干渉を考慮したスクリーロータホブの設計法*

(第4報, ホブ基礎ねじの輪郭を与えてスクリーロータの輪郭を求める方法)

吉田 嘉太郎^{*1}, 両 角 宗 晴^{*2}, 岸 佐 年^{*3}
堀 内 富 雄^{*3}, 斎 藤 正 之^{*4}

Design Method for Profile of Screw Rotor Hob in Consideration of Interference (4th Report, Method to Obtain Profile of Screw Rotor Surface which Is Cut by Using a Given Profile of Hob)

Yoshitaroh YOSHIDA, Muneharu MOROZUMI, Satoshi KISHI,
Tomio HORIUCHI and Masayuki SAITOH

A precise analysis has been made for a method to obtain a profile of the thread surface of the screw rotor which is cut by using the given profile of a hob, especially in the case where the basic thread profile of the hob is given as a series of dispersive points. Firstly, it is clarified that under certain circumstances a singular point (a cusp) will occur on the thread profile of the screw rotor corresponding to the basic thread profile of the hob, and that, because of the cusp, the interference phenomenon will occur on the thread surface of the screw rotor. Secondly, numerical analyses are proposed to determine the interference by using a conditional equation of the cusp and to obtain a profile of the thread surface of the screw rotor. Then, the theories in this analysis are verified by applying the above numerical analyses to the dimensions of a pair of screw rotor hobs.

Key Words: Machine Element, Cutting, Generating Motion, Screw Thread Analysis, Hob Basic Thread Profile, Interference Phenomenon

1. 緒 言

スクリーロータなどのねじ面の加工においては、特許などの関係でねじ輪郭やホブ刃形輪郭の設計根拠が伏せられていることや、数式で与えられた輪郭に対し熱変形などを加味したために、ねじ輪郭やホブ刃形輪郭を離散的な座標値の点群で与えざるを得ない場合が多い。

著者らは既に、ねじ輪郭を離散的な点群で与えた場合の回転工具の輪郭設計法、逆に回転工具の輪郭を点群で与えた場合に創成されるねじ面の輪郭を求める解析法について考察し、これらの数値解法を示し生じる干渉現象の実態を明らかにしている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし、生産性向上のためにはホブによるねじ切りが有利であり、ねじの輪郭を離散的な点群で与えた場合のホブの刃形輪郭設計法、さらにホブ刃形輪郭を離散的な点群で与えた場合の二番研削砥石の輪郭設計法について、干渉問題に焦点を当て解析的考察を行い、これらを用

いてスクリーロータ用ホブの試作を行った⁽³⁾⁽⁴⁾。

したがって次に課題となるのは、輪郭が決定されたこのホブによって要求されたねじ輪郭が正しく加工されるか、あるいはねじの切削において干渉現象の発生はないか、などを吟味することである。このような場合について幾つかの研究がなされているが、ねじ輪郭やホブ刃形輪郭に生じる干渉の問題を本格的に論じてはいない⁽⁵⁾⁽⁶⁾。しかし、ホブ刃形輪郭の設計法における干渉について進んだ研究がなされ始めている⁽⁷⁾。

そこで本論文では、ホブ刃形輪郭を点群で与えた場合について、これにより創成加工されるねじ面の輪郭を求める解析法について考察してその数値解法を示し、さらに創成加工されるねじ面に生じる干渉現象の実態を明らかにする。

そしてパーソナルコンピュータなどの小型電算機を用い、少ない計算量で簡易にしかも厳密にねじ輪郭を計算できるシステムを構築する。さらにこれらの数値解析法を、要求されたねじの輪郭に対して求めたホブ刃形輪郭の点群に適用し、この輪郭をもつホブで切削されるねじの輪郭を求め、要求されているねじ輪郭との比較を行いホブ刃形輪郭の設計法の良否を検証する。

* 原稿受付 1997年6月19日。

^{*1} 正員, (株)コガネイ (☎ 184-0003 小金井市緑町3-11-28)。

^{*2} 正員, 信州大学工学部 (☎ 380-0922 長野市若里500)。

^{*3} 正員, 長野工業高等専門学校 (☎ 381-8550 長野市徳間716)。

^{*4} 石川島汎用機械(株) (☎ 399-0428 長野県上伊那郡辰野町伊那富3934)。

2. 解析理論

一般に、ホブによるねじ面の切削についての考察では、ホブ切れ刃の切削運動により形造られる多角形誤差と波形の送り目とをもつ瓦敷き状のねじ面(曲面叢)の包絡面として、理想的な被削ねじ面が得られると考える。この被削ねじ面とホブ基礎ねじ面とは点接触し、この接触点(特徴点)の軌跡として理想的な被削ねじ面が包絡される⁽⁸⁾。しかし、このような創成切削は、ホブの基礎ねじ面の投影によってできる仮想はすばラックを考え、このラックにかみあうねじ面として被削ねじ面が得られる、と考えてもよいことが明らかにされている⁽⁹⁾。

