減衰の影響を考慮したスリット状膨張空洞の消音効果の定量評価*

貞 本 晃^{*1}, 村 上 芳 則^{*1}Quantitative Estimate of Sound Attenuation of a Slit-like Duct Expansion
Considering Sound Damping in It

Akira SADAMOTO and Yoshinori MURAKAMI

A duct expansion, which has short axial length, acts as a resonator muffler. Generally, its property can be estimated by the numerical calculation which neglects sound damping in the expansion. But in the case of a slit, which is a duct expansion with very short axial length, the influence of sound damping is not negligible. Hence, in this paper, in order to consider sound damping, the slit was treated as a equivalent single-degree-of-freedom mechanical system. The equation to calculate the transmission coefficient of the slit using this system was derived. By comparison between the solution of this equation and the measured value of transmission coefficient, the equivalent mass, damping coefficient and stiffness of the slit was obtained. It was found that each of these equivalent coefficients can be normalized as a almost fixed value by the slit size. Therefore the quantitative estimate of the slit property was established.

Key Words: Acoustic, Noise Control, Sound Damping, Duct Expansion, Resonator Muffler, Slit, Single-Degree-of-Freedom Mechanical System

1. まえがき

近年の機械は高速化・小型化の傾向にある。このため家庭用電化製品等では、高周波数の機械騒音を狭いスペース内で消音する技術が望まれている。このような状況に対して著者らは、軸方向長さが短いスリット状の膨張空洞（以下、スリットと記す）が高周波数卓越音の低減に有効であることを示した^{(1), (2)}。

スリットの形状的利点としては、(1) 軸方向設置スペースが小さく流体機械の出入口等に取り付けやすい、(2) ダクト内流れに対して流体抵抗になりにくい、(3) そのため流体起因騒音を生じにくい、などが考えられる。これらは、スリットの軸方向長さ（以下、幅と記す）が短い（狭い）ほど有利にはたらく要因である。そこで、スリットを消音器として用いる場合には、要求される消音効果を満たす範囲内で、できるだけその幅を狭くすることが好ましい。

一方でスリットの消音効果（消音量）も幅に依存しており、幅が極端に狭い場合には十分な消音効果が得られない。この原因を著者らは、スリット内音波の減

衰の影響と考え、そのことを定性的には示し得ている⁽³⁾。すなわち、幅が狭いほど減衰の影響が大きくなり、消音効果は小さくなる。

以上のことから、適切なスリットの設計には、幅によって変化するスリットの消音効果を予測する方法の確立が必要である。

著者らはすでに、円形ダクトと同心の円形膨張空洞の特性を精度よく計算する方法を確立しており、軸方向にある程度長い空洞での透過率は正確に計算できる^{(4), (5)}。一方で幅が極端に狭いスリットの場合については、その共鳴周波数はほぼ予測できるものの、その効果（消音量）は予測できない⁽³⁾。これは、この方法がスリット内音波の減衰を考慮していないためである。

そこで本論文では、スリットの消音効果を、スリット内音波の減衰の影響を含めて定量的に調べるために、スリットを「励振力を受ける1自由度粘性減衰振動系」に置き換えて扱う。そして、減衰が特性に影響する程度に幅が狭い場合には、スリットがこのモデルで精度よく近似できることを示す。また、1自由度モデルに基づく透過率計算値と実験での透過率測定値とを比較することにより、モデルの各係数（質量、減衰係数、ばね定数）を算出する。そして、スリット寸法

* 原稿受付 1997年7月23日。

*¹ 正員、筑波技術短期大学(☎ 305-0005 つくば市天久保4-3-15)。

から定まる適当な（物理的に意味がある）基準値を用いることにより、測定値から得た各係数がスリット寸法に関わらずほぼ一定の値として無次元化できることを示す。このことは、任意の寸法を持つスリットに対して各係数が算出でき、その結果、スリットの消音効果が定量的に評価できることを意味する。

2. スリットの1自由度振動系への近似

2・1 スリットの形状 本論文で扱うスリットは、図1に示すとおり、円形ダクトと同心の円形断面を持つ膨張空洞である。以下、ダクト直径を d_D 、スリット直径を d 、スリット深さを b 、スリット幅を l で表す。

