パラメータ適応同定に基づく不確かなロボットアームの センサレススライディングモード位置決め制御*

大 貫 修^{*1}, 野 波 健 蔵^{*2}, 西 尾 仁 志^{*3}

Sensorless Sliding Mode Positioning Control of Uncertain Robot Arm Based on Parameter Adaptive Identification

Osamu OHNUKI, Kenzo NONAMI and Masashi NISHIO

In this study, we propose two methods for the sensorless positioning control of a robot arm. First, we propose using adaptive observer directly in order to estimate the state of the system. Adaptive observer is a state estimator which contains the parameter identification in addition to the state estimation. This method is applicable to the robot arm with direct drive system. In the actual system, the nonlinear characteristics often exists at the drive system because of the speed reducer. However it is very difficult to design adaptive observer in consideration of the nonlinear characteristics. Then, secondly, we propose identifying the parameter using adaptive identifier and estimating the state of the system using sliding mode observer. This method is useful for the robot arm which contains the nonlinear characteristics at the drive system. In two methods mentioned above, sliding mode controller is used. Moreover, concerning the second method, we proved the usefulness by experiments.

Key Words: Adaptive Control, Robust Control, Nonlinear Control, Positioning, Robot Arm, Adaptive Observer, Sliding Mode Observer, Sliding Mode Control, Sensorless Control, Nonlinear Friction Torque

1. 緒言

センサレス制御とは機械システムの制御で一般に用いられている力学量検出用変位センサ, 速度センサ, 加速度センサなどを用いずに制御を行なうことをいう。このような制御の実現には, アクチュエータの電流信号を検出し, オブザーバにより状態量を推定して制御を行なうという方法が有力である。電流の検出は回路中に抵抗を挿入し電圧降下を計測すれば良い。

センサレス制御に関する研究例として, Vischerらはオブザーバ方式によるセンサレス磁気軸受制御を提案している⁽¹⁾。また, 水野らは変位センサレス磁気軸受をターボ分子ポンプに適用し, 高速回転実験を行なっている⁽²⁾。一方, 著者らはアクティブ動吸振器のセルフセンシング機能を利用して多自由度構造物のセンサレス振動制御を実験的に実現した⁽³⁾。さらに著者らは駆動部に非線形摩擦を有する1リンクロボットアームのセンサレス位置決め制御にWalcottらによって提案されたスライディングモードオブザーバ⁽⁶⁾とスライディングモードコントローラの併合補償系を適用し, 位置決め制御を実験的に実現した⁽⁴⁾。しかし, そこでは駆動部に存在する非線形摩擦に対するロバスト性に重点をおいていたため, アクチュエータの動特性については試行錯誤的に同定していた。実際には,

アクチュエータの動特性が未知である場合や, 変動する場合も多い。

そこで著者らはオブザーバベースのセンサレス制御において, 制御対象を未知プラントとみなしてパラメータ同定・状態推定・制御を同時に行う新しいセンサレス制御法を提案する。具体的には検出可能な入出力情報から未知パラメータを同定するパラメータ同定機構を内蔵した適応オブザーバ⁽⁵⁾を1リンクロボットアームのセンサレス位置決め制御に適用する。適応オブザーバを機械システムの制御問題に適用した例は少なく, 特にセンサレス制御への適用は見られない。

本研究において著者らは二通りの手法を提案する。第一に, 状態量推定のために適応オブザーバを直接用いる手法である。この手法はダイレクトドライブ方式のロボットアームへの適用に適しているが, 実際には, 減速機構などにより駆動部に非線形性を有する場合が非常に多い。しかしながら, 非線形性を考慮して適応オブザーバを設計し, 正確なパラメータ同定を行なうことは極めて困難である。第二に, 著者らは適応オブザーバのパラメータ同定機構を取り出し, それとスライディングモードオブザーバを併用し, 駆動部に非線形性を有する場合にも適用できる手法を提案する。提案する二通りの手法は共にコントローラとしてスライディングモードコントローラを用いており, 適応制御理論とロバスト制御理論の協調が図られている。さらに, 第二の手法については, 大きな非線形摩擦を有するハーモニックドライブモータを減速機構として用いた実験装置に適用し, 有効性を実験的に実証する。

* 原稿受付 1997年2月19日。

^{*1} 正員, 千葉大学大学院(☎ 263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)。

^{*2} 正員, 千葉大学工学部。

^{*3} 千葉大学工学部。

2. 適応オブザーバを用いた センサレス位置決め制御

2.1 制御系設計のためのモデリング 図1に示すようなDCサーボモータにより駆動され、電気系及び機械系パラメータに不確かさが存在する1リンクロボットアームのモデルを考える。運動方程式は

$J\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} = K_t i_c$ (1)
で表される。ここで、 J はアーム及び回転軸の慣性モーメント、 μ は回転軸の粘性減衰係数、 θ はアームの水平面内での回転角度、 K_t はモータのトルク定数、 i_c はモータのコイル電流を表す。

一方、モータのコイル電流 i_c に関するダイナミクスはキルヒホッフの法則より次式で表される。

$L_c \frac{di_c}{dt} + R_c i_c + K_e \dot{\theta} = e_m$ (2)
ここで、 L_c はコイルのインダクタンス、 R_c はコイルの抵抗、 K_e は逆起電力定数を表す。モータに与える端子電圧 e_m はアンプの増幅率を G_a とすると