そこで本研究では上で述べた考察手法を用い、与えられたホブ刃形輪郭の形造る基礎ねじ面を投影した仮想はすばラックを考え、この仮想はすばラックとかみあうねじ面として被削ねじ面の輪郭を求める。

2.1 ホブ基礎ねじの軸断面輪郭を与えてラックの輪郭を求める計算式

いま図1に示すように、ホブ軸を Z_H 軸とするホブの座標系 $O_H-X_H Y_H Z_H$ を考え、ホブ基礎ねじ面の軸断面輪郭を次式で与える。ただし、 t は媒介変数である。

$$\left. \begin{aligned} X_H &= G(t) = G \\ Z_H &= H(t) = H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

この軸断面輪郭をリード L で右ねじ運動させると、次式で表されるホブの基礎ねじ面が形造られる。ただし、 Θ_H はねじ面を表す偏角である。

$$\left. \begin{aligned} X_H &= G \cos \Theta_H \\ Y_H &= G \sin \Theta_H \\ Z_H &= H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

このホブ基礎ねじ面の、歯切りピッチ円での進み角方向への投影歯形輪郭を求める。まず、 X_H 軸を軸として反時計方向へホブの歯切りピッチ円の進み角 β_H だけ回転した座標系 $O_H-X_{H1} Y_{H1} Z_{H1}$ を考え、式(2)で表されるホブ基礎ねじ面を見ると次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} X_{H1} &= G \cos \Theta_H \\ Y_{H1} &= G \sin \Theta_H \cos \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \sin \beta_H \\ Z_{H1} &= -G \sin \Theta_H \sin \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、ホブの歯切りピッチ円半径を R_c とすれば次式が成り立つ。

$$\tan \beta_H = \frac{L}{2\pi R_c} \dots\dots\dots (4)$$

次に、 $O_H-X_{H1} Y_{H1} Z_{H1}$ 座標系を原点 O_H から X_{H1} 軸

Fig. 1 Coordinate systems among hob, rack and screw

の正方向へ R_c だけ平行移動した座標系 $O_R-X_T Y_T Z_T$ を考え、この座標系で式(3)で表されるホブの基礎ねじ面を見ると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} X_T &= G \cos \Theta_H - R_c \\ Y_T &= G \sin \Theta_H \cos \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \sin \beta_H \\ Z_T &= -G \sin \Theta_H \sin \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

したがって、このホブ基礎ねじ面を $X_T Z_T$ 平面へ Y_T 軸方向(ホブの歯切りピッチ円での進み角の方向)から投影すると次式で表される輪郭を得る。

$$\left. \begin{aligned} X_T &= G \cos \Theta_H - R_c \\ Z_T &= -G \sin \Theta_H \sin \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

そこで、この投影輪郭を Y_T 軸方向へ延ばしてできる仮想はすばラック歯面は次式で表される。ただし、 s ははすばラック面を表す助変数である。

$$\left. \begin{aligned} X_T &= G \cos \Theta_H - R_c \\ Y_T &= s \\ Z_T &= -G \sin \Theta_H \sin \beta_H + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

次に、図1に示すように X_T 軸を軸として角 γ だけ回転した座標系 $O_R-X_R Y_R Z_R$ を考え、式(7)で表されるはすばラック面を見ると次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} X_R &= G \cos \Theta_H - R_C \\ Y_R &= s \cos \gamma - \left\{ -G \sin \Theta_H \sin \beta_H \right. \\ &\quad \left. + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \right\} \sin \gamma \\ Z_R &= s \sin \gamma + \left\{ -G \sin \Theta_H \sin \beta_H \right. \\ &\quad \left. + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \right\} \cos \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 γ はねじの歯切りピッチ円半径 r におけるねじれ角であり、 l をねじのリード、 n_s をねじの条数、 N_H をホブの条数、とするとそれぞれ次の関係がある。