2・2 形状のモデル化 スリットの消音原理は、サイドブランチ形消音器とほぼ同様であると考えられる。すなわち物理的には、スリット入口から入射した音波がスリットの奥で反射して再びスリット入口に戻り、これとダクト内進行波とが干渉するものと思われる。また、入射音波が平面波であることとスリットがダクトと同心であることを条件にしておけば、スリット内音波を、周方向に関して一様な、径方向に伝搬する平面波として扱うことができる。

ただし、実際の音波の伝搬方向はダクト軸を中心とする放射状の向きであるから、この形状のままでは1自由度振動モデルとして扱いづらい。そこで本論文では、スリットを図2のような仮想的なサイドブランチ形空洞に置き換える。この空洞は、深さが b であり、一定の断面積 S_S （スリット入口面積 $\pi d_D \times l$ と等しい）を持つ。なお、実際のスリットとの対応を考えれば、面Aと面Bには境界がなく、両者は連続であるということになる。

2・3 1自由度振動系としての特性 前節でモデル化したスリットが、等価質量 m 、等価減衰係数 c 、等価ばね定数 k で表されたとする。スリット入口での粒子変位を x とすると、スリットの運動方程式は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (1)$$

となる。ここで F はスリット入口に加わる力であり、角周波数 ω 、振幅絶対値 P_S の周期変動音圧

$$p_S = P_S \exp(j\omega t) \quad (2)$$

が加わる場合には、

$$F = p_S S_S \quad (3)$$

である。さらに、振動系の固有角周波数

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (4)$$

および減衰係数比

Fig.1 A slit in a circular duct

Fig.2 Equivalent model for a slit

Fig.3 Model for calculation of a slit property

$$\zeta = c / (2 \sqrt{m k}) \quad (5)$$

を導入すれば、式(1)の解は、周知のとおり、

$$x = \frac{S_S}{m} \frac{p_S}{(\omega_n^2 - \omega^2) + j(2\zeta\omega_n\omega)} \quad (6)$$

となる。式(6)より、スリット入口での空気のインピーダンスは、粒子速度を $v_S (= \dot{x})$ として、

$$Z = \frac{p_S}{v_S} = \frac{m}{S_S} \left(2\zeta\omega_n + j \frac{\omega^2 - \omega_n^2}{\omega} \right) \quad (7)$$

となる。

2・4 透過率の算出⁽⁶⁾ 図2でモデル化したスリットでの透過率を算出するために、スリットとダクトとの境界部分での音圧 p と粒子速度 v を図3のように定める。ここで、 S_D はダクト断面積を表し、添字 1, 2, 3 はおのおのスリット部に対する入射波、反射波、透過波を示す。

ダクト内を平面波が伝搬する場合、スリット入口とスリットに面するダクト内とで音圧は等しいので、

$$p_1 + p_2 = p_S = p_3 \quad (8)$$

となる。一方、体積速度の連続から、

$$S_D v_1 + S_D v_2 = S_S v_S + S_D v_3 \quad (9)$$

となる。また、ダクト内空気のインピーダンスより、

空気の密度を ρ 、自由音場での音速を C_0 として、

$$p_1/v_1 = -p_2/v_2 = p_3/v_3 = \rho C_0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。式 (7) および式 (10) を用いて式 (9) を p の式に変形し、これと式 (8) とから p_s と p_2 とを消去すれば、スリットでの透過率は、

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{Z}{Z + (\rho C_0 S_s)/(2 S_D)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。

3. 振動系の係数 (m , c , k) の算出方法

3・1 基本方針 例えば、ヘルムホルツ共鳴器の場合には、その寸法 (空洞体積やけい部の断面積・長さなど) から共鳴器としての特性 (等価な m , c , k の値) をほぼ適正に定めることができる⁽⁷⁾。一方、スリットの場合には、その形状寸法から単純に m , c , k の値を定めることは困難である。そこで本研究では、 b と l をパラメータとしてスリットの透過率を測定し、この結果と式 (11) の計算結果とが最もよく一致するときの m , c , k の値 (実験値) を求め、これらの値に規則性を見いだす方針で検討を進める。

3・2 透過率の測定⁽¹⁾ 実験装置の概要を図 4 に示す。スリットを設けるダクトの直径を 41.3 mm に固定し、 d を 80, 72, 64 mm, l を 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4, 5, 8, 10 mm と変化させた。また、ダクトを無限長と等しい状態にするために、ダクトの両端に吸音コーンを設けた。