$e_m = G_a u$ (3)
で与えられる。ここで u を制御入力と定義する。

式(1), (2), (3)より、 i_c を観測量にとると次のような状態方程式および出力方程式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u \\ y = C_p x_p \end{cases} \quad \text{..... (4)}$$

ここで、

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\mu/J & K_t/J \\ 0 & -K_e/L_c & -R_c/L_c \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ G_a/L_c \end{bmatrix},$$

$$C_p = [0 \ 0 \ 1], x_p = [\theta \ \dot{\theta} \ i_c]^T$$

しかし、このままでは復元力の項が運動方程式中に存在しないことにより、システムは不可観測となるため、一般的にオブザーバを設計することはできない。そのため、次のような縮小化した状態方程式

$$\begin{cases} \dot{x}_{ps} = A_{ps} x_{ps} + B_{ps} u \\ y = C_{ps} x_{ps} \end{cases} \quad \text{..... (5)}$$

を用いる。ここで、

$$A_{ps} = \begin{bmatrix} -\mu/J & K_t/J \\ -K_e/L_c & -R_c/L_c \end{bmatrix}, B_{ps} = \begin{bmatrix} 0 \\ G_a/L_c \end{bmatrix},$$

$$C_{ps} = [0 \ 1], x_{ps} = [\dot{\theta} \ i_c]^T$$

Fig.1 Model of single-link robot arm

式(5)を用いてオブザーバを構成することで、本研究での唯一の観測量である i_c からアームの角速度 $\dot{\theta}$ の推定値 $\hat{\dot{\theta}}$ を求め、それを位置決め制御のため初期値を零にして積分することにより $\hat{\theta}$ を求める。

次に、本制御問題を位置決め偏差 θ_e に対するレギュレータ問題に帰着させるため、

$$\theta_e = \theta - \theta_r, \dot{\theta}_e = \dot{\theta}, \ddot{\theta}_e = \ddot{\theta}$$

を定義する。ここで θ_r は目標角度である。式(2)において $L_c \frac{di_c}{dt}$ の項を他の項に比べて充分小さいとして無視すると、式(1), (2), (3)より

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e u \quad \text{..... (6)}$$

のような偏差系の式が得られる。ここで、

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\mu R_c + K_t K_e}{J R_c} \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t G_a}{J R_c} \end{bmatrix}$$

$$x_e = [\theta_e \ \dot{\theta}_e]^T$$

2.2 制御系設計 本節では2.1節で作成したモデルを用いてセンサレス制御系を設計する。2.2.1項で述べる適応オブザーバおよび2.2.2項で述べるスライディングモードコントローラから構成される制御系のブロック線図を図2に示す。

2.2.1 適応オブザーバの設計 ここではK形表現に基づく連続時間適応オブザーバ⁽⁵⁾を設計する。式(5)を次のような可観測正準形に変換する。

$$\begin{cases} \dot{x}_{cs} = A_{cs} x_{cs} + B_{cs} u \\ y = C_{cs} x_{cs} \end{cases} \quad \text{..... (7)}$$

ここで、

$$A_{cs} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{cs} = b, C_{cs} = [1 \ 0]$$

$$a \triangleq [a_1 \ a_2]^T, b \triangleq [b_1 \ b_2]^T$$

Fig.2 Block diagram of control system

適応オブザーバの設計は、式(7)で表される実プラン
トの4個の未知パラメータ $a_i, b_i (i=1,2)$ を同定し、
状態 x_{cs} の推定値 $\hat{x}_{cs}$ を求める問題に帰着される。

さて、ここで実部が複素平面の左半面に存在するよ
うな安定な固有値 P_G を持つ行列

$$G = \begin{bmatrix} g & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, g \triangleq [g_1 \ g_2]^T$$

を導入すると、式(7)は次のように書き換えられる。

$$\begin{cases} \dot{x}_{cs} = G x_{cs} + (a - g)y + b u \\ y = C_{cs} x_{cs} \end{cases} \quad (8)$$

ここで、次の状態変数フィルタを考える。

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = G^T z_1 + C_{cs}^T y, z_1(0) = 0 \\ \dot{z}_2 = G^T z_2 + C_{cs}^T u, z_2(0) = 0 \\ P_i = \begin{bmatrix} C_{cs} \\ C_{cs} G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z_i^T \\ z_i^T G \end{bmatrix}, i=1,2 \end{cases} \quad (9)$$

上式の状態変数フィルタの解を用いて、式(8)の解を

$$\begin{cases} x_{cs} = P\phi + e^{Gt} x_{cs}(0) \\ y = z^T \phi + C_{cs} e^{Gt} x_{cs}(0) \end{cases} \quad (10)$$

と表すことができる。ただし、

$$P = [P_1, P_2], z = [z_1^T, z_2^T]^T, \phi = [(a - g)^T, b^T]^T$$

式(10)に対応した形式で、状態および出力の推定値は

$$\begin{cases} \hat{x}_{cs} = P\hat{\phi} \\ \hat{y} = z^T \hat{\phi} \end{cases} \quad (11)$$

