実稼働時応答の状態推定に関する研究* (第 2 報, 動特性が非定常な系への拡張)

松村 雄一^{*1}, 辻内 伸好^{*2}, 小泉 孝之^{*2}

Identification of Time Domain Structural Responses under Operating Condition (2nd Report, Case of a System with Unsteady State)

Yuichi MATSUMURA, Nobutaka TSUJIUCHI and Takayuki KOIZUMI

This paper is concerned with the estimation of the ODSs (Operating Deflection Shapes) of a system with unsteady state. It is usually difficult to identify the ODSs, because the responses under operating condition are not always in steady state. Therefore, the adaptive identification scheme of the ODSs for non-stationary signal has several needs. This paper presents a new type of subspace method which can identify well-excited frequencies and the ODSs corresponding to those frequencies. In order to prove the adaptability of this scheme for time-varying signals, we demonstrate its performance on artificially generated responses. Then we use the responses of an actual structure and show the effectiveness of this scheme with real data. These results are in good agreement with analytical ones and lead us to believe that the proposed scheme can be successfully used for the identification of time-varying signals.

Key Words: Identification, Modal Analysis, Forced Vibration, Operating Deflection Shapes, URV Decomposition

1. 緒 言

構造物の固有特性の同定や故障検知, 監視計測などの基礎技術として, スペクトル解析がある⁽¹⁾. パワースペクトル解析は, 各計測点毎の局所的特性を計算する上で有用であるが, システムが複雑化した場合, この解析によって構造物全体の特性を計算することは困難となる. また, 異常診断等においては実稼働時や常時微動で主に励起された周波数成分 (以下, 主要周波数成分) から, 異常振動の主要原因を推定することが多く, 各時刻での主要周波数成分のみを抽出できる手法は有用である. さらに, 異常診断等において重要な構造系の動特性の変化に基づく主要周波数成分の変化を捉えるためには, 時々刻々変化する応答特性を高速に計算できる方法が必要となる. 非定常特性を有する応答の解析を扱った例としては, 局所定常 AR モデルを用いた構造系のモード特性同定法⁽²⁾や, 非定常スペクトル推定法⁽³⁾などがあるが, 本研究が対象とする時間領域の実稼働時振動形態 (Operating Deflection Shapes-ODSs) ⁽⁴⁾ を扱ったものは見当たらない. 従っ

て, ここでは前報⁽⁵⁾での研究を発展させ, 主要周波数成分や振幅の初期値計算が不要で, 各計測点における主要周波数成分の時変振幅の変化に追従できる高速な計算手法の開発を目的とした. さらにこの手法が任意の時変特性を有する多点応答へ適用できることを検証する. 前報と同様に実稼働時応答を時変振幅の状態空間でモデル化し, 部分空間法を基本とするパラメータ同定法及び, この同定法を高速に実行するための計算アルゴリズムを提案する. この同定法は, 高速かつ再帰的に行列の直交分解を行う URV 分解⁽⁶⁾の利点を活用した部分空間法の一つであり, オンライン同定法を意図したものである.

次に, 時変特性への追従性や対ノイズ性を検証するため, 数値モデルの応答に本手法を適用した. さらに構造物に与える加振特性が急激に変化する場合について梁を用いた実験を行い, 実稼働条件下における実構造物への本手法の適用性を検証する.

2. 同定法の定式化

本同定法は, 多点で取得した応答を用いて同定する方法であり, 零空間を適応的かつ高速に求めることを

* 原稿受付 1997 年 3 月 14 日.

^{*1} 正員, 同志社大学大学院 (〒610-0321 京田辺市多々羅).

^{*2} 正員, 同志社大学工学部.

