「s パラメータ」によるゴルフボールのスピンメカニズムの解析と その実験的検証*

清水 哲雄^{*1}, 小松 治男^{*2}, 馬田 俊雄^{*2}
高橋 清^{*3}, 佐藤 正矩^{*4}

Analysis of the Spinning Mechanism of a Golfball Using the “s parameter” and Its Experimental Certification

Tetsuo SHIMIZU, Haruo KOMATSU, Toshio MADA,
Kiyoshi TAKAHASHI and Masanori SATOH

Understanding the spinning mechanism of an impacted golfball is an important factor in golf science and engineering. The rigid sphere model which considers the Coulomb-type slip friction presented independently by Daish and Kawamura (referred to here as the Daish-Kawamura model) seems to well explain the experimental results of golfball spinning. For a more general interpretation of the spin phenomenon, we attempted to modify this model by introducing a physical quantity called the “s parameter”, which is defined as the ratio of the circumferential velocity of the ball to its centroid velocity. An experiment performed to verify the appropriateness of the new parameter introduction led to the following conclusions: The spin phenomenon in golf impact can be divided into two phases, in both of which the Daish-Kawamura model is effective. A method is described to evaluate the coefficient of slip friction under high sliding velocities, and the value is estimated as 0.07 for a slippery surface condition.

Key Words: Tribology, Friction, Golfball, Oblique Impact, Spinning Mechanism, Mathematical Spin Model, Coefficient of Slip Friction

1. はじめに

ゴルフクラブの打撃でボールに生じたスピンは、ボールの飛距離と方向性に大きな影響を及ぼし、結果的にゴルフ用具の評価を左右する。従ってスピンのメカニズムを解明することは科学的興味だけではなく、ゴルフ工学の問題としても非常に重要なテーマである。事実、スピンを制御しようとする長年にわたる用具の改良とスイングの変遷は、ゴルフ発展史の重要な一部分を形成している。

スピンの数学モデルにはいくつかあるが、Daish^{(1)~(6)}、河村⁽⁴⁾は剛体球でのクーロン型すべり摩擦モデルを提案している。(以降、Daish-河村モデルと呼ぶ) ボールは衝突中その直径の15%にも及ぶ大きな変形をしているにもかかわらず Lieberman⁽⁹⁾、橋本⁽¹⁰⁾の実験によりいくつかのケースを除いてこの剛体モデルの有効性が報告されている。従って、Daish-河村モデルは大変シンプルな理論ではあるが、スピンメカニズムの本質を的確に記述しているものと思われる。

本稿では、Daish-河村モデルに、ボールの周速度と重心の並進速度の比で定義される「s パラメータ」という物理量を導入して、スピン現象の体系的解釈と実験による検証を試みた。その結果いくつかの新しい知見が得られたので報告する。

2. 斜め衝突の力学

【座標系の定義】 図1参照。

時間原点：接触開始時刻。

空間原点： $t=0$ におけるボール中心。

スピンは、バックスピン方向の回転を正とする。

Fig. 1 Diagram of oblique impact

* 原稿受付 1997年9月18日。

*¹ 正員, マルマンゴルフ(株) (☎ 270-2214 松戸市松飛台 288)。

*² 九州大学応用力学研究所 (☎ 816-0811 春日市春日公園 6-1)。

*³ 正員, 九州大学応用力学研究所。

*⁴ アベン塑性加工技術事務所 (☎ 177-0041 東京都練馬区石神井町 4-11-21)。

【諸元】

T_s : すべり完了時刻	T_c : 接触完了時刻
F_y : 垂直抗力	F_x : 摩擦力
I : 等価慣性モーメント	r : 等価ボール半径
μ : 動摩擦係数 (μ_s : すべり摩擦係数)	
$\dot{\theta}$: 角速度 (rad/s)	m : ボール質量
V_{ix} : 入射接線速度	V_{iy} : 入射法線速度
V_{rx} : 反射接線速度	V_{ry} : 反射法線速度
w : 反射時バックスピン	V_i : ボール入射速度
α : 入射角度	