となる。ここで、 $\hat{\phi}$ はパラメータの推定値で

$\hat{\phi} = [(\hat{a} - g)^T, \hat{b}^T]^T, \hat{a} \triangleq [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2]^T, \hat{b} \triangleq [\hat{b}_1 \ \hat{b}_2]^T$
と定める。 $\hat{a}$ および $\hat{b}$ は次のようなパラメータ同定
された可観測正準形のシステム行列に含まれる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{cs} = \hat{A}_{cs} \hat{x}_{cs} + \hat{B}_{cs} u \\ y = C_{cs} \hat{x}_{cs} \end{cases} \quad (12)$$

ここで、

$$\hat{A}_{cs} = \begin{bmatrix} \hat{a} & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{B}_{cs} = \hat{b}$$

本章では適応同定則として次式で示されるような重み
つき最小2乗適応同定則を用いる。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}}(t) = -\Gamma(t)^{-1} z(t) e(t) \\ \dot{\Gamma}(t)^{-1} = \lambda \Gamma(t)^{-1} - \Gamma(t)^{-1} z(t) z(t)^T \Gamma(t)^{-1}, \\ \Gamma(0) > 0 \end{cases} \quad (13)$$

ここで、

$$e(t) = \hat{y}(t) - y(t)$$

重み係数 λ は観測雑音による同定精度の劣化を防ぐ
ために、出力偏差の大きさ $|e(t)|$ に応じて変化するよ
うにする。その際の重み係数の減少の程度の調整のた
めに次のような1次遅れ系の方程式を定数 β_1, β_2
を与えて実時間で解くことを考えた。

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{1}{\beta_1} \lambda(t) + \frac{\beta_2}{\beta_1} |e(t)| \quad (14)$$

また、一般的に適応オブザーバを使用する場合に行な
われているように、制御入力が十分振動的になるよう
に、ある周波数成分をもった信号 $v(t)$ を入力に印加す
る。このようにして、回帰ベクトル $z(t)$ の要素が1次
独立であるようにする。このとき、パラメータ同定誤

差 $\xi(t) = \hat{\phi}(t) - \phi$ に関して $\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0$ が成立し、その
収束は指数減衰的となる。

次に、式(6)を用いて設計されるコントローラのため
には、物理的意味を持った状態ベクトル $\hat{x}_{ps}$ が必
要になる。そのため、 $\hat{x}_{cs}$ を $\hat{x}_{ps}$ に変換することを
考える。式(5)における A_{ps}, B_{ps} を次のようにおく。

$$A_{ps} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B_{ps} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{21} \end{bmatrix}$$

このとき入力 u から出力 y までの伝達関数 $G_{yu}(s)$ は

$$G_{yu}(s) = \frac{b_{21}s - a_{11}b_{21}}{s^2 - (a_{11} + a_{22})s + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \quad (15)$$

で表される。この式と式(7)の可観測正準形の状態方
程式から次の関係が得られる。

$$b_{21} = \hat{b}_1, a_{11} = -\hat{b}_2 / b_{21}, a_{22} = \hat{a}_1 - a_{11}$$

しかし、このままでは a_{12} および a_{21} を求めることは
できない。よって、いま式(5)の K_e および G_a を既知
と仮定すると、式(5)の A_{ps} の要素間の関係より、

$$a_{21} = -b_{21}K_e / G_a, a_{12} = (a_{11}a_{22} + \hat{a}_2) / a_{21}$$

が得られる。さらにまた式(5)に含まれている各物理
パラメータの同定値は、 L_c および R_c について

$$\hat{L}_c = G_a / b_{21}, \hat{R}_c = -\hat{L}_c a_{22}$$

であり、特にトルク定数 K_t が既知である場合に、次
のような J および μ の同定値が得られる。

$$\hat{J} = K_t / a_{12}, \hat{\mu} = -\hat{J} a_{11}$$

また、求められた A_{ps}, B_{ps} および式(5)の C_{ps} から
得られる一般的な可観測正準形への変数行列 H を用
いて、 $\hat{x}_{cs}$ は $\hat{x}_{ps}$ に変換できる。

$$\hat{x}_{ps} = H \hat{x}_{cs} \quad (16)$$

2.2.2 スライディングモードコントローラの
設計 切換関数を次のようにおく。

$$\sigma_c = Sx_e \quad (17)$$

ここで、 S は超平面の傾きを表すベクトルである。
また、 x_e は式(6)で表される偏差系の状態を表す。状
態が超平面上に拘束されているとき次式が成り立つ。

$$\sigma_c = \dot{\sigma}_c = 0 \quad (18)$$

式(6), (17), (18)より、等価制御入力は次式で表される。

$$u_{eq} = -(SB_e)^{-1} SA_e x_e \quad (19)$$

これと式(6)から等価制御系は次式となる。

$$\dot{x}_e = [I - B_e(SB_e)^{-1}S]A_e x_e \quad (20)$$

システムの状態はこの等価制御系で支配され、超平面
上に拘束されている限り、マッチング条件を満たす不
確かさに対して不感となる。超平面の特性を担う S
の設計法はいくつか存在するが、ここではシステムの
零点を利用する設計法⁽⁷⁾を用いる。すなわち、任意
の行列 $Q_c > 0$ を与えて次式を解いて S を決定する。

$$\begin{cases} P_c A_e + A_e^T P_c - P_c B_e B_e^T P_c + Q_c = 0 \\ S = B_e^T P_c \end{cases} \quad (21)$$