$$\cos \gamma = \frac{n_s L \cos \beta_H}{2\pi r N_H} \dots\dots\dots (9)$$

次に、図1に示すように Z_R 軸上を $r\theta$ だけ離れた O_{R1} を原点とする座標系 $O_{R1}-X_{R1}Y_{R1}Z_{R1}$ を考え、さらに X_{R1} 軸上をねじの歯切りピッチ円半径 r だけ離れた点 o を原点とし、 X_{R1} 軸と向かい合う x_1 軸を持つ静止座標系 $o-x_1y_1z_1$ を考える。そして、この座標系を z_1 軸を中心として角 θ だけ回転させた座標系 $o-xyz$ を考え、切削されるねじに固定された座標系とする。すなわち、式(8)で表されるはずばラック面が Z_R 軸上を $r\theta$ だけ移動すると、これにかみあうねじ(切削されるねじ)は角 θ だけ回転し、 x 軸が x_1 軸と重なることになる。

いま、ねじの軸直角断面(xy 平面)により式(8)で表されるはずばラック面の断面輪郭を求めることを考え、式(8)で $Y_R=0$ において展開して s を求め、この s を式(8)の Z_R に代入し、 xy 平面内のラック輪郭として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} X_R &= G \cos \Theta_H - R_C \\ Z_R &= \left\{ -G \sin \Theta_H \sin \beta_H \right. \\ &\quad \left. + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \right\} \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

この式(10)は曲線群であるから、この曲線群の包絡線が求めるラックの輪郭である。包絡線の条件式は式(10)に対して次のヤコビアンを計算して求める。

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial X_R}{\partial t} & \frac{\partial Z_R}{\partial t} \\ \frac{\partial X_R}{\partial \Theta_H} & \frac{\partial Z_R}{\partial \Theta_H} \end{array} \right| = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ただし

$$\frac{dG}{dt} = \dot{G}, \quad \frac{dH}{dt} = \dot{H}, \quad \frac{d^2 G}{dt^2} = \ddot{G}, \quad \frac{d^2 H}{dt^2} = \ddot{H}$$

と表すと、次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_R &= \frac{\partial X_R}{\partial t} = \dot{G} \cos \Theta_H \\ \dot{Z}_R &= \frac{\partial Z_R}{\partial t} \\ &= (-\dot{G} \sin \beta_H \sin \Theta_H + \dot{H} \cos \beta_H) \frac{1}{\cos \gamma} \\ \bar{X}_R &= \frac{\partial X_R}{\partial \Theta_H} = -G \sin \Theta_H \\ \bar{Z}_R &= \frac{\partial Z_R}{\partial \Theta_H} \\ &= \left(-G \sin \beta_H \cos \Theta_H + \frac{L}{2\pi} \cos \beta_H \right) \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

そこで、これらを式(11)に代入して次式を得る。

$$\begin{aligned} &G\dot{H} \cos \beta_H \sin \Theta_H + \frac{L}{2\pi} \dot{G} \cos \beta_H \cos \Theta_H \\ &- G\dot{G} \sin \beta_H \\ &= A_R \sin \Theta_H + B_R \cos \Theta_H + C_R = 0 \dots\dots (13) \end{aligned}$$

この式(13)より Θ_H を求めるための次式を得る。

$$\Theta_H = \sin^{-1} \frac{-A_R C_R + B_R (A_R^2 + B_R^2 - C_R^2)^{1/2}}{(A_R^2 + B_R^2)} \dots\dots\dots (14)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} A_R &= G\dot{H} \cos \beta_H \\ B_R &= \frac{L}{2\pi} \dot{G} \cos \beta_H \\ C_R &= -G\dot{G} \sin \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

いま包絡線の条件式(13)を t で微分して次式を得る。

$$\begin{aligned} &\dot{A}_R \sin \Theta_H + \dot{B}_R \cos \Theta_H + \dot{C}_R \\ &+ (A_R \cos \Theta_H - B_R \sin \Theta_H) \dot{\Theta}_H = 0 \\ \therefore \quad \dot{\Theta}_H &= \frac{d\Theta_H}{dt} \\ &= -\frac{\dot{A}_R \sin \Theta_H + \dot{B}_R \cos \Theta_H + \dot{C}_R}{A_R \cos \Theta_H - B_R \sin \Theta_H} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_R &= \frac{dA_R}{dt} = (\dot{G}\dot{H} + G\ddot{H}) \cos \beta_H \\ \dot{B}_R &= \frac{dB_R}{dt} = \frac{L}{2\pi} \ddot{G} \cos \beta_H \\ \dot{C}_R &= \frac{dC_R}{dt} = -(\dot{G}^2 + G\ddot{G}) \sin \beta_H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