2・1 仮定と運動方程式 次の5つの仮定において

ターゲットとボールの斜め衝突をモデル化する。

- 1) ターゲットは空間に固定された完全剛体とする。
- 2) ボールの変形による特性の変化は、等価半径 r と等価慣性モーメント I を持った等価剛体球として考慮する。
- 3) ボールとターゲットの接触面に関する物理特性は、動摩擦係数 μ で考慮する。
- 4) 接触点Cの接線方向相対速度がゼロになる時刻 $t = T_s$ (ただし $0 \leq T_s \leq T_c$) まで、C点にはすべり方向と反対の方向にクーロン型のすべり摩擦力が働く。
- 5) これ以降接触点Cはころがり状態となる。しかしころがり摩擦係数はすべり摩擦係数よりも非常に小さいので無視する。従って $t > T_s$ では接線力は働かない。

以上の仮定を使うと、Daish-河村モデルの運動方程式はつぎのようになる。

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_x = -\mu F_y & \text{---(1)} \end{cases}$$

$$\text{ただし } \begin{cases} \mu = \mu_s & 0 \leq t \leq T_s \\ \mu = 0 & T_s < t \leq T_c \end{cases} \text{---(2)}$$

$$\begin{cases} m\ddot{y} = F_y & \text{---(3)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I\ddot{\theta} = -rF_x & \text{---(4)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ただし } I = \frac{2}{5}mr^2 & \text{---(5)} \end{cases}$$

2・2 スピンと入射接線速度の関係 初期スピ

ンを $\dot{\theta}(0) = 0$ とすると式(1)と式(4)からは、

$$\dot{\theta} = \frac{r}{I} \int_0^t \mu F_y dt \quad \text{---(6)}$$

あるいは、

$$\dot{\theta} = \frac{r}{I} m(V_{ix} - \dot{x}) \quad \text{---(7)}$$

ここで、 $\dot{x} > 0$ 、 $\dot{\theta} \geq 0$ において s パラメータを次のように定義する。

$$s \equiv \frac{r\dot{\theta}}{\dot{x}} \quad \text{---(8)}$$

この時 $s \geq 0$ である。

$$\text{また } k_1 \equiv \frac{r}{I} m \quad \text{---(9)}$$

とすると、最終的に式(7)は

$$\dot{\theta} = \frac{k_1 s}{s + k_1 r} V_{ix} \quad \text{---(10)}$$

と書ける。ただし、 $s \geq 0$ 。

2・3 s パラメータの制約条件 仮定1)より、接触点の接線方向相対速度 V_c は重心の並進速度 $\dot{x}$ と回転による周速度 $-r\dot{\theta}$ の和であるから、

$$\begin{aligned} V_c &= \dot{x} - r\dot{\theta} \\ &= V_{ix} - \left(\frac{1}{m} + \frac{r^2}{I} \right) \int_0^t \mu F_y dt \end{aligned}$$

また、仮定4)より、

$$V_c(T_s) = \dot{x}(T_s) - r\dot{\theta}(T_s) = 0 \quad \text{---(11)}$$

そして V_c の時間導関数は、

$$\dot{V}_c < 0 \quad (0 < t \leq T_s)$$

$$\dot{V}_c = 0 \quad (t = 0, T_s < t \leq T_c)$$

であるから、接線方向相対速度 V_c の関数は従って一般的に図2のようになる。

Fig.2 Time dependence of relative velocity V_c at contact point C.

$$\therefore 0 \leq V_c \leq V_{ix} \quad (0 \leq t \leq T_c)$$

一方、 $\dot{\theta} > 0$ のとき、式(8)を使い V_c を s パラメータで書き直すと、

$$V_c = r\dot{\theta} \left(\frac{1-s}{s} \right)$$

また $\dot{\theta} = 0$ のとき $s = 0$ であるから、

$$\text{結局、} \dot{x} > 0, \dot{\theta} \geq 0 \text{ において } s \text{ パラメータは、} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad \text{---(12)}$$