実際には、センサレス制御において偏差ベクトル
 x_e は未知であるため、式(17)の切換関数 σ_c は、推定
した偏差ベクトル $\hat{x}_e$ を用いて次式のように修正する。

$$\sigma_c = S\hat{x}_e \quad (22)$$

ここで,

$$\hat{x}_e = [\hat{\theta}_e \ \hat{\dot{\theta}}_e]^T, \hat{\theta}_e = \hat{\theta} - \theta_r, \hat{\dot{\theta}}_e = \hat{\dot{\theta}}$$

同様に制御入力も次式のように修正する.

$$u = u_L + u_{NL} \quad (23)$$

ここで,

$$u_L = -(SB_e)^{-1}SA_e\hat{x}_e, u_{NL} = -k \frac{\sigma_c}{|\sigma_c| + \delta_c}$$

なお, ゲイン k はシステムの持つ不確かさを十分に打ち消すことができる大きさとする. δ_c は正の小さな定数で, チャタリングの抑制に効果をもつ⁽⁷⁾.

2.3 シミュレーション 前節で示した手順に従って設計した制御系を用いて, アームの位置決め制御のシミュレーションを行なった. シミュレーションに用いた制御対象に関する諸元を表1に示す. この諸元はダイレクトドライブ方式の1リンクロボットアームを想定して決定した. これをノミナルパラメータとする. また, 本オブザーバの特性を考察するために, 一般的な同次元線形オブザーバを, 式(5)のモデルを用いて設計した. その際のオブザーバゲインはシステムの双対性を利用して最適制御理論により決定し, コントローラは適応オブザーバの場合と同一の設計パラメータにより設計されたものを使用した.

以下に適応オブザーバ, スライディングモードコントローラのそれぞれに関する設計パラメータを示す.

適応オブザーバ:

$$P_G = (-10, -12), \Gamma(0) = 10^{-3}I_{4 \times 4},$$

$$\beta_1 = 0.1, \beta_2 = 50, \lambda(0) = 0.01$$

スライディングモードコントローラ:

$$Q_c = \text{diag}[10, 1], k = 1, \delta_c = 0.01$$

さらに適応オブザーバについて, $\hat{\phi}$ の初期値は表1のノミナルパラメータから式(7)の可観測正準形の状態方程式を作成したときの a, b を用いて

$$\hat{\phi}(0) = [(a-g)^T, b^T]^T$$

とする. また, 制御入力を十分振動的にするために印加する信号を, 適応同定則の重み係数により振幅が変化するように次のように決めた.

$$v = 10^{-3}\lambda(\sin 4\pi t - 2\sin 10\pi t)$$

まず, パラメータ変動がない場合のシミュレーション結果を, 適応オブザーバを用いた場合と一般的な同次元オブザーバを用いた場合を比較して図3に示す. 目標角度は0.8radとし, シミュレーションの時間刻みは0.5msとした. 実線は適応オブザーバ, 破線は同次元オブザーバを用いた場合を表す. 両者はほぼ同一の軌跡であり, 共に良好な位置決め性能となっている.

次に実際の制御対象に, J 50%増加, μ 50%減少, L_c 50%増加, R_c 50%減少のパラメータ変動を与えたときのシミュレーションを行なった. 同次元オブザーバを用いた場合の結果を図4(a)に示す. パラメー

タ変動の影響でオブザーバの推定値 $\hat{\theta}$ が真の値 θ に全く一致せず, 位置決めが全くできていない. オブザーバゲインの設計をどのように変えても良い性能は得られなかった. それに対して適応オブザーバを用いた場合を図4(b)に示す. 図4(b)における $\hat{L}_c/L_c$, $\hat{R}_c/R_c$, $\hat{J}/J$, $\hat{\mu}/\mu$ はそれぞれのパラメータの同定の過程を表したものである. 値が1で完全に同定が行なわれたことを意味する. 図より位置決め開始から約0.5秒後には同定が行なわれ, それとほぼ同時にオブザーバの推定値 $\hat{\theta}$ が真の値 θ に一致している. しかし, 同定までにある程度時間がかかるため, その間に生じた $\hat{\theta}$ と θ の偏差のために, θ が目標角度に達せず, わずかながら定常偏差が生じている. なお図に現れているように L_c の同定については時間刻みを充分

Table 1 Specification of single-link robot arm

L	1.0 [m]	J	0.1 [kg·m ²]	μ	0.1 [Nm·s/rad]	K_t	0.2 [Nm/A]
L_c	1.0×10^{-2} [H]	R_c	8.0 [Ω]	K_e	0.2 [Vs/rad]	G_d	4.0

Fig.3 Simulation result of positioning control

Fig.4 Simulation result in the case of parameter variation

に小さくとらないと正確な同定値が得られないことがわかった。次に、この1回目の位置決めで得られた同定値を $\hat{\theta}$ の初期値として、適応オブザーバにより2回目の位置決め制御を行なった。このときの結果を図4(c)に示す。図より定常偏差を生じることなく、パラメータ変動がない場合と同様に良好な位置決め性能となっている。このときのパラメータ R_c , J , μ の変動分は全てスライディングモードコントローラのマッチング条件を満たしているため、その非線形入力で打ち消されている。また、 L_c の変動の影響は非常に小さく、位置決め性能にはほとんど影響しなかった。