2・2 ラック輪郭にかみあうねじの軸直角断面輪郭

の計算式 いま、図1に示すラックの座標系 $O_R-X_R Y_R Z_R$ において、式(10)で求められたラックの輪郭を新たに次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} X_R &= D_R(t) = D_R \\ Y_R &= 0 \\ Z_R &= E_R(t) = E_R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} D_R &= G \cos \Theta_H - R_c \\ E_R &= \left\{ -G \sin \Theta_H \sin \beta_H \right. \\ &\quad \left. + \left(H + \frac{L}{2\pi} \Theta_H \right) \cos \beta_H \right\} \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

そこで、この式(18)のラック輪郭を Z_R 軸上を正の方向へ $r\theta$ 平行移動した座標系 $O_{R1}-X_{R1}Y_{R1}Z_{R1}$ で表し、次に座標系 $o-x_1y_1z_1$ で表し、さらに座標系 $o-xyz$ で見ると次式で表すことができ、これがラック輪郭とかみあうねじの軸直角断面輪郭を表す。

$$\left. \begin{aligned} x &= (r - D_R) \cos \theta + (-E_R + r\theta) \sin \theta \\ y &= -(r - D_R) \sin \theta + (-E_R + r\theta) \cos \theta \\ z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

式(20)は曲線群を表し、この曲線群の包絡線が求めるねじの軸直角断面輪郭である。包絡線の条件式は式(20)に対して次のヤコビアンを計算して求める。

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{array} \right| = \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \theta} - \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \dots\dots (21)$$

ただし

$$\frac{dD_R}{dt} = \dot{D}_R, \quad \frac{dE_R}{dt} = \dot{E}_R, \quad \frac{d^2 D_R}{dt^2} = \ddot{D}_R, \quad \frac{d^2 E_R}{dt^2} = \ddot{E}_R$$

と表すと次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial x}{\partial t} = -\dot{D}_R \cos \theta - \dot{E}_R \sin \theta \\ \dot{y} &= \frac{\partial y}{\partial t} = \dot{D}_R \sin \theta - \dot{E}_R \cos \theta \\ \ddot{x} &= \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -(r - D_R) \sin \theta \\ &\quad + (-\dot{E}_R + r\dot{\theta}) \cos \theta + r \sin \theta \\ \ddot{y} &= \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -(r - D_R) \cos \theta \\ &\quad - (-\dot{E}_R + r\dot{\theta}) \sin \theta + r \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots (22)$$

そこで、これらの式(21)へ代入して次式を得る。

$$-D_R \dot{D}_R - E_R \dot{E}_R + r \dot{E}_R \dot{\theta} = 0 \dots\dots (23)$$

$$\therefore \theta = \frac{D_R \dot{D}_R + E_R \dot{E}_R}{r \dot{E}_R} = \theta(t) \dots\dots (24)$$

また式(19)より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \dot{D}_R &= \frac{dD_R}{dt} = \dot{G} \cos \Theta_H - G \sin \Theta_H \dot{\Theta}_H \\ \dot{E}_R &= \frac{dE_R}{dt} = \left\{ -(\dot{G} \sin \Theta_H + G \cos \Theta_H \dot{\Theta}_H) \right. \\ &\quad \left. \times \sin \beta_H + \left(\dot{H} + \frac{L}{2\pi} \dot{\Theta}_H \right) \cos \beta_H \right\} \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots (25)$$

2・3 ねじの軸直角断面輪郭上の特異点と干渉現象

いま、ねじの軸直角断面輪郭について極値を求める

ことを考え、式(20)と式(24)とから次式を得る。

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}}{\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt}} = \frac{u}{v} \dots\dots (26)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = \dot{x} + \bar{x} \dot{\theta} \\ v &= \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} = \dot{y} + \bar{y} \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots (27)$$

ねじの軸直角断面輪郭の極値は式(26)の分子 $dx/dt = u = 0$ のときである。いま式(21)より次式を得る。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \theta} / \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{ただし} \quad \frac{\partial y}{\partial t} \neq 0$$