この装置において、音源側ダクト内に単一周波数の平面波を伝搬させ、スリットを透過させた後にマイクロホンで受信し音圧を求めた。この音圧測定値を、図中のスリット部分をダクトと同径としたときの音圧測定値で割って、スリットでの透過率を求めた⁽⁸⁾。

測定周波数は、 d で定まる各寸法のスリットに対してそれぞれ適切な周波数範囲を決め、その範囲中で 0.1 kHz ごとに変化させたが、 $d = 80, 72$ mm の場合の共鳴周波数付近では正確を期すために 0.05 kHz ごととした。なお、実験室内の温度を $25 \pm 1^\circ\text{C}$ に保った。また、 d を 5/100 mm, l を 1/100 mm の精

度で実測した。

3・3 m , c , k (実験値) の算出方法 各寸法のスリットについての透過率測定値から、1 自由度モデルでの m , c , k の実験値を導く。ここでは、透過率計算値と測定値との差の、周波数に関する 2 乗和が最小となるように定めた。

具体的には、各寸法 (d , l は実測値を用いる) のスリットごとに、

- (1) m , c , k をおのおの任意の値と仮定して、式 (11) の絶対値 (振幅比) を計算する。
- (2) この値と測定値との差の 2 乗値を、各測定周波数ごとに求める。
- (3) これらの値の、測定周波数範囲全体にわたっての和を計算する。
- (4) m , c , k を有効数字 3 桁の数値として順次漸変させながら、(1) ~ (3) を繰り返す。

の計算を行った。この手順をプログラミングし、パーソナルコンピュータを用いて、(3) の 2 乗和が最小となるとき m , c , k の値を見出し、これらを各寸法のスリットごとの実験値 (最適値) とした。

4. 1 自由度モデルの適用範囲と妥当性

4・1 適用範囲 著者らが膨張空洞の特性予測に用いてきた計算方法は、分布定数系の考え方にに基づき、非伝搬モード波を含むダクト軸方向音波を線形に重ね合わせる数値計算法である (以下、これを従来法と記す)。従来法の正確さは文献 (4), (5) に示したとおりであるが、空洞が短い場合にこれがどの程度まで有効であるかは明確にしていない。

従来法は、本研究の 1 自由度モデル近似よりも厳密な計算法であるから、可能な範囲では従来法を用いるべきである。このために、幅が狭くても、ある範囲までは従来法で正確に特性予測できることをここで明確にしておきたい。そこで、 $l = 5, 8, 10$ mm の空洞での透過率について、3・2 節での測定値と従来法での計算値とを重ねて図 5 に示す。

図 5 から明らかなように、測定値と計算値とはよく一致している。すなわち、著者らが研究対象としてきたダクト寸法の場合、幅が 5 mm 以上であれば、少なくともその空洞は従来法で正確に計算できる。言い換えると、この範囲では、空洞内音波の減衰がその特性に影響しないと判断できる。

そこで、以下では、これよりも幅の狭いスリット ($l \leq 4$ mm) に対して、1 自由度モデル近似を適用していく。

4・2 1 自由度モデルの妥当性 $l \leq 4$ mm のス

Fig.4 Experimental apparatus

Fig.5 Transmission coefficient of the slit: measured (symbols) and calculated by the previous method (curved lines)

リットについて、3・2 節の方法で得た透過率測定値と計算値とを、各スリット径ごとに重ねて図 6 (a) ~ (c) に示す。計算値は、3・3 節の方法で定めた m , c , k の値を使って式 (11) から求めたものである。また、図中に記した l は実測値である。

図 6 から明らかなように、計算値は測定値によく一致している。ここで実際の音場を考えれば、例えば c は周波数に依存するので、定数係数 1 自由度振動系でのモデル化には明らかな不正確さがあるが、それに関わらず図 6 の範囲内では、本論文でのスリットのモデル化は妥当であったといえる。

5. m , c , k の算出結果及び考察

本章では、3・3 節の方法で求めた m , c , k の実験値とスリット寸法とを関係づけるために、スリットの寸法から定まる基準値を用いて m , c , k の値を無次元化する。以下、質量、減衰係数、ばね定数のおおのの基準値を記号 m_0 , c_0 , k_0 で表すことにする。