利点とする URV 分解⁽⁶⁾を効率よく利用するために開発した部分空間法の一つである。

2・1 取得信号モデル化の要約 主要周波数成分の振幅が時間と共に変化する信号のモデル化については第1報で詳述した。それを要約すると、サンプリング間隔を τ とし、構造物上の任意の点 i で時刻 $k\tau$ に観測された応答の振幅 $y_i(k)$ は離散形式で次式となる。

$$y_i(k) = \sum_{r=1}^d a_{r,i}(k) \exp(s_r k\tau) + n_i(k) \quad (1)$$

ここに、 d は主要周波数成分の数、 $a_{r,i}(k)$ は r 番目の成分の時変振幅を表す複素数、 s_r は r 番目の成分の周波数と減衰からなる複素数、 $n_i(k)$ はこのときの観測雑音。また $a_{r,i}(k)$ は次に示すランダムウォーク過程で近似でき、近似誤差 $w_{r,i}(k)$ は信号成分と無相関とする。

$$\nabla a_{r,i}(k) = a_{r,i}(k) - a_{r,i}(k-1) = w_{r,i}(k) \quad (2)$$

このとき、 M 個のセンサーで時刻 0 と $l\tau$ からそれぞれ K 回のサンプリングで応答を取得し、各時刻の観測量からなるベクトル $\mathbf{y}(k)$ を並べた行列をそれぞれ $\mathbf{Y}_0$ 及び $\mathbf{Y}_l$ とし、次の行列方程式で表す。

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{H}_0 \mathbf{X}(l+K-1) + \mathbf{N}_0 \quad (3)$$

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{H}_0 \Phi_l \mathbf{X}(l+K-1) + \mathbf{N}_l \quad (4)$$

行列 $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{X}(l+K-1)$, Φ_l が同定できれば、主要周波数成分は Φ_l の対角項から得られ、計測点 i における r 次の主要周波数成分の時刻 $k\tau$ における振幅 $y_{r,i}(k)$ は次式で得る。

$$y_{r,i}(k) = a_{r,i}(k) \exp(s_r k\tau) \quad (5)$$

また、同定できる周波数の最大値は、 $1/(4l\tau)$ より小さいという関係があることを注記しておく。

以下では各時刻において、これら行列の要素を同定する手法について述べる。

2・2 提案する同定手法 本論では、多点応答から少数の主要周波数成分を抽出する同定法を扱うため、 $M > d$ を仮定する。また、サンプリング数について $K > d$ と仮定すれば、次の関係を得る。

$$\text{rank } \mathbf{X}(l+K-1) = d \quad (6)$$

$$\text{rank } \Phi_l = d \quad (7)$$

次に $\mathbf{Y}_0$ 及び $\mathbf{Y}_l$ から構成した行列 $\mathbf{Z}$ を考える。式 (3) と (4) から、

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{Y}_0 \quad \mathbf{Y}_l] \quad (8)$$

$$= \mathbf{H}_0 [\mathbf{X}(l+K-1) \quad \Phi_l \mathbf{X}(l+K-1)] \quad (9)$$

$\mathbf{Z}$ の行ベクトルの張る空間を $\mathbf{S}$ とすると、

$$\mathbf{S} = \text{Im}(\mathbf{Z}^T). \quad (10)$$

ここに $\text{Im}(\cdot)$ は行列 $(\cdot)$ の像を表し、 $(\cdot)^T$ は行列 $(\cdot)$ の転置を表す。このとき式 (9) と (10) から、

$$\text{Im} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^H(l+K-1) \\ \mathbf{X}^H(l+K-1)\Phi_l^H \end{bmatrix} \right) \subset \mathbf{S}. \quad (11)$$

ここに $(\cdot)^H$ は行列 $(\cdot)$ の複素共役転置を表す。いま、式 (6), (7) と式 (9) より上式両辺の部分空間について、

$$\dim \text{Im} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^H(l+K-1) \\ \mathbf{X}^H(l+K-1)\Phi_l^H \end{bmatrix} \right) = d, \quad (12)$$

$$\dim \text{Im}(\mathbf{Z}^T) = d. \quad (13)$$

ここに $\dim$ は部分空間の次元を表す。これらの関係と式 (11) から次式を得る。

$$\text{Im} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^H(l+K-1) \\ \mathbf{X}^H(l+K-1)\Phi_l^H \end{bmatrix} \right) = \mathbf{S} \quad (14)$$

