カップ型波動歯車装置の応力解析*

菊池 正紀^{*1}, 石橋 恒路^{*2}
清沢 芳秀^{*3}, 張 新月^{*4}

Stress Analysis of Cup Type Strain Wave Gearing

Masanori KIKUCHI, Koji ISHIBASHI
Yoshihide KIYOSAWA, Xin-yue ZHANG

The main purpose of this study is the numerical evaluation of the stress state in the Flexspline which is the key element in the Strain Wave Gearing. When the Flexspline is deformed into an elliptical shape by repeated load from the Wave generator, the fatigue of Flexspline at the root of the gear becomes a serious problem. The Cup Type Strain Wave Gearing is modelled using brick element, beam element and joint element in the three dimensional field. Based on the three dimensional FEM analysis, the hoop stress at the root of the gear in the Flexspline is evaluated. The effect of the torque, the position of Bearing ball and the contact between Flexspline and the outer ring of Bearing on the stress states are studied.

Key Words: Finite Element Method, Gear, Stress Concentration, Strain Wave Gearing, Flexspline, Stress Analysis

1. 緒 言

波動歯車装置は金属の弾性変形を利用した高減速装置であり、その独特の機構により多くの優れた特徴を持ち、現在幅広く用いられている。その構造は図1に示すように、サーキュラー・スプライン(C/S)、フレクスプライン(F/S)、ウェーブジェネレータ(W/G)の3つを基本要素とし、これら各要素の変形、接触等によって力の伝達が行われるという極めて複雑な機構により成り立っている。この構成要素の内、薄肉金属弾性体でカップ開口部外周に歯が刻まれているF/Sは、楕円カムによる繰り返し変形及び負荷荷重のために、特に歯底における疲労強度が問題となっているが、非常に複雑に変形しているために応力に関して不明な点が多い。しかし、高い信頼性が必要とされているため、各部の応力評価を正確に行うことは非常に重要である。

そこで本報では、最も一般的で、比較的モデル化の

容易なカップ型波動歯車装置について、この独特の機構による複雑な構造を、3次元モデル化し、FEM(有限要素法)による解析を行った。この際、バネ要素や油膜層接触要素を用いることにより、F/Sの変形やボール荷重、油膜層の挙動について解析を行った。更に、F/Sの歯底での応力を推定するため、2次元大規模近似モデルを併用し、F/Sの応力解析を試みた。

Fig.1 Cup Type Strain Wave Gearing

* 原稿受付 1997年4月24日.

*¹ 正員, 東京理科大学(☎ 278-8510 野田市山崎 2641).*² 東京理科大学大学院.*³ 正員, (株)ハーモニックドライブシステムズ(☎ 399-8305 長野県南安曇郡穂高町大字牧 1856-1).*⁴ (株)ハーモニックドライブシステムズ.

2. 3次元全構造解析

2.1 波動歯車装置の構造 図2に波動歯車装置の模式図を示す。これは無負荷の状態であり、剛体リング状の部品で内周に歯が刻まれているC/S、金属弾性体の部品で外周に歯が刻まれているF/S、楕円カム外周にボールベアリングをはめ込んだW/Gから成り立っている。W/Gは、波動歯車装置の最大の特徴とも言えるべき楕円形状の強制変位を、ベアリングを介してF/Sに与える要素である。このとき、楕円の長軸部付近ではF/SとC/Sの歯が噛み合っているが、短軸部付近では完全に離れた状態になっている。更に、F/Sとベアリング外輪も長軸部付近では油膜層を介して接触しているが、短軸部付近では完全に離れた状態となっている。つまり、長軸部付近のベアリングのボールや油膜層には圧縮力が生じ、力の伝達が行われているが、短軸部付近では力の伝達が行われていないことになる。

このように、波動歯車装置は力の伝達機構として接触問題を多く含んでおり、更に、その弾性接触は非線形応答を示している⁽¹⁾。そこで、ベアリングのボールや油膜層の近似モデルを作成し、これを3次元全構造モデルに適用することによって解析を行った。