5・1 等価質量 m_0 は、図 2 の等価スリット内

の空気質量、すなわち、その体積 ($\pi d_0 l b$) に空気密度 (25 °C での値) をかけた値とした。

この m_0 で、実験値 m を無次元化したものを図 7 に示す。図の横軸は、スリット幅をスリット深さで割って無次元化したものである。

図 7 から明らかなように、 m / m_0 は、スリット直径に関わらずほぼ一定値となる。ただし、スリット

Fig.6 Transmission coefficient of the slit: measured (symbols) and calculated by the present method (curved lines)

幅が広がるに従って、値がやや大きくなる傾向を示す。これは、ヘルムホルツ共鳴器において、けい部直径が大きくなると開口端補正が長くなる（等価質量が増加する）ことと同様であるとして理解することができる。また、 l/b が 0 に近づくときに m/m_0 が約 0.5 であることから、図 2 の等価スリットの入口側の約半分に対応する部分が、ヘルムホルツ共鳴器のけい部に相当するはたらきをしていると考えることも可能である。

5・2 等価減衰係数 c_0 については、やや近似的であるが、以下の考え方に従った。

音波が減衰する原因としては粘性・熱伝導・熱放射などがあるが⁽⁹⁾、スリットの場合には、その形状から考えて、スリット壁面での粘性減衰が音波の減衰をほぼ支配しているはずである。一方、剛壁面近傍で粘性の影響の現れる範囲は、空気の粘性係数を μ として、

$$\delta = \sqrt{8\pi\mu/\omega\rho} \quad \dots\dots\dots (12)$$

であり⁽¹⁰⁾、本研究での測定範囲（温度 25 °C、周波数範囲 2.5 ~ 7.5 kHz）では $\delta = 0.10 \sim 0.16$ mm となる。本研究でのスリット幅は最小で 0.5 mm であるから、向かいあうスリットの壁面（図 2 では面 C と面 D）は互いに独立に減衰に寄与すると考えてよい。そこで、図 2 の面 C と面 D での粘性減衰をもとに c_0 を得ることとする。当然ながら、この値は l に関しては不変となる。

ここで、剛壁の無限平面を考え、その法線方向座標を y 、平面の位置を $y = 0$ とする。 $y > 0$ を満たしている空気に、一様な力が、平面と平行な向きに加わった場合、壁面近傍での粒子速度 u は、壁面遠方での粒子速度 u_0 に対して、

$$u = [1 - \exp\{(i-1)\sqrt{\omega\rho/2\mu} y\}] u_0 \quad \dots\dots (13)$$

となる⁽¹⁰⁾。したがって、壁面の面積 S_w の部分での粘性減衰力は、

$$F_s = S_w \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} = S_w (1-i) \sqrt{\frac{\mu\rho\omega}{2}} u_0 \quad \dots (14)$$

と見積もることができる。よって、図 2 の面 C と面 D の面積の合計が $2\pi d_0 b$ であるから、

$$c_0 = \left| \frac{F_s}{u_0} \right| = 2\pi d_0 b \sqrt{\mu\rho\omega} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。

この c_0 で、実験値 c を無次元化したものを図 8 に示す。なお、式 (15) の ω の値は、式 (4) で計算される共鳴角周波数 ω_n で代表した。

Fig.7 Equivalent mass

Fig.8 Equivalent damping coefficient

図 8 から明らかなように、 c/c_0 はスリット直径に関わらずほぼ一定値となる。また、その値は図 7 の m/m_0 とほぼ一致している。このことから、ヘルムホルツ共鳴器のけい部と等価なはたらきをしている部分の壁面での粘性減衰が、スリット内音波の減衰を支配していると考えられることも可能である。

5・3 等価ばね定数 k_0 は、図 2 ではなく、実際のスリット形状（円環状空洞）の体積を用いて見積もった。

スリット入口部に均一な圧力（絶対値 P_s ）が加わり、スリット内空気が長さ Δx だけ径方向に縮んだとすると、ばね定数は、静圧を P_0 として、

$$k_0 = (P_s - P_0) S_s / \Delta x \quad \dots\dots\dots (16)$$

と表せる。ここでスリット状空洞の体積は、

$$V_0 = \pi (d^2 - d_0^2) l / 4 \quad \dots\dots\dots (17)$$

縮んだ部分の体積は、

$$\Delta V \approx \pi d_0 l \Delta x \quad \dots\dots\dots (18)$$

であり、等温変化を仮定すれば、

$$P_0 V_0 = P_s (V_0 - \Delta V) \quad \dots\dots\dots (19)$$

であるから、式 (17) ~ (19) を式 (16) へ代入して

まとめると,

$$k_0 \approx 4\pi l P_0 d_D^2 / (d^2 - d_D^2) \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる.