3. スライディングモードオブザーバを併用したパラメータ適応同定型センサレス位置決め制御

3.1 制御系設計のためのモデリング 本章では図1のモデルで、更に駆動部に未知の非線形摩擦トルクが存在する場合のセンサレス位置決め制御を扱う。

図1より、アームに関する運動方程式は

$$J\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} = u + T_f \quad (24)$$

で表される。ここで、 u は制御入力トルク、 T_f はアームの駆動部に存在する未知の非線形摩擦トルクを表す。さらに1型のサーボ系を構成するために次式で表される変数 z を導入する。

$$z(t) = \int_0^t (\theta_r - \theta(t)) dt \quad (25)$$

ここで、 θ_r はアームの目標回転角度を表す。式(24)、(25)より、次の状態方程式が得られる。

$$\dot{x} = Ax + B[u + T_f(t, x, u)] + E\theta_r \quad (26)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/J \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

一方、モータのコイル電流 i_c に関するダイナミクスは前章と同様に式(2)で表される。式(2)において $L_c \frac{d}{dt} i_c$ の項が他の項に比べて充分小さい場合に、次のようにモータのコイル電流と端子電圧からアームの角速度 $\dot{\theta}$ の近似値 $\tilde{\theta}$ を得ることが可能となる。

$$\tilde{\theta} = \frac{e_m - \hat{R}_c i_c}{K_e} \quad (27)$$

ここで、 $\hat{R}_c$ として、公称値の代わりに、3.2.1項で述べるパラメータ適応同定器により同定されたコイルの抵抗値を使用する。また、逆起電力定数 K_e は既知であり、公称値からの変動も極めて小さいとする。このように本研究ではモータのコイル電流のみを検出し、それとモータに与える端子電圧とから、アームの角速度を間接的に得ることとする。また、式(25)を実際にデジタル計算機上で計算する場合、センサレス制御では実際の回転角 θ は未知であるため、 θ の代わりにオブザーバで推定した $\hat{\theta}$ を用いて次式を計算する。

$$z(t) = \int_0^t (\theta_r - \hat{\theta}(t)) dt \quad (28)$$

これは θ と $\hat{\theta}$ の初期値が共に零で一致していて、スライディングモードオブザーバの非線形項により、外乱トルク、摩擦トルクおよび J , μ のパラメータ変動を打ち消せるため、 θ と $\hat{\theta}$ の間に大きな偏差は生じないと考えられるためである。そして、システムの可観測性を成立させるために、式(27)より得られる $\tilde{\theta}(t)$ だけでなく、式(28)より得られる $z(t)$ も出力としてとることとして、出力方程式を次式のように定義する。

$$y = Cx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \quad (29)$$

ところで、式(24)における制御入力トルク u は i_c とトルク定数 K_t の積として次式で表される。

$$u = K_t i_c \quad (30)$$

式(27)の導出と同様、式(2)の $L_c \frac{d}{dt} i_c$ の項が充分小さいと仮定すると、式(2)および(30)から次式が得られる。

$$\bar{e}_m = \frac{\hat{R}_c}{K_t} u + K_e \tilde{\theta} \quad (31)$$

ここで、トルク定数 K_t は既知であり、公称値からの変動も極めて小さいとする。式(31)から、新たにモータに与える端子電圧 $\bar{e}_m$ は、 u と $\tilde{\theta}$ および $\hat{R}_c$ から決まる。この $\bar{e}_m$ は実際にモータに与える電圧であると同時に、検出した i_c から $\tilde{\theta}$ を新たに求める際に、式(27)における e_m としても使われる。

3.2 制御系設計 本章の手法における位置決め制御のシーケンスを図5に示す。図5に示すように、1回の位置決めを3段階のステップに分割する。1ステップ目にはモータにミリ秒単位の微小時間の間に電圧を与えたときの電流の検出値から、パラメータ適応同定器により、 $\hat{L}_c$ と $\hat{R}_c$ を求める。2ステップ目には与えていた電圧を零にして電流が零に減衰するのを待つ。3ステップ目には得られた $\hat{R}_c$ を用いて実際に位置決め制御を行なう。その際に、オブザーバに取り込むことになる $\tilde{\theta}$ を求めるための式(27)と、トルクから電圧への変換式である式(31)の両式で用いられているコイルの抵抗値において、1ステップ目で得られた $\hat{R}_c$ を使用する。なお、より一般性を持たせるために、インダクタンスの同定も行なう。

また、本章ではアームの駆動部に非線形摩擦が存在する場合を扱っているため、スライディングモードオブザーバおよびコントローラを用いることにより、非線形摩擦による影響を打ち消すことを考える。

Fig.5 Sequence of positioning control

ここで, 3.2.1項で述べるパラメータ適応同定器のブロック線図を図6(a)に示す. また, 3.2.2項で述べるスライディングモードオブザーバおよび3.2.3項で述べるスライディングモードコントローラから構成される制御系のブロック線図を図6(b)に示す.