$\mathbf{S}$ は $\mathbf{Q}$ によって張られる空間とすると、 $\mathbf{Q}$ は $\mathbf{Y}_0$ 及び $\mathbf{Y}_l$ に対応する部分に分解でき、 $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_l$ とする。 $\mathbf{Q}_0$ と $\mathbf{Q}_l$ は適当な非特異行列 $\Xi \in \mathbb{C}^{d \times d}$ が存在すると、

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{X}^H(l+K-1)\Xi, \quad (15)$$

$$\mathbf{Q}_l = \mathbf{X}^H(l+K-1)\Phi_l^H \Xi. \quad (16)$$

一方、これらの関係から $\mathbf{Q}_0$ と $\mathbf{Q}_l$ の列ベクトルが張る部分空間をそれぞれ $\mathbf{S}_0$ と $\mathbf{S}_l$ と表せば、

$$\text{Im}(\mathbf{X}^H(l+K-1)) \subset \mathbf{S}_0, \quad (17)$$

$$\text{Im}(\mathbf{X}^H(l+K-1)\Phi_l^H) \subset \mathbf{S}_l. \quad (18)$$

これから、

$$\text{Im}(\mathbf{X}^H(l+K-1)) \subset \mathbf{S}_0 \cap \mathbf{S}_l. \quad (19)$$

式 (6) から $\dim \text{Im}(\mathbf{X}^H(l+K-1)) = d$ であるので、式 (19) と考え合わせ、 $\mathbf{S}_0$ と $\mathbf{S}_l$ は d 次元以上の空間で交わりを持つ。いま $\mathbf{S}_0$ と $\mathbf{S}_l$ の和空間について次の関係がある⁽⁷⁾。

$$\dim(\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_l) = \text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_0 \\ \mathbf{Q}_l \end{bmatrix} = d \quad (20)$$

また、式 (6) と (7) 及び式 (15) と (16) から、

$$\dim(\mathbf{S}_0) = \dim(\mathbf{S}_l) = d. \quad (21)$$

式 (20) と (21) を考え合わせて次式を得る。

$$\begin{aligned} \dim(\mathbf{S}_0 \cap \mathbf{S}_l) &= \dim(\mathbf{S}_0) + \dim(\mathbf{S}_l) - \dim(\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_l) \\ &= d \end{aligned} \quad (22)$$

上式より S_0 と S_l の積空間の次元は d であることがわかる. S_0 と S_l それぞれの空間は Q_0 と Q_l の列ベクトルによって張られているので, 適当な非特異行列 $\Psi \in \mathbb{C}^{d \times d}$ を用いて次のようにおける.

$$Q_0 \Psi = Q_l \quad (23)$$

ここで Q_0 の擬似逆行列を Q_0^+ とし, これを上式の両辺前から乗ずることで,

$$\begin{aligned} \Psi &= Q_0^+ Q_l = \Xi^{-1} (X^H(l+K-1))^+ X^H(l+K-1) \Phi_l^H \Xi \\ &= \Xi^{-1} \Phi_l^H \Xi. \end{aligned} \quad (24)$$

結局, 上式は行列 Ψ の固有値問題となり, 行列 Φ_l と Ξ を求め得る.

次に式 (9) と式 (15), (16) の間には次式の関係がある.

$$\begin{aligned} &[H_0 X(l+K-1) \quad H_0 \Phi_l X(l+K-1)] \\ &= H_0 \Xi^{-H} [\Xi^H X(l+K-1) \quad \Xi^H \Phi_l X(l+K-1)] \\ &= H_0 \Xi^{-H} [Q_0^H \quad Q_l^H] \end{aligned} \quad (25)$$

よって, 次のような行列 P を新たに定義する.

$$P = H_0 \Xi^{-H} \quad (26)$$

Z を行列分解し, 行列 P と Q_0 に相当する行列を計算すれば, 式 (26) の両辺の後ろから Ξ^{-1} を乗じて, H_0 が求まる.