これを式(27)の u に代入して $u=0$ とおく。

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial x}{\partial t} + \left(\frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \theta} / \frac{\partial y}{\partial t} \right) \frac{d\theta}{dt} \\ &= \frac{\partial x}{\partial t} \left(1 + \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} / \frac{\partial y}{\partial t} \right) \\ &= \left(\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \right) \frac{\partial x}{\partial t} / \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= v \frac{\partial x}{\partial t} / \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \end{aligned}$$

したがって、 $u=0$ のとき $v=0$ (ただし $\partial x/\partial t \neq 0$) となることもあり、このとき $dx/dy = u/v = 0/0$ で不定となり、ねじの軸直角断面輪郭は $u=0$ と $v=0$ とを同時に満足する点で特異点となる。そして、得られたねじの軸直角断面輪郭はこの特異点で尖点となることが後述する数値例により明らかにされる。そこで、今後の数値解析ではねじの軸直角断面輪郭が尖点となる条件式として、 $u=0$ と $v=0$ とを用い、これらを同時に満足する特異点に注目して進める。

いま包絡線の条件式(23)を t で微分して次式を得る。

$$\begin{aligned} -\dot{D}_R^2 - \dot{E}_R^2 - D_R \ddot{D}_R - E_R \ddot{E}_R + r \ddot{E}_R \dot{\theta} + r \dot{E}_R \ddot{\theta} &= 0 \\ \therefore \dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt} \\ &= \frac{\dot{D}_R^2 + \dot{E}_R^2 + D_R \ddot{D}_R + E_R \ddot{E}_R - r \ddot{E}_R \dot{\theta}}{r \dot{E}_R} \end{aligned} \dots\dots (28)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \ddot{D}_R &= \ddot{G} \cos \Theta_H - 2\dot{G} \sin \Theta_H \dot{\Theta}_H - G \cos \Theta_H \ddot{\Theta}_H^2 \\ &\quad - G \sin \Theta_H \ddot{\Theta}_H \\ \ddot{E}_R &= \left\{ -(\ddot{G} \sin \Theta_H + 2\dot{G} \cos \Theta_H \dot{\Theta}_H) \right. \\ &\quad - G \sin \Theta_H \ddot{\Theta}_H^2 + G \cos \Theta_H \ddot{\Theta}_H \sin \beta_H \\ &\quad \left. + \left(\ddot{H} + \frac{L}{2\pi} \ddot{\Theta}_H \right) \cos \beta_H \right\} \frac{1}{\cos \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots (29)$$

また、式(13)を t で2回微分して次式を得る。

$$\begin{aligned}
& \ddot{A}_R \sin \theta_H + \ddot{B}_R \cos \theta_H + \ddot{C}_R \\
& + 2(\dot{A}_R \cos \theta_H - \dot{B}_R \sin \theta_H) \dot{\theta}_H \\
& - (A_R \sin \theta_H + B_R \cos \theta_H) \dot{\theta}_H^2 \\
& + (A_R \cos \theta_H - B_R \sin \theta_H) \ddot{\theta}_H = 0 \\
\therefore \ddot{\theta}_H = & -[\ddot{A}_R \sin \theta_H + \ddot{B}_R \cos \theta_H + \ddot{C}_R \\
& + 2(\dot{A}_R \cos \theta_H - \dot{B}_R \sin \theta_H) \dot{\theta}_H \\
& - (A_R \sin \theta_H + B_R \cos \theta_H) \dot{\theta}_H^2] \\
& / (A_R \cos \theta_H - B_R \sin \theta_H) \dots\dots (30)
\end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
\ddot{A}_R &= \frac{d^2 A_R}{dt^2} = (\ddot{G} \dot{H} + 2 \dot{G} \ddot{H} + G \ddot{H}) \cos \beta_H \\
\ddot{B}_R &= \frac{d^2 B_R}{dt^2} = \frac{L}{2\pi} \ddot{G} \cos \beta_H \\
\ddot{C}_R &= \frac{d^2 C_R}{dt^2} = -(3 \dot{G} \ddot{G} + G \ddot{G}) \sin \beta_H
\end{aligned} \right\} \dots\dots (31)$$

