, j) により l 層目の電極上で起きる電荷で、次式で表される。

$$Q_{3ijl} = \iint [e_{31l} - \bar{z}_l \Phi_{w_{ij},xx} + e_{32l} (\Phi_{vij,y} - \frac{\bar{z}_l R}{R - \bar{z}_l} \Phi_{w_{ij},xx} - \frac{\Phi_{w_{ij}}}{R - \bar{z}_l})] dx dy \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 $\bar{z}_l = (z_l + z_{l-1})/2$ は l 層目の中間面の座標である。

3. 実験モデルと実験装置

図2は円筒殻の実験モデルを示す。実験モデルは中央にポリエステルフィルム、両側に一枚ずつの圧電フィルムを接着して作ったものである。モデルの寸法と材料パラメータを表1に示す。圧電フィルム表面の電極が複数の部分に分けられ、独立した領域が得られるようにした。ある領域が変形すると、圧電フィルムが電荷を発生し、その領域はセンサとして利用できる。逆にある領域に電圧を加えると、圧電フィルムが力またはモーメントを出力し、その領域はアクチュエータとして利用できる。積層圧電複合材料をアクチュエータとして利用する場合は、電圧の加え方により2種類のアクチュエータができる。外側と内側の圧電フィルムに同位相の電圧を加えると、二枚のフィルムに同位相の力が起き、合力として面内の分布力が発生する。その領域が分布力が発生するアクチュエータになる。一方、外側と内側の圧電フィルムに逆位相の電圧を加えると、二枚のフィルムに逆方向の力が発生し、合力として曲げモーメントが発生する。それで、その領域は曲げモーメントを発生するアクチュエータになる。本研究では、図2に示すように、一つの領域をセンサとして、二つの領域を面内力を発生するアクチュエータとして使う。

実験装置の概略は図3に示す。円筒殻は垂直に上端自由、下端固定で加振台に取り付けられた。加振台は水平方向で電磁加振機により加振される。加振台の振動は加速度センサで測定し、円筒殻の振動は圧電フィルムセンサで測定する。加速度センサと圧電フィルムセンサの出力はA/Dコンバータでデジタル信号に変換され、パソコンに送られる。パソコン上では、それらのセンサ信号と次節で設計されるフィードバックとフィードフォワードコントローラを用いて制御入力を計算する。制御入力はD/Aコンバータでアナログ信号に変換され、フィルタされ、更にアンプで拡大されてから、圧電アクチュエータに加えられる。フィルタがD/Aコン

Fig. 2 Experimental model

Table 1 Parameters of experimental model

Length of shell L (mm)	600
Radius of shell R (mm)	52
Young's mod. of polyester E_s (N/m ²)	5.56×10^9
Young's mod. of PVDF E_p (N/m ²)	2.0×10^9
Poisson's ratio	0.31
Density of polyester ρ_s (kg/m ³)	1.45×10^3
Density of PVDF ρ_p (kg/m ³)	1.78×10^3
Internal damping coefficient ζ	0.02
Thickness of polyester h_s (mm)	0.05
Thickness of PVDF h_p (mm)	0.052
Piezoelectric constant d_{31} (m/V)	23×10^{-12}
Piezoelectric constant d_{32} (m/V)	3×10^{-12}
Width of actuators (mm)	$2\pi R/3$
Width of sensor (mm)	$\pi R/6$

Table 2 Natural frequency

Mode (i, j)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 5)
Sim.(Hz)	75.3	27.5	87.9
Exp.(Hz)	73.5	28.6	89.4

Table 3 Experimental setup

バータにより起きる高周波のノイズを除くために D/A コンバータとアンプの間に接続されている。

波数が (1, 1), (1, 2) と (1, 5) のモードの固有振動数の解析値は表 2 に示す。円筒殻に加える加振力は水平方向の様な慣性力であり、モード (1, 1) しか励振されないため、モード (1, 1) だけを制御すれば良い。一方、アクチュエータは制御モードと強くカップリングしているが、非制御モードともカップリングしている。即ち、アクチュエータがモード (1, 1) に制御力を加えると同時に、他のモードにも力を加え励振する可能性がある。それで、アクチュエータとカップリングしているモードを状態方程式に考慮する必要がある。本研究で用いた実験モデルのアクチュエータの配置および電圧の加え方により、アクチュエータとモード (1, 2), (1, 3) 及び (1, 4) はカップリングしない。モード (1, 5) はアクチュエータとカップリングし、固有振動数もモード (1, 1) の固有振動数に近い。このため、本研究では、(1, 1) と (1, 5) の二つのモードを考慮した。