$$H_0 = P \Xi^H \quad (27)$$

一方, 式 (15) の両辺を複素共役転置し, Ξ^{-H} を前から掛けて, $X(l+K-1)$ を得る.

$$X(l+K-1) = \Xi^H Q_0^H \quad (28)$$

以上より, 上述の行列 H_0 , $X(l+K-1)$, Φ_l が同定される. また, 計測された応答が加速度波形である場合, 取得信号のモデル化を次式として本手法を適用できる.

$$\ddot{y}_i(k) = \sum_{r=1}^d a_{r,i}(k) s_r^2 \exp(s_r k \tau) + n_i(k) \quad (29)$$

3. 計算アルゴリズム

本手法は行列 Z の行空間の基底を利用して同定を行うため, 行空間の基底ベクトルを再帰的に求める目的で開発された URV 分解⁽⁶⁾を用いるのが計算量の点で最適である. 以下に URV 分解を用いた計算法を示す.

まず, Z の最下行に新たな観測量からなる行ベクトル z を取り込み, URV 分解を更新する.

$$\begin{bmatrix} \gamma Z \\ z \end{bmatrix} = U R V^T \quad (30)$$

ここに γ は指数窓の忘却係数であり, 過去のデータほどその影響を小さくする. また, U と V は直交行列であり, R は前側に信号部分空間の, 後ろ側にノイズ部分空間の情報を含む上三角行列であるとする. ランクの計算には予め信号成分とノイズ成分の分散を考慮した境界値を設定し, 境界値と信号部分空間の最小特異値を比較することでランクを決定する. URV 分解では通常 U を計算量削減のため求めない. 本論では R の初期値に零行列を用い, V に単位行列を用いた⁽⁶⁾.

計算されたランクと主要周波数成分の数 d は等しいとし, 更新された $V = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_M]$ の中で前側 d 列によって部分空間 S が張られているとする.

$$S = \text{span} \{v_1, v_2, \dots, v_d\} \quad (31)$$

本式より, 上述の Q_0 及び Q_l は次のように表せる.

$$V_d \equiv [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_d] = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_l \end{bmatrix} \quad (32)$$

これら行列 Q_0 及び Q_l を用いて式 (24) の固有値問題を解き, 固有ベクトルを列とする行列を用いて H_0 と $X(l+K-1)$ を計算する. 新たな観測量に対して主要周波数成分の振幅を同定するには, H_0 の最下行の要素のみが必要であり, これを h_0 とする. 上述のように Q を定めると, P は U と R の積行列の前側 d 列からなる行列として定義できる. ところが URV 分解において U は計算しない. そこで UR は式 (30) の関係を用いて計算する.

$$UR = \begin{bmatrix} \gamma Z \\ z \end{bmatrix} V \quad (33)$$

これより P の最下行は $z V_d$ から求められ, 次式のように h_0 を計算できる.

$$h_0 = z V_d \Xi^{-1} \quad (34)$$

以上より, h_0 , $X(l+K-1)$, Φ_l^H の各要素が求められ, 主要周波数成分と, その周波数成分毎の時変振幅が同定できる. 但し, 上記の計算アルゴリズムを実行する際, K の値を決定しておく必要のないことを注記しておく.

4. 数値実験と考察

構造物に対する質量の付加や圧力の変化, 液体貯蔵タンクにおける内部液体容積の増減, 支持構造物の劣

化など、応答計測中に主要周波数成分が変化する場合がある。また実稼働応答には大きな雑音が含まれることも多い。数値的に作成したこのような応答データに対し、実験を行った。

応答データの作成には次式を用い、 $i = 1 \dots 5$ の場合の5つの時系列を作成する。

$$y_i(k) = \sum_{r=1}^d \{ \exp(j2\pi r i / 5) \exp(s_r k \tau) + (\exp(j2\pi r i / 5))^* \exp(s_r^* k \tau) \} + n_i(k) \quad (35)$$