2.2 ベアリングのばね近似 ベアリングのボールが圧縮力を伝達しているとき、ボールと内輪・外輪との間には、弾性接触を伴う変形が起こる。しかし、ベアリングを3次元モデル化する事は非常に困難である。それは、ベアリングのボールの接触面が、軌道径やボールの転がる溝など、複数の曲率が組み合わさって成り立っているためである。更に、波動歯車装置では作用ボールの位置が負荷トルクにより変化している。そこで、このベアリングの弾性接触をばねによる弾性問題としてとらえ、式(1)のようなHookeの法則を用いてベアリングの2節点ばね要素近似を行った(図3参照)。

$$F = -k(d - \delta) \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 F は力、 k はばね定数、 d はばねの変位、 δ はベアリングのラジアル隙間である。従って、ばね要素は変形量がラジアル隙間を越えるまで圧縮力を伝えないことになる。また、中間節点の無い要素を用いたため、取り外しが容易であり、どの作用ボールの位置にも対応できるようになっている。

このばね要素のばね定数を求めるために、Hertzの弾性接触理論⁽²⁾を用いた。曲率を有する2物体が接触しているとき、その全変形量は式(2)で与えられる。

$$d' = 1.231 \sqrt[3]{\frac{P^2 R_1 - R_2}{E^2 R_1 R_2}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 d' は変形量、 P は荷重、 R_1, R_2 は接触点における物体の曲率半径、 E はヤング率であり、ポアソン比は0.3とした。厳密には、初期値として適当なばね定数を仮定して数値解析を行い、それによりベアリングボールへの作用荷重が求められたら、式(2)によりばね定数を決め、再度数値解析を実施して収束するまで繰り返し計算を行う必要がある。しかし実際には多くの場合、ばね定数は $k=15000\text{--}25000[\text{kN/mm}]$ の幅で変動したため、以下に示す解析では、簡便のためすべてのばね定数を $k=20000[\text{kN/mm}]$ と仮定することとした。

2.3 油膜層のモデル化 F/Sとベアリング外輪との間に存在する油膜層は非常に薄く、圧縮力を受けている部分では2枚の板が油膜層を介して接触し、力を伝達している。しかし、短軸部付近では、この2つが離れて、それぞれ独立に変形しており、力を伝達していない。そこで、この油膜層をモデル化する際に、圧

Fig.2 Construction of Strain Wave Gearing

Fig.3 Approximation of Bearing

縮力の生じている領域に容易に挿入できるように、また引張力の作用する要素を容易に取り外せるように、半径方向の中間節点がない16節点接触要素を用いた。このため、油膜層の挿入箇所を決定する際に、FEMの解析データをほとんど変更することなく繰り返し解析を続けることが可能となった。また図4に示すように、この油膜層は圧縮力はそのまま伝達し、せん断力に対しては大きなすべりを許容するものでなければならない。そこで図5の全構造モデルの r - θ 座標系に対して、圧縮力を受ける油膜層は以下の材料定数をもつものと仮定した。これらの数値は、出来るだけ小さな値を用い、かつ上下のF/Sとベアリング外輪が重ならない条件が満たされるよう、経験的に定めたものである。

$$E_{rr} = 3.09[\text{MPa}], \quad E_{\theta\theta} = 2.06[\text{MPa}]$$

$$G_{r\theta} = E_{\theta\theta} \quad \dots (3)$$

2.4 F/Sの等価板厚近似 F/Sはカップ開口部外周に全周にわたって歯が刻まれており、これを3次元モデル化するには莫大な記憶容量が必要であり、また拘束条件の厳密な考慮も容易ではない。そこで図6に示すように、(a)実際の歯を考慮した2次元モデル、および(b)等価板厚の円環モデル、を用いて内部に図のような集中荷重を加えてFEM解析を行い、等しい変位を生じる板厚を等価板厚とした。等価板厚として1.36[mm]を得て、これを解析モデルに用いた。しかしこの

Fig.4 Model of Oil film

モデルではF/Sに作用するトルク負荷による引張り荷重は考慮しているものの、ベアリングによる曲げ荷重の影響は考慮されていない。この点は今後の検討課題である。

2.5 解析モデル

解析対象とした波動歯車装置は、カップ型波動歯車装置であり、速比は1/100、F/S歯数200である。解析モデルを図5に示す。図は無負荷モデルで、F/SとW/Gのベアリングをモデル化した