4. コントローラ的设计

本研究ではフィードフォワード制御法、フィードバック制御法及びこの二つの方法を組み合わせたハイブリッド制御法を用いた。ここで、これらのコントローラ的设计について述べる。

4・1 状態方程式 式 (10) のモード力は外乱によるものと制御入力によるものの二つの部分を含めるため、次式のように表すことができる。

$$f_{ij} = b_{1ij}u_c + b_{2ij}w_d \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 u_c は制御入力で、 w_d は外乱である。本研究では、制御入力と外乱はそれぞれ圧電アクチュエータに加える電圧と加振台の加速度 a である。固有モードの数が無限個あるが、多くのモードは全体の振動に及ぼす影響が小さく、無視できる。影響の小さいモードを無視し、モードを固有振動数の大きさの順番で並べ直すと、式 (10) が次式のように変換される。

$$\ddot{q}_k + 2\zeta\omega_k\dot{q}_k + \omega_k^2q_k = b_{1k}u_c + b_{2k}w_d \quad (k = 1, \dots, n) \quad (17)$$

ここで、 n は考慮したモードの数である。前節で述べたように、本研究では二つのモードだけを考慮し、 n は 2 である。式 (17) から次の状態方程式が得られる。

$$\dot{X}(t) = A_cX(t) + B_1u_c(t) + B_2w_d(t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、

$$X(t) = [q_1(t) \dots q_n(t) \dot{q}_1(t) \dots \dot{q}_n(t)]^T \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} O & I \\ -\Omega^2 & -2\xi\Omega \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} O \\ \Theta_1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} O \\ \Theta_2 \end{bmatrix}$$

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} \omega_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_n \end{bmatrix}, [\Theta_1] = \begin{bmatrix} b_{11} \\ \vdots \\ b_{1n} \end{bmatrix}, [\Theta_2] = \begin{bmatrix} b_{21} \\ \vdots \\ b_{2n} \end{bmatrix}$$

また、圧電フィルムセンサの出力電圧を出力変数とすれば、センサの出力方程式が次式のようになる。

$$y_c = C_c X \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(14)から、ベクトル C_c は次のように表すことができる。

$$C_c = [Q_1/C_t \dots Q_n/C_t \ 0 \dots 0] \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $Q_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 式(15)で得られた k 番目のモードにより発生する電荷で、 C_t 出力回路のトータルキャパシタンスである。

4・2 フィードバックコントローラ的设计 μ シンセシス法がロバスト性が良く、コントローラを設計するときもプラントの誤差を考慮できる。本研究では、フィードバック制御コントローラを設計するには μ シンセシス制御理論を用いる。 μ シンセシス制御理論を適用するためには、図3のような拡大システムを作る。ここで、 G_1 ノミナルプラントで、 Δ_G ノミナルプラント G_1 の誤差である。また、 u_c, y_c, z_c, w_c, d と e はそれぞれ制御入力、制御出力、モデル誤差入力、モデル誤差出力、外乱入力、制御誤差出力である。システムのノミナルプラントの伝達関数 G_1 と外乱入力 d が次式で表される。

$$G_1 = C(sI - A)^{-1} B_1, \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$d(s) = G_2(s) w_d(s) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $w_d(s)$ は式(16)で与えられた外乱で、 $G_2(s)$ は外乱 w_d から外乱入力 d までの伝達関数である。状態方程式から次式が得られる。

$$G_2 = C(sI - A)^{-1} B_2. \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここで、プラントの誤差の周波数特性を表す重み関数 W_{del} とコントローラ設計性能の周波数特性を表す重み関数 W_p を導入する。この二つの重み関数が次のように与えられる。

$$W_{del} = \frac{3(s+741)}{s+22222}, \quad W_p = \frac{0.5(s+2500)}{s+250} \quad \dots\dots\dots (25)$$

重み関数のゲインプロットは図4に示す。これらの重み関数を与えれば、Matlabの μ シンセシスツールボックス⁽¹³⁾を用いて、フィードバックコントローラ $K_a(s)$ が設

計できる。コントローラの性能は w_c から z_c までの伝達関数 T_{wz} で表されるロバスト安定性と d から e までの伝達関数 T_{de} で表される公称制御性能を用いて評価する。これらの伝達関数が次の不等式を満足すると、コントローラはロバスト安定性と公称制御性能を満足する。

$$\|T_{wz}\|_\infty = \|W_{del} K_a G_1 (I + K_a G_1)^{-1}\|_\infty < 1 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\|T_{de}\|_\infty = \|W_p (I + G_1 K_a)^{-1}\|_\infty < 1 \quad \dots\dots\dots (27)$$