ここに j は虚数単位、 $(\cdot)^*$ は複素共役を表す。サンプリング間隔を $\tau = 0.002[\text{s}]$ とし、主要周波数成分の数 d と極 s_r は実験内容により変化させた。以下では本実験の目的の一つである追従性を明確にするため、新たな観測値が計算に取り入れられる毎のステップ数で時間を表す。観測雑音 $n_i(k)$ には正規分布白色雑音を用い、S/N 比は信号と雑音の分散を用いて変化させた。この時系列を、それぞれ5つの応答測定点から得た変位応答であるとした。同定に際し、行列 $\mathbf{Y}_0$ と $\mathbf{Y}_l$ の間の時間ずれは $l = 3$ 、指数窓の忘却係数 γ は実験により変化させた。

4・1 観測雑音の影響 式 (35) において $10[\text{Hz}]$ の信号だけが存在し、標本長が $500[\text{step}]$ として応答データを作成した。このデータに対して観測雑音を S/N 比で $40[\text{dB}]$ から $2[\text{dB}]$ まで変化させ、それぞれの場合に対して $\gamma = 0.99$ を用いて同定法を適用した。同定された応答振幅の誤差を評価するため、真値と推定値の差の絶対値を平均し、各時刻における真値の振幅の平均値に対する百分率で表したものを誤差として図1に示す。本図より雑音の大きさに伴い誤差も増大するが、S/N 比 $2[\text{dB}]$ における誤差は約 $2.77[\%]$ であり、雑音の除去に成功している。しかし S/N 比 $1[\text{dB}]$ 以上の雑音を付加した場合、URV 分解によるランク推定が局所的に急激な増減を行い、同定結果が真値と大きく異なる部分があった。

Fig. 1 Estimation Error of the Identified ODSs versus Signal to Noise Ratio

本実験における雑音除去の効果を示すため、 $i = 1$

Fig. 2 Part of Identified ODS Corresponding to Dominant Frequency Component

Fig. 3 Identified Dominant Frequencies for the Responses of Abruptly Changing System

における応答に S/N 比 $2[\text{dB}]$ の観測雑音を付加したものを図2 (a)に示し、この応答に対して同定法を適用して得られた振幅の推定値と観測雑音を付加していない応答（真値）を比較したものを図2 (b)に示す。雑音成分が推定値では削減され、真値に近づいていることが認められる。これは他の4つの測定点に対する応答でも同様であり、雑音除去に対する有効性が確認された。

次に、雑音環境下で時変特性を有する応答を同定する際の追従性を検証する。式 (35) において $1 \sim 500[\text{step}]$ の間 $10[\text{Hz}]$ の信号だけが存在し、 $501[\text{step}]$ で $10[\text{Hz}]$ と $20[\text{Hz}]$ の信号が混在するとして応答データを作成した。このデータに対して S/N 比で $10[\text{dB}]$ の観測雑音を与え、忘却係数を $\gamma = 0.99$ として本手法を適用した。同定された主要周波数成分を図3に示す。図に示されるごとく、 $501[\text{step}]$ からの応答変化に対し、真値近傍である $20 \pm 2[\text{Hz}]$ の範囲に推定値が収束するまでに約 $40[\text{step}]$ を要した。一般に、収束性に影響を与えるパラメータは観測雑音の大きさと忘却係数が考えられるが、収束に要する時間は観測雑音を変化させてもほぼ同じであった。従って、推定値の収束

性には主に忘却係数の大きさが影響を与えと考えられ、次節でこの問題を検証する。

4・2 忘却係数の影響 忘却係数 γ は過去についての情報量を制御するパラメータである。この係数の値を小さくする程、最近の情報だけを用いて推定することから時変特性への追従性は向上するが、情報量の減少により観測雑音の影響を受けやすくなることが予想され、以下この点を検証する。