の条件を満たさなければならない。

2・4 s パラメータの物理的意味 2・3の内容をまとめると、時間 t と s パラメータと接触部の物理的状态との間には表1のような対応関係のあることがわかる。ここで、 $t = T_s$ の時の s パラメータは式(11)より、 $s = 1$ となる。

Table 1 Relationship between time t , s parameter and physical state at contact point C.

t	0	$\longrightarrow$	T_s
s parameter	$\frac{r\dot{\theta}(0)}{\dot{x}(0)} = \frac{0}{V_{ix}} = 0$	$\longrightarrow$	$\frac{r\dot{\theta}(T_s)}{\dot{x}(T_s)} = 1$
Physical state	Start of slip	Slipping	End of slip
Extent of slip completion	0%	$\longrightarrow$	100%

従って、 s パラメータとはC点の「すべり完了率」という物理的意味を持った無次元の物理量と解釈できる。

2・5 s パラメータによるスピンの質的分離

以下では式(10)を使って、 $t = T_c$ におけるスピン w と s パラメータの関係について考える。

2・5・1 $s = 1$ の場合のスピンの特徴 式(10)に $s = 1$ と式(9)を代入して整理すると、

$$w = \frac{mr}{I + mr^2} V_{ix} \equiv k_0 V_{ix} \quad \text{---(13)}$$

$$\text{ただし} \quad k_0 \equiv \frac{mr}{I + mr^2} \quad \text{---(14)}$$

である。ここで次のことが言える。すなわち

- 1) k_0 は剛体球のモデルによって決まる定数であり、スピン w は入射接線速度 V_{ix} と単純な比例関係で表される。(図3 参照)
- 2) この場合のスピンはすべり摩擦係数に依存しない。

2・5・2 $0 \leq s < 1$ の場合のスピンの特徴 この場合 $\partial w / \partial s > 0$ であるから、次の2つの関係が導かれる。すなわち

$$w = \frac{k_1 s}{s + k_1 r} V_{ix} < k_0 V_{ix} \quad \text{---(15)}$$

$$\frac{k_1 s_2}{s_2 + k_1 r} < \frac{k_1 s_1}{s_1 + k_1 r} \quad \text{---(16)}$$

ここで s_1, s_2 は $0 \leq s_2 < s_1 < 1$ を満たす定数とする。

以上から次のことが言える。すなわち

- 1) この場合のスピンは、 $s = 1$ の予測スピンよりも必ず小さい。つまり、スピン-入射接線速度図の

$$0 \leq w < k_0 V_{ix}$$

の領域に分布する。(図3 参照)

- 2) この場合のスピンはすべり完了率 s に依存し、 s パラメータが小さいほどスピンは小さい。(図3 参照)

Fig. 3 If $s=1$ is satisfied, spin is always proportional to V_{ix} . If $0 \leq s < 1$, spin is always smaller than in the $s=1$ case.

2・6 質的遷移点の考察 2・5においてスピン現象は $s = 1$ の場合と $0 \leq s < 1$ の2つの場合に質的に分類できることを示した。しかし、 $s = 1$ の場合はすべり完了時刻によってさらに2つにわけられるのは容易にわかる。結局反射後に観測されるスピン現象は、

- C1 : $t < T_c$ で既にすべりが100%完了する場合。
 C1c : $t = T_c$ に丁度すべりが100%完了する場合。
 C2 : $t = T_c$ でもすべりが100%完了しない場合。

のどれかであることがわかる。

C1cを境にしてC1とC2とは質的に全く異なるスピン現象である。従ってC1cは質的遷移点であると考えられる。この遷移点においてのみ、以下の特別な関係がある。遷移点の満たすべき条件とは $T_s = T_c$ であるから、式(2)より

$$\mu = \mu_s \quad (0 \leq t \leq T_c)$$

従って、式(3)の両辺を $0 \leq t \leq T_c$ で積分し、同区間で積分した式(6)の右辺に代入して μ_s について解くと

$$\mu_s = \frac{w}{k_1(V_{ry} - V_{iy})} \quad \text{---(17)}$$

となる。ここで

$$w = \dot{\theta}(T_c), \quad V_{ry} = \dot{y}(T_c), \quad V_{iy} = \dot{y}(0)$$