3.2.1 パラメータ適応同定器の設計 ここでK形表現に基づく離散時間適応オブザーバ⁽⁵⁾のパラメータ同定機構のみを用いる. 式(2)において, 位置決め開始直後では $K_e \dot{\theta}$ の項は微小であるため, 次の1次遅れ系の方程式が近似的に成立する.

$$L_c \frac{di_c}{dt} + R_c i_c = e_m \quad (32)$$

これを次の1次の連続時間系の状態方程式で表す.

$$\frac{d}{dt} i_c(t) = a i_c(t) + b e_m(t) \quad (33)$$

ここで,

$$a = -R_c / L_c, b = 1 / L_c$$

式(33)をサンプリング時間 T により離散化すると

$$i_c(k+1) = a_D i_c(k) + b_D e_m(k) \quad (34)$$

ここで,

$$a_D = e^{aT}, b_D = \int_0^T e^{a\tau} d\tau \cdot b = \frac{b}{a}(e^{aT} - 1)$$

固有値を単位円内にもつスカラー g を用いて式(34)は

$$i_c(k+1) = g i_c(k) + (a_D - g) i_c(k) + b_D e_m(k) \quad (35)$$

となる. ここで, 次の状態変数フィルタを考える.

$$\begin{cases} z_1(k+1) = g z_1(k) + i_c(k), z_1(0) = 0 \\ z_2(k+1) = g z_2(k) + e_m(k), z_2(0) = 0 \end{cases} \quad (36)$$

上式の解を用いて, 式(35)の解を

$$i_c(k) = \mathbf{Z}(k)^T \boldsymbol{\phi} + g^k i_c(0) \quad (37)$$

と表せる. ただし,

$$\mathbf{Z}(k) = [z_1(k), z_2(k)]^T, \boldsymbol{\phi} = [(a_D - g), b_D]^T$$

とおく. $i_c(k)$ の推定値 $\hat{i}_c(k)$ は式(37)に対応させて

$$\hat{i}_c(k) = \mathbf{Z}(k)^T \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (38)$$

と定める. ここで,

$$\hat{\boldsymbol{\phi}}(k) = [(\hat{a}_D - g), \hat{b}_D]^T$$

本章では適応同定則として次のような離散時間系の重みつき最小2乗適応同定則を用いる.

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\phi}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{\phi}}(k) - \frac{\Gamma(k-1) \mathbf{Z}(k) e(k)}{\lambda + \mathbf{Z}(k)^T \Gamma(k-1) \mathbf{Z}(k)}, 0 < \lambda < 1 \\ \Gamma(k+1) = \frac{1}{\lambda} \left[\Gamma(k) - \frac{\Gamma(k) \mathbf{Z}(k+1) \mathbf{Z}(k+1)^T \Gamma(k)}{\lambda + \mathbf{Z}(k+1)^T \Gamma(k) \mathbf{Z}(k+1)} \right] \\ \Gamma(-1) > 0 \end{cases} \quad (39)$$

ここで,

$$e(k) = \hat{i}_c(k) - i_c(k)$$

回帰ベクトル $\mathbf{Z}(k)$ の要素が1次独立であるとき, パラメータ同定誤差 $\xi(k) = \hat{\boldsymbol{\phi}}(k) - \boldsymbol{\phi}$ に関して $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi(k) = \mathbf{0}$ が成立し, その収束は指数減衰的である.

次に, 適応同定により得られる $\hat{\boldsymbol{\phi}}(k)$ から $\hat{L}_c$ と $\hat{R}_c$ を求めることを考える. すなわち, 式(33), (34)より, 次のように $\hat{L}_c$ と $\hat{R}_c$ を求めることができる.

$$\hat{a} = \frac{\ln \hat{a}_D}{T}, \hat{b} = \frac{\hat{a} \hat{b}_D}{\hat{a}_D - 1}, \hat{L}_c = \frac{1}{\hat{b}}, \hat{R}_c = -\frac{\hat{a}}{\hat{b}}$$

Fig.6 Block diagram of control system

3.2.2 スライディングモードオブザーバの設計 本研究では設計手法が簡便な同次元スライディングモードオブザーバを連続時間系において設計した. サーボ型のスライディングモードオブザーバを $\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{G} \mathbf{y} + \mathbf{Z}(\mathbf{e}) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{E} \boldsymbol{\theta}_r$ (40) と表す. ここで,

$$\mathbf{Z}(\mathbf{e}) = \frac{-\mathbf{B} \mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{e}}{|\mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{e}|} \rho, \mathbf{A}_0 = \mathbf{A} - \mathbf{G} \mathbf{C}, \mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$$

$\mathbf{Z}(\mathbf{e})$ は非線形切換入力項である.

オブザーバゲイン $\mathbf{G}$ はシステムの双対性を利用して最適制御理論により決定する. また, 切換入力に含まれる $\mathbf{F}$ は次式を満たすように決定する.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{F}^T = \mathbf{P} \mathbf{B} \quad (41)$$

ここで, 正定対称行列 $\mathbf{P}$ は, $\mathbf{A}_0$ とある正定対称行列 $\mathbf{Q}$ を含んだ次のリアプノフ方程式の解である.

$$\mathbf{A}_0^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_0 = -\mathbf{Q} \quad (42)$$

このような設計により, 不確かさがシステムに存在しても, それがマッチング条件を満たす場合にはスライディングモードオブザーバの切換入力により推定誤差を零にすることができる.