Fig.5 3-D model of Flexspline and Wave generator

Fig.6 Equivalent thickness of cylinder for F/S

ものであり、要素数4855、節点数27637である。モデル化にあたり、寸法公差も考慮した。周方向は歯のピッチで分割し、F/Sとベアリング外輪との間に存在する油膜層は軸方向に6分割とした(図7参照)。油膜層は繰り返し解析により、引張力を生じているものを順次外していき、圧縮力の作用しているものだけを挿入し、その範囲を決定した。図中、黒い太線がベアリングのボールを2節点ばね要素で近似したものである。しかし、解析において油膜層と作用ボールの数(位置)を同時に収束させることは非常に困難である。そこで、作用ボールの数を石田らの実験⁽³⁾から、無負荷モデルで9、負荷トルク186Nmモデルで13、314Nmモデルで15、413Nmモデルで17とした。そして、ばね要素の位置を固定し、油膜層の挙動に関する解析を行った。拘束条件として、ベアリング内輪に楕円形状の強制変位を与え、更に、ダイヤフラム部の縁を固定した。負荷トルクを与える範囲を決めるため、歯当たり試験を行った。F/SとC/Sとの接触範囲を実験的に求めた。これに基づき、図8に示す範囲にトルクを時計回りに作用させた。トルクはこの範囲内で必ずしも一様には分布しないが、その分布を実際に調べることは困難なため、一様分布するものと仮定して負荷した。トルクはラジアル荷重を考慮するため圧力角20度で負荷した。

Fig.7 Section of 3-D model

Fig.8 Area for the torque on F/S

2.6 解析結果及び考察 図9にF/Sカップ開口部の変形状について、実験⁽⁴⁾と比較した結果を示す。(a)が負荷トルク186Nmモデル、(b)が負荷トルク413Nmモデルのものである。細い実線が無負荷モデルにおける開口部内周の原点からの距離であり、黒い丸印が作用ボールの位置である。また、短軸を0度とし、反時計周りに角度をとった(図5参照)。負荷トルク413Nmモデルにおけるばね要素(a)は、繰り返し解析の過程で常に引張力を生じていたため、このばね要素を外した作用ボールの数16で新たに繰り返し解析を行った。太い実線が解析値、点線が実験値であり、どちらも無負荷モデルからの変形量を200倍したものである。負荷トルクはF/S外周、時計回りに与えた。軸方向・周方向に解析モデルを細分化し、作用ボールの位置や負荷トルクの範囲を実験と比較検討したことにより、F/Sの変形状について、トルクの影響による45度、225度付近の凸部、及び作用ボールの影響による120度、300度付近の凸部など実験と定性的によく一致する結果を得た。

 (a) torque $T = 186$ [Nm]

 (b) torque $T = 413$ [Nm]

Fig.9 Deformation of Flexspline

図10に作用ボールに生じる反力を示す。(a)が解析値、(b)が実験値である。負荷トルク413Nmモデルにおけるバネ要素(a)には、図に示すように常に引張りの反力が生じていたため、これを外して、再度繰り返し解析を行った。その結果、ボール荷重は負荷トルクによらず長軸において最大であり、無負荷モデルでは反力の大きさが左右対称であることが分かった。また、負荷トルクのラジアル荷重を考慮しているため、トルクに応じて反力値が大きくなっている。実験と比較すると、トルクのあるなしにかかわらず、最大ボール荷重がほぼ等しくなっている。更に、無負荷モデルにおけるボール荷重が実験値でも左右対称であるなど、定性的にもほぼ一致している。

以上のことから、ここで用いたベアリングや油膜層のモデル化は波動歯車装置の全構造解析には有効な手段であることが分かった。また、ばね要素のばね定数及び油膜層の材料定数を検討することにより、更なる精度の向上が可能であると思われる。

図11にF/Sとベアリング外輪の接触領域(油膜層接触要素挿入箇所)を示す。(a)が無負荷モデル、(b)が負荷トルク413Nmモデルのものである。油膜層は軸方向に6層に分割しており、Area1がカップ開口部である(図7参照)。周方向には歯のピッチで分割した。色の付いた部分が接触要素を挿入した箇所であり、色の強弱で

Fig.10 Load of Bearing ball

Fig.11 Contact area between Flexspline and Outer ring

接触圧力の大きさを表している。どちらのモデルでも Area6、長軸付近の接触圧力が最も強い。負荷トルク 413Nm モデルにおける最大値は約 3.4[MPa]であり、無負荷モデルの 1.7 倍である。全体的に負荷トルクモデルの方が F/S とベアリング外輪が強く接触しており、また、トルクの影響により接触領域が移動していることが分かる。更に、作用ボール近傍において接触圧力が大きく、作用ボールの影響が特にトルクを負荷した場合にははっきりと表われている。