遷移点を何らかの方法で特定できれば、式(17)より衝撃すべり状態のすべり摩擦係数を、接触中の情報を使わず衝突前後の物理量で推定できることがわかる。

3. 実験システム

3・1 実験方法 実験システムの概要を図4に示す。ボールはエアガンから固定ターゲット面の法線と入射角度 α をなす Xs 軸方向に発射される。

入射時と反射時のボール速度ベクトルとスピンベクトルは、マーキングしたボールを、マルチストロボビデオ画像を使って3次元DLT法⁽¹¹⁾により解析した。

エアガンから発射されたボールには若干の初期スピンがあり、今回は初期バックスピンによる周速度と入射接線速度の比が3%以下のデータのみを解析対象とした。使用ボールはR&A 公認のツーピースボール。

(カバーはアイオノマー樹脂)

半径 $r=21.3 \times 10^{-3}$ m, 慣性モーメント $I_0=80 \times 10^{-7}$ kg·m²

質量 $m=45.9 \times 10^{-3}$ kg

実験時の温度は21℃～25℃、湿度は46%～68%である。

Fig. 4 Schematic of experimental system

3・2 実験内容 次の2つの実験を行なった。詳細な実験内容を表2にまとめた。

Table 2 Detailed conditions of experiments No.1 and No. 2

	Experiment No.1 (EP1)	Experiment No.2 (EP2)
General conditions	1) Target plate is fixed by screws on a rigid block. 2) Material of target plate is SUS630 stainless steel. 3) Thickness of target plate is 10 mm. 4) Incidental ball velocities: 10 m/s ~ 50 m/s	
Surface conditions	1) Ground surface of stainless steel 2) Without groove 3) Roughness: 2 μm in RMS	1) Pressure Sensing Film (PSF) is attached with double-faced adhesive tape on the target plate in EP1. 2) PSF is renewed at every shot.
Incidental angles	10,20,30,40 (deg)	10,20,30 (deg)

*) 富士フィルム製「フレスケール⁽¹²⁾」高圧用モニタタイプ^a使用。「フレスケール」とはPET樹脂フィルムにインク入りマイクロカプセルを塗布した感圧フィルム。

4. 実験結果

4・1 実験1の結果について 図5に、実験1および2で得られたボールスピンと V_{ix} の関係を示した。ここで $V_{ix} = V_i \sin \alpha$ の関係があるため、例えば10度の場合の実験データは10 m/s以下の低速度のものに限られている。この結果から、実験1の場合のスピンは入射接線速度に比例することがわかる。式(5)と式(14)を使うとこの比例定数 k_0 から Daish-河村モデルの等価ボール半径 r 、等価慣性モーメント I が求められる。図5に入れた直線は、静特性値 r_0 と I_0 を使った場合のスピン回帰直線である。

Fig. 5 Relationship between spin and V_{ix} (x component of incidental velocity)

一方、図6に実験1および2で得られたボールスピンと V_{rx} の関係を示した。この結果から、実験1の場合のスピンは反射接線速度にも比例することがわかる。式(8)を変形すると、 $t = Tc$ においては、

$$\frac{s}{r} = \frac{w}{V_{rx}} \equiv c \quad \text{---(18)}$$

であり、図6の実験結果からは c も定数である。この比例定数 c と先ほど求めた r から式(18)を使う方法でも実験的に s パラメーターを求めることができる。

しかし図5と図6をよく見ると、 k_0 と c は入射角度 α に弱くではあるが依存することがわかる。そこで各入射角度毎の k_0, c を最小2乗法により求め、式(5)と式(14)から r を計算し、最後に式(18)を使い s を求めた。これらの結果を表3にまとめた。

Fig. 6 Relationship between spin and V_{rx} (x component of rebound velocity)