はじめに、主要周波数成分が時間と共に変化する場合に与える忘却係数の影響を考慮する。信号の作成には式 (35) を用い、信号の周波数が 1000[step] の間に 10[Hz] から 20[Hz] まで一様に変化するとし、観測雑音は付加しない。同定に際して γ を 0.9 ~ 0.998 まで変化させた。図 4 (a) に図 1 と同様の振幅推定値の誤差を示し、図 4 (b) に 3 種の忘却係数について周波数推定結果を示す。図 4 (a) から忘却係数の増加に伴い振幅推定誤差は増加するが、 $\gamma = 0.998$ における誤差は約 0.09[%] であり、観測雑音により生じる誤差に比べて十分小さい。しかしながら、主要周波数成分の同定結果を示した図 4 (b) に見られるように、 $\gamma = 0.9$ の場合には実線と破線がほぼ重なり、現在の周波数を同定しているが、忘却係数の増加に従い、過去の情報に影響を受ける。これは、URV 分解で同定された信号部分空間は、過去の情報を含むにも関わらず、周波数推定には信号部分空間全体の回転を用いるためである。これに対し、振幅推定では信号部分空間の中でも、最新のデータに対応する部分だけから計算される H_0 および $X(l+N-1)$ と、全体を用いて求められた Φ_l を乗じる。これが忘却係数の増加に伴って振幅推定誤差は増加するが、周波数推定誤差と対比して誤差が小さい要因である。図 4 (b) において、同定開始直後にある縦方向の破線は、同定開始時刻を 1[step] としたため、同定すべき周波数に追従するまでの結果であることを注記しておく。図 5 に $\gamma = 0.998$ を用いて同定した振幅の代表例として、測定点 $i=1$ での結果を示す。本図より大きな忘却係数の場合でも、時変周波数に追従して主要周波数成分が持つ振幅の同定が可能といえる。

次に忘却係数の変化に対する雑音の影響を検証する。信号は 10[Hz] 成分のみとし、標本長 1000[step] として応答データを作成した。このデータに対して観測雑音を S/N 比で 10[dB] 与え、 $\gamma = 0.9 \sim 0.998$ まで変化させ同定を行った。主要周波数成分推定値の平均値及び各周波数成分の振幅推定値は忘却係数に関係なくほぼ真値に収束した。しかし、忘却係数が小さくなるに従い、主要周波数成分推定値のばらつきが大き

(a) The ODS estimation error versus forgetting factor

(b) Estimated dominant frequency with forgetting factor as a parameter

Fig. 4 Identification of the System with Time-Varying Frequency

Fig. 5 Part of Identified ODS from the Responses with Time-Varying Frequency (Forgetting Factor=0.998, $i=1$)

Fig. 6 Standard Deviation of Estimated Dominant Frequencies versus Forgetting Factor

くなった。そこで図 6 に周波数推定値の標準偏差を示す。上記の予想に従い忘却係数が大きな値になるほど観測雑音の影響を受けずに安定した推定値を与えている。図 7 に $\gamma = 0.9$ を用いて同定された振幅の代表例として、測定点 $i=1$ での結果を示す。本図より比較的小さな忘却係数の場合でも、主要周波数成分が持つ振幅については良好な精度で同定可能なことがわかる。

Fig. 7 Part of Identified ODS (Forgetting Factor=0.9, $i=1$)

5. 実験

本手法の有効性検証として、実稼働時の梁構造物の応答に適用する。

5・1 実験装置と方法 図8に実験装置の概略を示す。供試体は梁 ($50 \times 1210 \times 6$ [mm]) を用い、両端自由の条件で実験を行った。

加振には動電形加振器を用い、初めの1.25秒まで正弦波 (250 [Hz]) で加振する。その後入力をランダム波に切り換えた。図中○印の加速度応答を計測し、図示する手順で同定手法を適用した。本実験では応答測定点が7であるため、 Z は14次元で構成される。実稼働中の応答には多くの雑音成分を含むので、時間領域のモード特性同定で行われているのと同様に、信号部分空間と同次元のノイズ部分空間を作成し、雑音を逃がす⁽⁸⁾。このとき、1つの主要周波数成分は2つの自由度を持つので、本実験の場合に同定可能な主要周波数成分の数は高々3、4程度である。加振特性を急激に変化させた場合、正弦波加振とランダム加振で励起された応答の混在する範囲が存在することを考慮し、本実験では正弦波の250 [Hz] に近い周波数で、

Fig. 8 Schematic Diagram of Experimental Setup

モード減衰比の値が大きく異なる4次と5次のモード成分の励起を捕らえるため、応答データに対して150~300 [Hz] の範囲で帯域通過フィルターをかけた。供試体の4次と5次のモード特性を実験モード解析により求めた結果を表1に示す。同定に用いた忘却係数は $\gamma = 0.995$ 、サンプリング周波数は1200 [Hz]、行列 Y_0 と Y_l の間の時間ずれは $l=1$ である。

Table 1. Natural Properties of 4th and 5th Modes.