以上により、これらの各式を用いて干渉発生の有無を判定することができる。

3. 数値解析法

3・1 ホブ刃形輪郭点群の補間法 一般式で表した式(1)において、与えられたホブ刃形輪郭を点群 $(X_{H1}, Z_{H1}), \dots, (X_{Hj}, Z_{Hj}), \dots, (X_{Hn}, Z_{Hn})$ で表し、点 j と点 $(j+1)$ との間の小区分をアキマの方法で補間し、 t を媒介変数として次式で与える⁽¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned}
X_H &= G = t \\
Z_H &= H = a_j + b_j(t - X_{Hj}) \\
&+ c_j(t - X_{Hj})^2 + d_j(t - X_{Hj})^3
\end{aligned} \right\} \dots\dots (32)$$

したがって、それぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
\dot{G} &= 1 \\
\dot{H} &= b_j + 2c_j(t - x_j) + 3d_j(t - x_j)^2 \\
\ddot{G} &= 0 \\
\ddot{H} &= 2c_j + 6d_j(t - x_j) \\
\ddot{G} &= 0 \\
\ddot{H} &= 6d_j
\end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

3・2 ラックの輪郭計算法 式(32)でホブの刃形輪郭が与えられたとき、ラックの輪郭を求める数値解析法は次のような手順となる。

- ① L, N_H, R_C, r, n_s, l を与える
- ② β_H を計算 [式(4)]
- ③ γ を計算 [式(9)]
- ④ $X_H = G, Z_H = H$ を与える [式(32)]
- ⑤ $\dot{G}, \dot{H}, \ddot{G}, \ddot{H}, \ddot{G}, \ddot{H}$ を計算 [式(33)]
- ⑥ A_R, B_R, C_R を計算 [式(15)]
- ⑦ θ_H を計算 [式(14)]
- ⑧ X_R, Z_R (ラック輪郭) を計算 [式(10)]

3・3 ねじの輪郭の計算法と干渉の判定 次に、式(18)でラックの輪郭が計算されたとき、これとかみあうねじの軸直角断面輪郭とその輪郭上で生じる干渉の判定法は、次のような数値解析の手順となる。

- ① D_R, E_R を与える [式(19)]
- ② $\dot{A}_R, \dot{B}_R, \dot{C}_R$ を計算 [式(17)]
- ③ $\dot{\theta}_H$ を計算 [式(16)]
- ④ $\dot{D}_R, \dot{E}_R$ を計算 [式(25)]
- ⑤ θ を計算 [式(24)]
- ⑥ $\dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}$ を計算 [式(22)]
- ⑦ $\ddot{A}_R, \ddot{B}_R, \ddot{C}_R$ を計算 [式(31)]
- ⑧ $\ddot{\theta}_H$ を計算 [式(30)]
- ⑨ $\ddot{D}_R, \ddot{E}_R$ を計算 [式(29)]
- ⑩ $\ddot{\theta}$ を計算 [式(28)]
- ⑪ u, v を計算 (干渉の判定) [式(27)]
- ⑫ x, y (ねじの軸直角断面輪郭) を計算 [式(20)]

4. 数値解析例と実験および考察

著者らは既に、図2に示す圧縮機用のスクリーロータ (雄形ねじ・雌形ねじ) の軸断面輪郭を点群で与え、ホブの設計を行っている⁽³⁾。また、ホブの刃形輪郭を離散的な点群で与えた場合の二番研削砥石の輪郭設計法を用いて雌形スクリーロータ用ホブの試作を行っている⁽⁴⁾。図3に雄形ねじ用ホブの刃形輪郭を示し、図4に雌形ねじ用ホブの刃形輪郭を示す。これを、本論文での数値解析例として用いる。雄形ねじ・雌形ねじおよびホブの諸元を表1に示す。この場合、ホブ切りによりねじ面に生じる多角形誤差と波形の送り目の凹凸とを小さな値に抑えるために、ホブ基礎ねじの条数を少なくし、ホブ外径 (歯切りピッチ円) を大きくして切れ刃溝の数が増えるように設定した。

4・1 雄形ねじ用ホブの刃形輪郭を与えた場合

与えられた輪郭点群の点 ($j=107$) を X_H 軸が通るように $O_H-X_H Y_H Z_H$ 座標系が設定され、また、ホブの

Fig. 2 Tooth profile of screw rotors

Fig. 3 Profile of hob (Male; $r=34.0$ mm) Fig. 4 Profile of hob (Female; $r=47.5$ mm)