Table 3 Results of coefficient c, k_0 by root mean square method and the estimation of equivalent radius r and s parameter in Experiment No.1.

		c m^{-1}	k_0 m^{-1}	r/r_0 -	I/I_0 -	s -
α	10 deg	43.4	30.3	1.11	1.28	1.0
	20 deg	48.5	30.7	1.09	1.25	1.1
	30 deg	60.2	36.0	0.93	0.91	1.2
	40 deg	59.9	35.9	0.93	0.91	1.2

表3 から次のことが言える。

1) 等価半径 r 、等価慣性モーメント I は、それぞれボールの変形する前の静特性値 r_0 と I_0 に非常に近い。このことから静特性値を使ったDaish-河村モデルは有効なスピンモデルであると言える。しかし厳密には入射角度が大きくなるにつれ r/r_0 が小さくなっていくため、30度と40度ではこのモデルよりスピンははかりやすくなっている。

2) 表3の各角度毎の等価半径 r と式(8)を使い、全計測データの s パラメータを入射接線速度に対してプロットすると図7のようになる。入射接線速度の広い範囲で s パラメータは1の近傍に分布している。

以上見てきたように、実験1のスピン現象は $2 \cdot 5 \cdot 1$ の条件をよく満たしており、接触時間内にすべりが100%完了しているC1ケースであることがわかる。

4・2 実験2の結果について 図5における実験2のスピンは、20度までは実験1と同じように入射接線速度に比例し、さらに図7においても $s=1$ の近傍に分布する。従って20度まではC1ケースのスピン現象であることがわかる。

Fig. 7 Evidence of slip completion by s parameter under all V_{ix} velocities in Experiment No.1

一方、図5の30度データ(▲)は、回帰直線から大きく乖離する(大幅に減少する)。この場合4・1で記述した手法で r を求めることはできないが、静的半径 r_0 を使って s を計算すると図7の▲のようになる。図7からは明らかに $s < 1$ となっている。

さらに図5の30度データは、入射接線速度が大きくなるにつれて、C1ケースの線形回帰値(例えばR点)と実際の観測値(M点)との乖離が大きくなることもわかる。このとき図7との対応から、乖離が大きいほど s パラメータが小さくなっていくこともわかる。

以上の実験結果は $2 \cdot 5 \cdot 2$ の条件をよく満たしており、30度の衝突はC1とは質的に異なったC2ケースのスピン現象であることがわかる。

図7の30度の結果(▲)は、入射接線速度を小さくしていくと徐々に s パラメータが大きくなり、 c_r 点でついに $s=1$ 状態に遷移すると読みとれる。つまり c_r 点が実験2の場合のスピン質的遷移点候補であることがわかる。従って c_r 点の実測値

$$w=352 \text{ rad/s}, V_{ry}=18.28 \text{ m/s}, V_{iy}=-21.31 \text{ m/s}$$

と、 k_1 の静特性値 122.2 m^{-1} を式(17)に代入すると、 $\mu_s=0.07$ と推定できる。

したがって実験2の接触条件は、PET薄膜フィルムの感圧紙を介在させたことにより非常に小さなすべり摩擦係数を有することがわかる。

5. 実験結果の考察

1) Daish-河村モデルの限界について

Daish-河村モデルは「スピン入射接線速度図 (図3, 図5)」における回帰直線近傍と、それよりも下の領域のスピン現象について説明できることを実証した。しかし直線よりも上側のスピン現象は式 (12) の $0 \leq s \leq 1$ を満たさないためこのモデルでは説明不可能である。これがDaish-河村モデルの適用限界である。

2) s パラメータの精度について

C 1 ケースの場合、理論的には $s = 1$ であるが実験値は $0.9 \sim 1.2$ の範囲にある。(図7, 表3 参照) 式 (8) からわかるように、s パラメータは2つの1次計測量と、回帰分析による2次加工をした r から決まる第3次の加工量であり、それぞれの段階で測定誤差の伝播を受け実験精度が落ちている。 $s = 1.2$ が観測されているが、これが即1) で述べたDaish-河村モデルの適用範囲外のスピン現象であるとは結論できない。s パラメータの推定精度をさらにあげる工夫が必要である。