F/S とベアリング外輪の接触領域は、実験による測定が不可能であるが、F/S の複雑な変形状を解析するための重要な要因の 1 つである。しかし、この解析モデルを用いることにより、各トルクにおけるおよその接触領域を求めることが可能となった。今後、接触要素の材料定数の検討や軸方向の分割数を増やすことにより、油膜層の挙動について、更に詳細な解析を行うことができると思われる。

3. F/S の 2 次元大規模近似

3.1 解析モデル 3 次元全構造解析では、F/S の変位は求められるが、それぞれの歯に生じる応力を具体的に求めることはできない。しかし、F/S の歯底における疲労破壊が波動歯車装置の破損状況の主な原因であり、このため、歯車に生じる応力を正確に評価することは極めて重要である。

そこで、F/S に生じる応力を詳細に解析するために、2 次元モデルによる F/S のみの大規模近似モデルを作成した。解析モデルの 1 部を図 12 に示す。全周にわたって F/S の歯をモデル化しており、その歯の形状は実際の波動歯車装置に用いられているものである。要素数 8000、節点数 28800 である。この 2 次元モデルの内周に、内挿関数を用いて、3 次元解析から得られた F/S 内周上の節点変位を強制変位として与えた。そして、F/S のみの 2 次元大規模解析を行った。

3.2 解析結果及び考察 図 13 に F/S の歯底に生じる最大周応力の分布を示す。測定箇所はボール軌道直上である。図中、黒い丸印が作用ボールの位置であり、実線が解析値、点線が実験値である。実験における周応力の測定⁽⁵⁾は、F/S の歯を削り、そのリムの部分にひずみゲージを取り付け測定したものである。そのため、

Fig.12 2-D model of Flexspline

歯底集中係数 $\alpha=1.6$ を乗じ、実験値とした。

面接触であるベアリングを点接触であるばね要素で近似しているため、過去の解析モデルでは作用ボール近傍における応力の変動が激しかった⁽⁶⁾。しかし、今回の解析モデルでは寸法公差を考慮したメッシュの作成を行い、油膜層の厚さやベアリングのラジアル隙間を決定した。このため、ばね要素による集中荷重が油膜層によって緩和され、作用ボール近傍における極端な応力変動が見られなくなった。

解析値と実験値を比較すると、負荷トルクによらず定性的な一致が見られる。トルクを負荷した場合に、極値をとる角度が実験結果と多少ずれているが、これは解析条件として圧力角を一定としているためだと思われる。実際の波動歯車装置では、F/S と C/S の噛み合う位置により圧力角が異なっている。この圧力角は平均すると約 20 度であり、今回の解析モデルではこの値を用いた。今後、実験との比較・検討を行った圧力角を導入することにより、更なる精度の向上を目指したい。

Fig.13 Hoop stress distribution in the root of Flexspline

4. 結言

複雑な構造を持つ波動歯車装置を FEM (有限要素法) を用いてモデル化することにより、以下の結論を得た。

(1) 3次元全構造解析モデルにおいて、ベアリングのばね要素近似や F/S とベアリング外輪の間に存在する油膜層を接触要素としてモデル化したことにより、F/S の変形形状が実験と定性的に妥当な結果を得た。

(2) F/S とベアリング外輪の接触領域はトルクの向きとは反対の方向に移動し、作用ボール近傍で強く当たっていることが分かった。

(3) F/S の応力評価を行い、実験と定性的に一致する結果を得た。また、歯底に生じる最大周応力が、トルクや作用ボールの影響により極値を持つことが分かった。

参考文献

- (1) 菊池 正紀 他1名, FEM,BEMによるハーモニックドライブの応力解析, 機論, C 58-556 (1992) pp.3689-3694
- (2) 中原 一郎, 材料力学 下巻, 養賢堂
- (3) 石田 武 他3名, 波動歯車装置におけるウェーブジェネレータ上の荷重分布, 機構論, 965-1(1996) pp.235-236
- (4) 杉本 信行 他5名, 波動歯車装置のねじり剛性に関する実験的考察, 機論, C 56-530(1990) pp.2732- 2737
- (5) 石田 武 他5名, 波動歯車装置におけるフレキシブルスプラインの応力, 機論, C 59-567(1994) pp.3526-3532
- (6) 菊池 正紀 他2名, カップ型波動歯車装置の3次元応力解析, 機構論 96-1,IV(1996), pp.109-110