図5は二つの伝達関数の最大特異値の周波数プロットを示す。二つの伝達関数の最大特異値は全周波数領域で1より小さいので、ロバスト安定性と公称制御性能の両方とも満足していることがわかる。

4・3 フィードフォワードコントローラ的设计 既知または測定できる外乱に励振される振動を制御する場合は、フィードフォワード制御がフィードバック制御より有効である場合が多い⁽⁹⁾。状態方程式(18)と出力方程式(23)から、制御出力が次のように表すことができる。

$$y_c(s) = G_1(s) u_p(s) + G_2(s) w_d(s) \quad \dots\dots\dots (28)$$

Fig. 3 Augmented system

Fig. 4 Plot of W_{del} and W_p

Fig. 5 Robust stability and performance

ここで, $u_p(s)$ はフィードフォワード法の制御入力であり, 次のように計算できる.

$$u_p = K_p(s)w_d(s) \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここで, $K_p(s)$ はフィードフォワード制御のコントローラである. 式 (29) を式 (28) に代入すると, 次式が得られる.

$$y_c = G_1(s)K_p(s)w_d(s) + G_2(s)w_d(s) \quad \dots\dots\dots (30)$$

$K_p(s)$ が次式を満足すると, 制御の出力が最小になる.

$$G_1(s)K_p(s) + G_2(s) = 0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

式 (31) から, フィードフォワードコントローラの伝達関数が簡単に計算できる.

フィードフォワード制御の制御入力の計算には外乱が必要である. 外乱が既知の場合は, 制御出力が理想的に 0 になる. 即ち, 強制振動を完全に抑制することができる. しかし, 多くの場合は外乱が未知で, センサを用いて測定しなければならない. 測定値は外乱 $w_d(s)$ の近似値であるため, 振動が部分的にしか消せない.

4・4 ハイブリッド制御 制御性能を向上させるために, フィードバック制御とフィードフォワード制御を組み合わせたハイブリッド制御法を用いる. ハイブリッド制御ではフィードバック制御の入力とフィードフォワード制御の入力を足したものを制御入力 u_c として使い, 次式から計算される.

$$u_c = u_a + u_p = K_a(s)y_c(s) + K_p(s)w_d(s) \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここで, K_a と K_p はそれぞれ前節で設計されたフィードバックコントローラとフィードフォワードコントローラである.

5. 実験とシミュレーション結果

円筒殻モデルの固有振動数の実験値は強制振動の周波数応答から求められ, シミュレーション結果と一緒に表 2 に示されている. 以下の実験とシミュレーションでは円筒殻がモード (1, 1) の固有振動数に近い周波数 75Hz で加振される. 加振台の振幅が $30\mu\text{m}$ に設定される. 円筒殻の強制振動はそれぞれフィードバック法, フィードフォワード法及びハイブリッド法を用いて制御し, それらの結果を比較する.

5・1 圧電センサの特性 図 2 に示された円筒殻モデルのセンサ領域では, 外側と内側に 2 層の独立した圧電フィルムがある. 本研究では, 外側の一層を分布圧電センサとして使用した. 図 6 は 75Hz で加振したとき加振振幅とセンサ出力電圧の最大値の関係である.

式 (20) に示されたようにその関係が理論的に線形であるが, 実験結果では少し非線形性が現れている. 本研究では, 加振振幅が小さいので, センサの非線形性を無視する. また, 式 (20) のキャパシタンス C_t は図 6 のセンサ特性の直線フィッティングから求める.

5・2 フィードバック制御の結果 図 7(a) はフィードバック制御法を用いて円筒殻の強制振動を制御するときの時間応答の実験結果である. 制御入力を加えると強制振動の振幅を 1/4 以下に減らすことができた. 図 7(b) はそれに対応するシミュレーション結果を示す. シミュレーションでは, 振動の減衰が実験より早く, 安定した振幅も小さい. コントローラのゲインを大きくすると振幅が更に小さくなるが, コントローラのロバスト性も悪くなる. また, ゲインには限界があり, それを越えるとコントローラが不安定になる. 即ち, フィードバック制御の性能に限界がある.