実際は, 式(40)の非線形切換項 $\mathbf{Z}(\mathbf{e})$ に含まれる $\mathbf{e}$ は未知であるため, $\hat{\mathbf{x}}$ および $\mathbf{y}$ を含む切換関数

$$\sigma_O(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}) = \mathbf{F} \mathbf{C} \mathbf{e} = \mathbf{F} (\mathbf{C} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}) \quad (43)$$

を導入する. よって式(40)の $\mathbf{Z}(\mathbf{e})$ を修正すると

$$\mathbf{Z}(\sigma_O) = -\mathbf{B} \frac{\sigma_O}{|\sigma_O| + \delta_O} \rho \quad (44)$$

ここで, δ_O は平滑化定数であり, ゲインを表す ρ は不確かさを十分に打ち消すことができる大きさとする.

3.2.3 スライディングモードコントローラの設計 切換関数 σ_c を次式のようにおく.

$$\sigma_c = \mathbf{S} \hat{\mathbf{x}} \quad (45)$$

$\mathbf{S}$ の設計法としては2.2.2項と同様にシステムの零点を利用する設計法を用いる. また, 制御入力を

$u = u_L + u_{NL}$ (46)
 とおく。ここで、

$$u_L = -(SB)^{-1}S(A\hat{x} + E\theta_r), u_{NL} = -k \frac{\sigma_c}{|\sigma_c| + \delta_c}$$

なお、ゲイン k は 2.2.2 項と同様にシステムの持つ不確かさを十分に打ち消すことができる大きさとする。

3.3 シミュレーション 前節で示した手順に従って設計した制御系を用いて位置決め制御のシミュレーションを行なった。その際に用いた制御対象に関する諸元は 3.4 節で述べる実際の実験装置のもので、表 2 に示しこれをノミナル値とする。

以下に制御系設計パラメータを示す。

パラメータ適応同定器：

$$g = 0.9995, \Gamma(-1) = \Gamma(0) = 10^4 I_{2 \times 2}, \lambda = 0.1$$

スライディングモードオブザーバ：

$$Q_o = I_{3 \times 3}, R_o = I_{2 \times 2}, F = [1, 6], \rho = 18, \delta_o = 0.2$$

スライディングモードコントローラ：

$$Q_c = \text{diag}[10^6, 8 \times 10^4, 500], k = 18, \delta_c = 0.2$$

さらに、パラメータ適応同定器については、 $\hat{\phi}$ の初期値を、表 2 のノミナルパラメータを用いて式(34)の状態方程式を作成したときの a_D, b_D を用いて

$$\hat{\phi}(0) = [(a_D - g), b_D]^T$$

とする。また、適応同定のためにモータに与える電圧 e_m は直流成分と微小な振幅の正弦波信号の和として

$$e_m = 4 + 0.05 \sin 20\pi t$$

とする。なお、サンプリング時間は 0.5ms として、3.2 節で述べた位置決めシーケンスにおけるステップ 1 およびステップ 2 の時間をそれぞれ 6ms, 4ms とする。

シミュレーションの際には以下の条件を設定した。

- (1) 位置決めの目標角度は 0.8rad (約 45 度) とする。
- (2) 駆動部の静摩擦トルクの大きさを 13Nm と仮定する。
- (3) 駆動部の動摩擦トルクの大きさを 7Nm と仮定する。
- (4) 実プラントを考慮して、制御力制約時の性能を検討するために、制御入力に $\pm 30\text{Nm}$ 、モータ供給電圧に $\pm 25.5\text{V}$ のリミッタを挿入する。

パラメータ変動がない場合の位置決め制御の結果を、パラメータ適応同定器を用いた場合と用いない場合を比較して図 7 に示す。実線は適応同定器を用いた場合を、破線は用いない場合を表す。共に良好な位置決め性能となっている。駆動部の非線形摩擦はスライディングモードオブザーバおよびコントローラの非線形入力により打ち消されているため、位置決め性能に悪影響を及ぼしていない。なお、図 7 の時間軸において時間が零の瞬間から、位置決めシーケンスにおけるステップ 1 が始まり適応同定を開始している。

次に実際の制御対象に、 L_c 50% 減少、 R_c 50% 増加のパラメータ変動を与えたときのシミュレーションを行なった。その結果を図 8 に示す。実線はパラメータ適応同定器を用いた場合、破線は用いない場合を表

す。図における $\hat{L}_c/L_c, \hat{R}_c/R_c$ は適応同定器を用いた場合のそれぞれのパラメータの同定の過程を表したものである。値が 1 で完全に同定が行なわれたことを意味する。図より適応同定器を用いない場合には大きな定常偏差が生じていることがわかる。これは、オブザーバに取り込む $\hat{\theta}$ を求めるための式(27)と、制御入力トルクからモータに与える端子電圧への変換式である式(31)の両式で用いられている抵抗値を、真の値ではなく公称値としているためである。それに対して、適応同定器を用いる場合には、一瞬にして $\hat{R}_c/R_c$ が 1 になって同定が完了し、その結果、定常偏差のない良好な位置決め性能となっている。なお、インダクタンスの変動については、式(2)において $L_c \frac{d}{dt} i_c$ の項が他の項に比べて充分小さいために影響は小さかった。