Mode No.	Frequency [Hz]	Damping Ratio [%]
4	189.38	0.0925
5	281.24	0.9613

5・2 実験結果と考察 主要周波数成分の推定値を図9に示す。また、同定に要した計算量を浮動小数点演算回数を用いて図10に示す。図9から、加振特性の変化直後を除き、良好な精度で主要周波数成分の同定がなされている。図中で誤差を生じている部分は図10に示した計算量も変動しており、主要周波数成分の振幅が信号とノイズの境界値の付近にあることで、ランク推定値が変化していることがわかる。

モード成分に分離後の時変振幅の代表例として、図8の左端のセンサーに対応する主要周波数成分の変位同定結果を図11に示す。本図より各モード成分の振幅は大きな時変特性を有するが、この変化に対して良好

Fig. 9 Estimated Dominant Frequencies for Experimental Data

Fig. 10 Computational Cost for Experimental Data

Fig. 11 Part of Decoupled Displacement(1st Sensor)

Fig. 12 Comparison between Measured and Decoupled Responses with Power Spectra(1st Sensor)

に追従して同定していることがわかる。また同様に、分解後の加速度応答と、測定された加速度の 2.0[s] 以降 1024 [step] のデータを用いて計算したパワースペクトルを比較する (図 12)。図 12 より図 11 の結果は測定データを 2 つの主要周波数成分に分解していることがわかる。各測定点間の位相関係と実稼働時振動形態の同定精度を確認するため、2.0[s] 以後の 6[step] の時変振幅同定結果を図 13 に示す。本図より同定された実稼働時振動形態は解析的に求められる両端自由梁の 4 次と 5 次のモード形状に一致しており、各測定点間の位相も良好な精度で同定可能であることが判明した。

6. 結 言

本報では、前報で提案した時変振幅同定手法に関する研究を発展させ、加振力や構造系の特性変化に追従し、多点計測された振動波形の中で全体特性として顕著に現れる周波数を同定し、その周波数成分の各時刻における各計測点での振幅を高速に計算するための手法を提案した。提案した手法を用いた同定における

Fig. 13 Identified ODSs Corresponding to the 4th and 5th Mode Components

観測雑音の影響および時変特性への追従性を数値実験により検証し、観測雑音と推定誤差、忘却係数と追従性、忘却係数と観測雑音の関係を明らかにした。次に、梁を用いた実験により実構造物への本手法の適用性を検証し、実稼働条件下での本手法の妥当性と有効性を示した。

なお本研究の一部は、文部省科学研究費基盤研究 (c) (課題番号 ; 08650300) の援助を受けた。記して謝意を表す。

文 献

- (1) 谷口, 振動工学ハンドブック, (1976), 724, 養賢堂.
- (2) 鈴木・原田, 機論, **50**-458, C(昭 58), 2013.
- (3) Kitagawa, G., *J. of Sound and Vibration*, **89**(3), (1983), 433-445.
- (4) Richardson, M.H. and McHargue, P., *Proc. of 12th Inter. Modal Anal. Conf.*, (1994), 581-587.
- (5) 松村・小泉・辻内, 機論, **63**-610, C(1997), 1927-1933.
- (6) Stewart, G.W., *IEEE Trans. on Signal Processing*, **40**, (1992), 1535-1541.
- (7) Moonen, M., Moor, B.D., Vandenberghe, L. and Vandewalle, J., *Int. J. Control*, **49**(1), (1989), 219-232.
- (8) 長松, モード解析, (1985), 161, 培風館.