歯切りピッチ円半径 R_c は 85.0 mm, ねじの歯切りピッチ円半径 r は 34.0 mm である。

そこで, 前述した計算手順により干渉現象の発生の有無を吟味すると, $u=0$ と $v=0$ とを同時に満足する特異点は存在せず, したがって干渉現象の発生はなく, 図2に示す雄形ねじ(スクリーロータ)の輪郭が要求値とおりに正しく求められた。

しかしこの場合, ねじ輪郭からホブ刃形輪郭を求める段階でねじの歯切りピッチ円半径 r を 31.0 mm と設定すると, ホブ刃形輪郭を求める数値計算は問題なくなされたが, 現実には図5に示すように点 ($j=192$) と点 ($j=194$) との間で尖点が発生しホブ刃形輪郭が正しく求まらなかった⁽³⁾。

いま, この尖点の発生に気付かず, 図5に示す点 ($j=192$), 点 ($j=193$), 点 ($j=194$) をなだらかに連ねた形にホブ刃形輪郭を設計した場合を考える。そこで, これらの点群の値を与え前述した計算手順を適用し,

Table 1 Dimensions of screw rotors and hobs

Items	Male	Female
Center distance of rotors c	80.000	
Major diameter of rotor d_k	100.000	100.000
Pitch diameter of rotor d_a	64.000	96.000
Root diameter of rotor d_b	59.944	59.924
Number of threads of rotor n_s	4	6
Hand of lead of rotor	Left	Right
Lead of rotor l	180.000	270.000
Lead angle of rotor β_a	$41^\circ 50' 11''$	
Numbers of coordinates j	1~219	1~195
Pitch radius of hob R_c	85.000	72.000
Number of hob threads N_H	1	1

Fig. 5 Cusps on profile of hob (Male: $r=31.0$ mm)

(a)

(b)

Fig. 6 Diagram to check interference ($r=31.0$ mm)

Fig. 7 Cusps on profile of rotor (Male: $r=31.0$ mm)

干渉の有無を観るために u と v とを求め図 6(a) に、さらに点 ($j=190$) と点 ($j=204$) との間を拡大して図 6(b) に示す。この図 6 から、点 ($j=191$) と点 ($j=202$) との間で $u=0$ と $v=0$ とを同時に満足する特異点(尖点)の発生することが確認できる。そこでねじ輪郭を詳細に計算すると、点 ($j=191$) と点 ($j=202$) との間で尖点による折返しが 18 箇所発生することがわかり、その一部を図 7 に示す。そしてこの場合、実際のねじ切削では点 ($j=191$) と点 ($j=202$) との範囲で、要求されているねじ輪郭に対して削り過ぎの干渉を生じる。

4.2 雌形ねじ用ホブ刃形輪郭を与えた場合 この場合、与えられた点群の点 ($j=100$) を X_H 軸が通るように $O_H-X_H Y_H Z_H$ 座標系が設定され、さらにホブの歯切りピッチ円半径 R_C は 72.0 mm、ねじの歯切りピッチ円半径 r は 47.5 mm である。

そこで、この点群に対して前述した計算手順により干渉現象の発生の有無を吟味すると、 $u=0$ と $v=0$ とを同時に満足する特異点は存在せず、したがって干渉現象の発生はなく、図 2 に示す雌形ねじ(スクリーロータ)の輪郭が要求値とおりに正しく求められた。

したがって、ねじ輪郭からホブ刃形輪郭を定める段階で干渉を避けるようにホブを設計すれば、このホブを用いるねじ切削加工では干渉現象は生じない。

既に、この数値例の雌形ねじ用ホブの試作実験がなされ、精度のよいホブが実現している⁽⁴⁾。図 8 にこのホブの切れ刃(刃形)輪郭誤差を線図で示す。この図 8 から、ホブ切れ刃の輪郭誤差は最大で $6\mu\text{m}$ 程度であり、極めて高精度なホブが得られたことがわかる。

4.3 ねじの切削実験 試作された雌形ねじ用ホ

Fig. 8 Deviation of profile of cutting edge

Fig. 9 Experimental cutting with hob

Fig. 10 Experimentally manufactured rotor (Female)

Fig. 11 Deviation of profile of rotor (Female)

ブを用いて、スクリーロータの切削実験を行った。この場合、スクリーロータの素材はS45C材であり、LIEBHERR社製のホブ盤[LC1002]を用いて切削した。図9に切削実験の様子を写真で示し、図10に切削された雌形ねじを写真で示す。