3.4 実験 実験装置の構成を図 9 に示す。モータの発生するトルクは 1/100 の減速比をもったハーモニックドライブを介してアームに伝えられる。唯一の観測量であるモータのコイル電流は、モータと直列に 2Ω の抵抗を挿入することにより得ている。実験装置の諸元はシミュレーションと同一であり、表 2 に示し

Table 2 Specification of single-link robot arm

L	1.0 [m]	J	2.4 [kg·m ²]	μ	2.8 [Nm·s/rad]	K_t	20 [Nm/A]
L_c	3.2 [mH]	R_c	6.8 [Ω]	K_e	20.8 [Vs/rad]

Fig.7 Simulation result of positioning control

Fig.8 Simulation result in the case of parameter variation

Fig.9 Experimental setup

Fig.10 Experimental result of positioning control

Fig.11 Experimental result of positioning control in the case of parameter variation

ている。表2の抵抗値としては、電流検出のために挿入した抵抗分も含めた値を用いた。制御系の実現にはDSPを用い、サンプリング時間を0.5msに設定した。なお、実験データ採取のためのみにモータ軸に取り付けられたロータリーエンコーダを使用した。

上述した実験装置を用いて位置決め制御の実験を行った。制御系の設計パラメータは3.3節で述べたシミュレーションと同じものを用いた。実験結果を図10に示す。実験は1回の位置決め制御時間を4秒とし、2往復の連続位置決め制御を行なった。目標角度は0.8radとし、制御入力およびモータに与える端子電圧のリミッタもシミュレーションと同じ値を用いた。また、適応同定のためにモータに与える電圧は、電流検出の際のAD変換における量子化誤差を避けるために、シミュレーションでは4Vの直流成分を、実験では16Vと大きめに設定した。図における $\hat{R}_c$ は適応同定器によるコイルの抵抗の同定値であり、4回の位置決めそれぞれの最初に新しく更新される。制御性能に関しては、わずかにオーバーシュートを生じているものの、図7のシミュレーション結果とほぼ一致している。制御入力がある程度激しい切換動作を伴っている場合の方が定常偏差のない良好な位置決め性能が得られた。また、ハーモニックドライブモータの有する非線形摩擦は、スライディングモードオブザーバおよびコントローラの非線形入力により打ち消されているため、位置決め性能に悪影響を及ぼしていない。

さらに、適応同定器の性能、およびパラメータ変動に対するロバスト性を調べるために、モータに直列に抵抗を挿入して疑似的に抵抗を増加させ、約30%のパラメータ変動を与えた。さらに、アームの先端におもりを取り付けて、慣性モーメントに約20%の変動を与えた。この場合の実験結果を図11に示す。この場合でも、位置決め性能は、変動を与えない場合の図10と同様に良好であった。これは、まず第一に、図11において $\hat{R}_c$ が、初期値である公称値から瞬時に変化して、変動相当分だけ大きな値をとっていることからわかるように、変動した抵抗値を適応同定器が同定しているためである。第二に、慣性モーメントの変動分がマッ

チング条件を満たすため、スライディングモードオブザーバおよびコントローラの両方の切換入力により打ち消されたためである。

4. 結言

本研究では、制御対象を未知プラントとみなしてパラメータ適応同定を基礎とするセンサレス制御法を2つの方法について提案した。

(1) 適応オブザーバを用いる手法に関して定式化を行い、シミュレーションにより有効性を実証した。この手法はアーム・モータ系のパラメータ同定に位置決めを試行が1回必要であるため、パラメータの経時変化がある場合には適さないが、パラメータが未知であり、駆動部の非線形性が無視できる場合に有効である。

(2) スライディングモードオブザーバを併用してパラメータ適応同定を行なう手法に関して定式化を行ない、シミュレーションおよび実験により有効性を実証した。この手法は駆動部に非線形摩擦を有する場合に特に有効である。また、アームが移動している間は同定を行わないため、パラメータに関して未知であるか、経時変化の速度が遅い場合に有効となる。

なお、今後の課題としては多リンクロボットアームへの応用があげられる。

文献

- (1) D. Vischer and H. Bleuler, A New Approach to Sensorless and Voltage Controlled AMBs Based on Network Theory Concepts, Proc. 2nd Int. Sym. Magnetic Bearing, (1990), 301-306.
- (2) 水野毅, H. Bleuler, 田中博昭, 橋本孝紀, 原島文雄, 上山拓知, 変位センサレス磁気軸受の実用化に関する研究, 電学論, 116-1, D (1996), 35-41.
- (3) 大貫修, 野波健蔵, 西村秀和, 有我祐一, センサレスアクティブ動吸振器による多自由度構造物のスライディングモード制御, 機論, 63-606, C (1997), 328-334.
- (4) 大貫修, 野波健蔵, スライディングモードオブザーバ・コントローラによる1リンクロボットアームのセンサレス位置決め制御, 機論, 63-613, C (1997), 3194-3200.
- (5) 岩井善太, 井上昭, 川路茂保, オブザーバ, (1988), 160-205, コロナ社.
- (6) B.L.Walcott, S.H.Zak, Combined Observer-Controller Synthesis for Uncertain Dynamical Systems with Applications, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 18-1, (1988), 88-104.
- (7) 野波健蔵, 田宏奇, スライディングモード制御, (1994), 63-65, コロナ社.