この k_0 で, 実験値 k を無次元化したものを図 9 に示す. なお P_0 の値は, 大気圧とした.

図 9 から明らかなように, k/k_0 は, d および l に関わらずほぼ一定値 (約 1.6) となる. ここで仮に, k/k_0 の値をほぼ 1 にしようとするならば, 式 (20) において d_D にダクト径よりも大きな値を代入すればよい. すなわち, スリット状空洞の入口付近の任意の体積を除いた部分が, ヘルムホルツ共鳴器の空洞部と等価な (ばねとしての) はたらきをしていると考えることも可能である.

5・4 まとめ 本章では, ダクト直径 d_D が一定の条件のもとではあるが, スリットの幅 l および深さ b を種々変化させた場合の m , c , k の値が, 図 7 ~ 9 のように無次元化できることを示した. このことから, 図 7 ~ 9 のようなデータをもとに, 例えばこれらを直線近似して実験式を作成すれば, スリットに等価な m , c , k の値がスリットの寸法からほぼ正確に予測できると期待される.

ただし, 図 7 ~ 9 の無次元値には少しばらつきがあるので, このような図をもとに m , c , k の値を定め, これらの値を使って式 (11) から算出した透過率には若干の誤差が生じることになる. しかし, スリットの共鳴周波数については従来法によってもほぼ正確に予測できるから⁽³⁾, ここで m および k の値 (図 7, 9) を明らかにした意義は, 従来法では正確に予測できない透過率曲線 (図 6) の形 (尖鋭度) の予測可能性を示したことと, 1 自由度モデルについての物理的考察ができたことにある.

一方, スリットでの最大消音量は, 図 6 から明らかなように, 共鳴周波数での透過率で評価できる. この値は, $\omega = \omega_n$ のときの式 (11) の絶対値より,

$$\left| \frac{p_3}{p_1} \right| = \frac{1}{1 + (\rho C_0 S_S^2) / (2 S_D c)} \quad \dots\dots\dots (21)$$

となるから, m および k の値とは無関係に, c の値のみによって予測することができる. 本研究では, 図 8 に示す程度のばらつきの範囲内で減衰係数を見積り得たことから, 従来法では不可能であった, スリットの消音量のかなり精度よい予測が可能になったといえる.

Fig.9 Equivalent stiffness

6. あとがき

本研究では, スリットの消音効果を, スリット内音波の減衰の影響を含めて定量的に評価した.

スリットを 1 自由度粘性減衰振動系に置き換えて扱い, 幅が狭く減衰が特性に影響する場合には, スリットがこのモデルで精度よく近似できることを示した. また, スリットでの透過率の測定結果から, このモデルでの各係数 (質量, 減衰係数, ばね定数) の最適値を具体的に算出し, これらの値が, スリット寸法から定まる基準値で一意的に無次元化できることを示した. すなわち, スリット寸法が定まっていれば, その 1 自由度モデルでの各係数をほぼ正確に算出できるので, スリットの消音効果の定量的予測が可能となる.

なお, 減衰が影響しない程度に幅が広いスリット (空洞) の透過特性は従来法で精度よく計算できるので, 1 自由度モデルで近似する必要はない.

文 献

- (1) 貞本, 村上, 柁田, 機論, 59-568, C(1993), 3860.
- (2) 貞本, 村上, 第37回ターボ機械協会金沢講演会論文集, (1996), 7.
- (3) 貞本, 村上, 機講論, No.96-1, I(1996), 450.
- (4) 貞本, 村上, 機論, 61-584, C(1995), 1484.
- (5) 貞本, 村上, 機論, 62-593, C(1996), 110.
- (6) 伊藤, 騒音制御工学, (1969), 155, コロナ社.
- (7) 白木, 騒音防止設計とシミュレーション, (1987), 34, 応用技術出版.
- (8) 中野, 低騒音化技術, (1993), 108, 技術書院.
- (9) 能本ら, 音波物性とその応用, (1969), 1, オーム社.
- (10) 伊藤, 音響工学原論(上巻), (1955), 295, コロナ社.