制御入力のシミュレーションと実験結果が図 Fig.8(a) と (b) に示されている. 実験結果はシミュレーション結

Fig. 6 Property of sensor

(a) Experimental result

(b) Simulation result

Fig. 7 Response of feedback control

果より少し大きいですが、両者は良く一致している。

5・3 フィードフォワード制御の結果 図9(a)はフィードフォワード制御法で制御した場合の応答の実験結果を示す。振動の振幅は約1/2まで減衰し、その減衰プロセスは初期外乱による自由振動の減衰と同じである。フィードフォワード制御法では理論的に既知の外乱による強制振動の振幅が0まで減衰するが⁽¹⁰⁾、本研究では制御入力の時相遅れの影響で1/2までしか減らない。フィードフォワード制御は、制御入力の外乱による

振動と逆位相の振動を起こし、外乱による振動をキャンセルする原理を用いるため、位相遅れの影響が特に大きい。実験では、A/DとD/Aコンバータ及びD/Aコンバータとアンプの間に接続しているフィルタが主に位相遅れの原因になる。測定された位相遅れの実験値は約22°である。

図9(b)は22°の位相遅れを考慮した場合のシミュレーション結果である。シミュレーション結果と実験結果は良く一致している。制御入力の実験値とシミュレーショ

(a) Experimental result

(b) Simulation result

Fig. 8 Control input of feedback control

(a) Experimental result

(b) Simulation result

Fig. 10 Control input of feedforward control

(a) Experimental result

(b) Simulation result

Fig. 9 Response of feedforward control

(a) Experimental result

(b) Simulation result

Fig. 11 Response of hybrid control

Fig. 12 Control input of hybrid control

Fig. 13 Input component of feedback control

ン値は図10(a)と(b)に示されている。制御入力に外乱から計算され、外乱が一定であるため、振動の振幅が小さくなくても、制御入力の幅は変わらない。

5・4 ハイブリッド制御の結果 ハイブリッド制御では、よりよい制御効果を得るために、式(32)のようにフィードバック制御入力とフィードフォワード制御入力を足して、制御入力として使う。図11(a)と(b)はそれぞれハイブリッド制御の応答の実験結果と位相遅れを

考慮した場合のシミュレーション結果を示す。制御を加えると3~4周期の間に強制振動の振幅を1/10以下に減らすことができた。ハイブリッド制御の振動減衰はフィードフォワード制御より大分早く、振幅はフィードバック制御とフィードフォワード制御の両方より小さい。

図12はハイブリッド制御入力の実験とシミュレーション結果を示す。ハイブリッド制御入力にはフィードバック制御の入力成分とフィードフォワード制御の入力成分が含まれ、フィードバック制御の入力成分の実験とシミュレーション結果が図Fig.13(a)と(b)に示されている。外乱入力はフィードフォワード単独制御の場合と同じであるため、フィードフォワード制御の入力成分の実験とシミュレーション結果は図10と同じである。

6. 結 言

積層圧電複合円筒殻の運動方程式及び分布圧電フィルムセンサの出力方程式を導出した。円筒殻と一体化された圧電フィルムセンサとアクチュエータ及びフィードバック、フィードフォワードとハイブリッド制御法を用いて、ベース加振による強制振動の制御シミュレーションと実験を行った。シミュレーションと実験結果から以下の結論が得られた。

- (1) 積層圧電複合円筒殻と一体になっている圧電センサとアクチュエータは円筒殻の振動を効率的に感知して制御することができる。
- (2) フィードバック法とフィードフォワード法を組み合わせたハイブリッド制御法はこれらの単独法より円筒殻の振動制御に有効であり、今後構造の振動制御への応用が期待される。

文 献

- (1) Fuller, C. R., *AIAA Journal*, **24**-7 (1986), 1063.
- (2) Jones, J. D. and Fuller, C. R., *AIAA*, **24**-8 (1986), 1271.
- (3) Jones, J. D. and Fuller, C. F., *Int. J. of Anal. and Exp. Modal Analysis*, **4**-1 (1986), 45.
- (4) Lester, H. C. and Lefebvre, S., *J. Intell. Mater. Syst. and Struct.*, **4**-2 (1993), 295.
- (5) Tzou, H.S., *Piezoelectric Shell*, (1993), Kluwer Academic Publishers.
- (6) 谷・裴・三浦, 機論(C), **60**-570 (1994), 443.
- (7) Qiu, J. and Tani, J., *J. Intell. Mater. Syst. and Struct.*, **6**-3 (1995), 474.
- (8) Qiu, J. and Tani, J., *J. Smart Mater. and Struct.*, **4**-A1 (1995), 75.
- (9) 裴・谷・大友, 機論(C), **61**-586 (1994), 2412.
- (10) Qiu, J. and Tani, J., *J. Intell. Mater. Syst. and Struct.*, **7**-3 (1996), 278.
- (11) Markus, S., *The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells*, (1988), Elsevier.
- (12) Flügge W., *Stress in Shells*, (1960), Springer-Verlag.
- (13) Balas, G. J., et al., *μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide*, (1994), The MathWorks Inc..