3) ステンレス面のすべり摩擦係数の推定

図5、図7のように実験1 (ステンレス面とボールとの接触) の場合、P点よりも低い入射接線速度域ではC 2 のスピン現象は観測されていない。仮にこのP点に対して式 (17) を適用すると $\mu_s > 0.14$ となる。つまり実験1の様なステンレス肌の接触面性状のすべり摩擦係数は 0.14 より大きいと推定出来る。

4) スピンの質的遷移点の摩擦係数依存性

4・2 に述べた質的遷移点候補の結果と上記3) から、スピン現象の質的遷移点 (cr点) はすべり摩擦係数依存性のあることが推測される。すなわち、すべり摩擦係数が大きくなるにつれて質的遷移点は図5の回帰直線に沿って上方 (入射接線速度が増える方向) にシフトしていくと考えられる。

6. 結論

Daish-河村モデルに「s パラメータ」という物理量を導入することにより以下の知見が得られた。

(1) ゴルフインパクトでのスピン現象は、接触時間内にすべりが完了する現象と、完了しない現象に分けられ、この2つは質的に全く異なるスピン現象であることを実験により確認した。

(2) 質的に異なる2つのスピン現象の統一的記述が可能となり、Daish-河村モデルが両スピン現象に有効であることを実験により確認した。これにより、Daish-河村モデルの適用限界を拡張することができた。

(3) スピン現象の質的遷移点という概念を使うと、ゴルフインパクトのような衝撃的なすべり接触状態にあるすべり摩擦係数を容易に推定出来ることを示した。実験例としてPETフィルム面とボールとのすべり摩擦係数は 0.07 程度、またステンレス面とボールのそれは 0.14 より大きいことがわかった。

参考文献

- 1) Johnson, S. H., Lieberman, B. B., An analytical model for ball-barrier impact Part 2: A model for oblique impact, Science and Golf II: Proceedings of the World Scientific Congress of Golf, (1994), 315-320, E & FN Spon.
- 2) Chou, P. C., Liang, D., Yang, J., Contact forces, coefficient of restitution, and spin rate of golf ball impact, Science and Golf II: Proceedings of the World Scientific Congress of Golf, (1994), 296-301, E & FN Spon.
- 3) Gobush, B., Spin and the inner working of a golf ball, Golf - the Scientific Way, (1994), 141-145, Aston Publishing Group.
- 4) Daish, C. B., The Physics of ball games, (1972), 161-167, Hazell Watson & Viney Ltd Aylesbury Bucks.
- 5) 河村龍馬, ゴルフと科学, Japan Journal of Golf Sciences, 2-1, (1988), 1-5.
- 6) 河村龍馬, ゴルフの科学, Japan Journal of Golf Sciences, 9-2, (1996), 56-60.
- 7) 清水哲雄・小松治男・馬田俊雄・高橋清・佐藤正矩, インパクト中のゴルフボールの動的ヒステリシスの計測, 高速度撮影とフォニクスに関する総合シンポジウム講演論文集, (1993-12), 117-119.
- 8) Ujihashi, S., Measurement of dynamic characteristics of golf balls and identification of their mechanical models, Science and Golf II: Proceedings of the World Scientific Congress of Golf, (1994), 302-308, E & FN Spon.
- 9) Lieberman, B. B., The effect of impact conditions on golf ball spin-rate, Science and Golf: Proceedings of the First World Scientific Congress of Golf, (1990), 225-230, E & FN Spon.
- 10) 橋本隆一・中須賀幹彦, ゴルフクラブフェースの表面性状の違いがボールスピンの及ぼす影響について, スポーツ工学シンポジウム講演論文集, (1992-10), 55-58.
- 11) 池上康雄・桜井伸二・矢部京之助, DLT法, Japanese Journal of Sports Sciences, 10-3, (1991), 191-195.
- 12) 富士フィルムプレスケールの使い方