次に、切削された雌形スクリーロータの軸断面輪郭を三次元測定器を用いて測定し、その結果を図11に示す。この図11から、ホブ切りに伴いねじ面に必然的に生じる多角形誤差も含む輪郭誤差の最大幅は31 μ m程度であり、ホブ切れ刃の輪郭誤差なども併せ考えるとかなりの高精度でねじ切削がなされたことが確認できる。なお、輪郭が特殊形状であり条数の少ないこの種のねじのホブ切りにおいて、充分配慮する必要のある多角形誤差に関する考察は、別報にて詳述する。

5. 結 言

ホブの刃形輪郭が離散的数値の点群で与えられた場合について、創成されるねじ(スクリーロータ)の輪郭を求める数値解析法を詳細に考察し、次のことを明らかにした。

(1) 離散的数値の点群で与えられたホブ刃形輪郭を複数曲線の連続体と見積った場合、対応して求められるねじの範囲に特異点(尖点)が存在する場合がある。この場合、与えられたホブ刃形輪郭と得られたねじ輪郭との間で一对一の対応ができず、ねじ輪郭は要求された輪郭とは異なる。

(2) このようにねじ輪郭上に特異点(尖点)が存在するための干渉現象は、ホブ刃形輪郭が単独曲線で与えられる場合のような従来の考察法のみでは判断できない特異な範囲に発生する場合がある。したがって、干渉現象の生じる範囲を正確に把握しないと、現実には存在し得ない虚のねじ輪郭を数値計算で求めてしまう恐れがある。

しかし、ねじ輪郭からホブ刃形輪郭を定める段階で干渉を避けるように考慮してホブを設計すれば、この

ホブを用いるねじ切削加工では干渉現象は生じない。

(3) 理論解析により尖点の条件式を求め、これを用い尖点の発生の有無を確認しつつ干渉の状況を把握し、少ない計算量で簡易にしかも厳密にねじ輪郭を計算できる数値解析法を示した。このことにより、より高い精度が要求されるねじ輪郭の点群に対し、ホブ刃形輪郭を的確に設計することが可能となった。

(4) 精密仕上げしたホブを用いたねじの切削実験の結果、特殊形状であり条数の少ないこの種のねじのホブ切りでは必然的に生じる多角形誤差も含むことを併せ考えても、高精度なねじ(スクリーロータ)が得られたことが確認された。

最後に、実験に助力された石川島汎用機械(株)、(株)不二越、(株)中西製作所に対し、感謝の意を表す。

文 献

- (1) 吉田嘉太郎・両角宗晴・岸佐年・斎藤正之, 干渉を考慮したねじ切り回転工具の設計法(第1報, ねじの輪郭を与えて回転工具の輪郭を求める方法), 機論, 61-582, C(1995), 484-491.
- (2) 吉田嘉太郎・両角宗晴・岸佐年・斎藤正之, 干渉を考慮したねじ切り回転工具の設計法(第2報, 回転工具の輪郭を与えてねじの輪郭を求める方法), 機論, 61-585, C(1995), 2113-2120.
- (3) 吉田嘉太郎・両角宗晴・岸佐年・堀内富雄・斎藤正之, 干渉を考慮したスクリーロータホブの設計法(第1報, スクリーロータの輪郭を与えてホブ基礎ねじの輪郭を求める方法), 機論, 63-609, C(1997), 1745-1752.
- (4) 吉田嘉太郎・両角宗晴・岸佐年・堀内富雄・斎藤正之, 干渉を考慮したスクリーロータホブの設計法(第2報, ホブの輪郭を与えて二番研削砥石の輪郭を求める方法), 機論, 63-609, C(1997), 1753-1759.
- (5) 中野嘉邦・鴻巣健治・加藤秀雄・末田章, ホブの輪郭計算法, 精密機械, 47-5(1981), 579-584.
- (6) 石橋彰・吉野英弘, 任意歯形をもつ歯車と工具の設計・加工に関する研究(第1報, 歯形輪郭の計算原理とホブの歯形設計), 機論, 53-487, C(1987), 887-893.
- (7) 西田知照・張元建・小林洋一, ホブ刃形輪郭計算における干渉問題の処理, 精密工学会誌, 59-10(1993), 1707-1712.
- (8) 両角宗晴, 歯車のホブ切り, (1962), 15, 誠文堂新光社.
- (9) 文献(8)の17ページ.
- (10) 長嶋秀世, 数値計算法(改訂2版), (1986), 31, 槇書店.